Ministère des Enseignements Secondaires
Délégation Régionale de l'Est
Inspection des Sciences
Section : Mathématiques

Examen : Probatoire blanc
Épreuve : Mathématiques
Session : 2022
Série :C-E
Durée : 3 heures **Coefficient : 6**

PROPOSITION DU CORRIGE REGIONAL DE L'EST

EXAMEN : PROBATOIRE ZERO SERIE : C-E

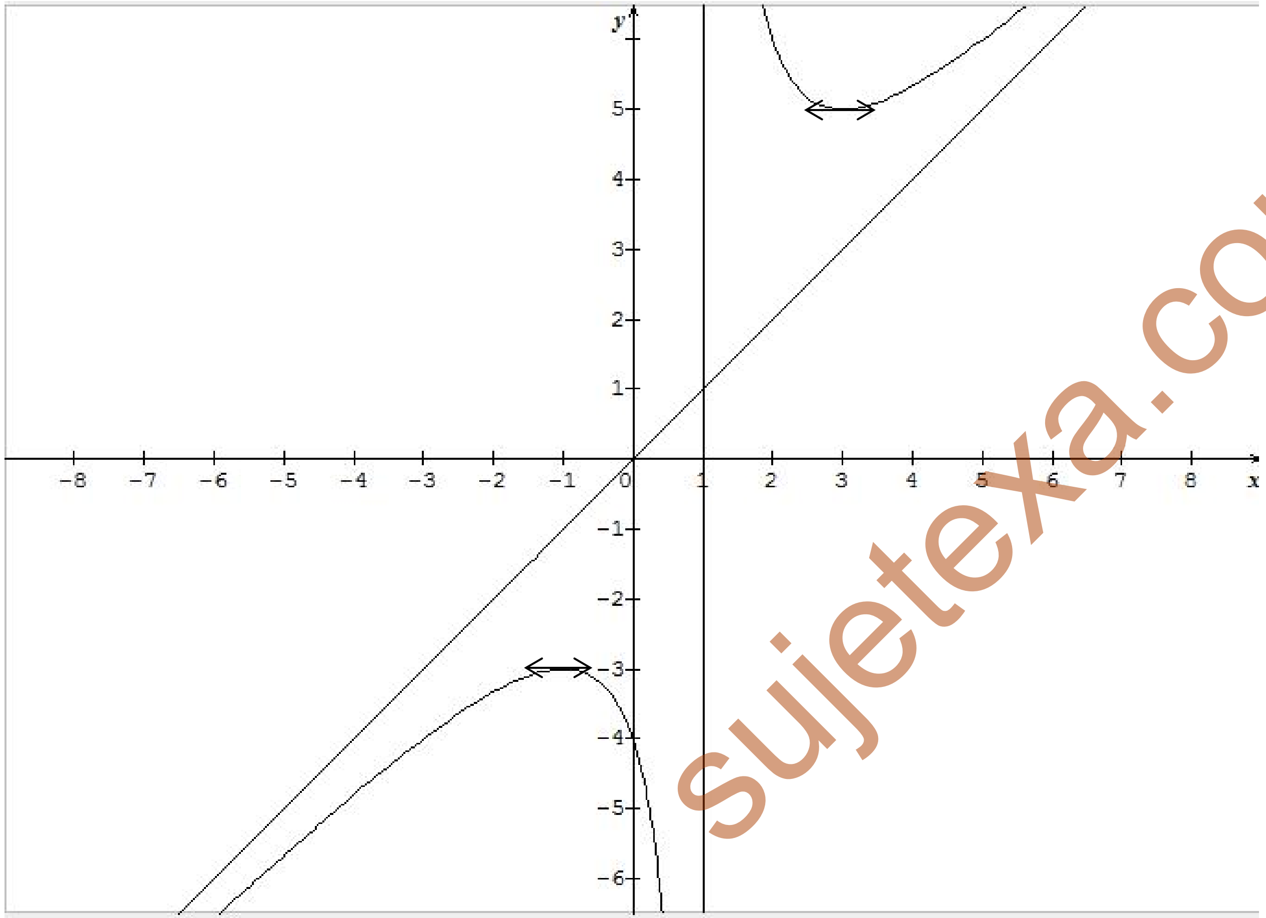
REFERENCES ET SOLUTIONS	Barème	COMMENTAIRES
PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)		
Exercice 1 : 3 points		
1) Système d'équations linéaires $\begin{cases} 3x+5y+z=1700\ (E_1) \\ x+2y+3z=1300\ (E_2) \\ 2x+y+5z=1750\ (E_3) \end{cases}$	**1,5 pt**	0,5 pt pour chaque équation juste
1.b) Déterminons le prix de chaque article acheté **Déterminons $\boldsymbol{x, y\ et\ z}$** $(E_1)-3(E_2) \rightarrow (E_2') : -y-8z=-2200$ $2(E_1)-3(E_2) \rightarrow (E_3') : 7y-13z=-1750$ $7(E_2')+(E_3') \rightarrow (E_3''): -69z=-17250$ On obtient le système : $\begin{cases} 3x+5y+z=1700 & (E_1) \\ 7y-13z=-1750 & (E_2') \\ -69z=-17250 & (E_3'') \end{cases}$ De (E_3'') on déduit que $z=\frac{-17250}{-69}=250$ En remplaçant z par 250 dans (E_2'), on obtient : $y=200$ En remplaçant y et z par leurs valeurs dans (E_1) , on obtient : $x=150$ **Conclusion : le prix d'un biscuit est $\boldsymbol{150FCFA}$, celui d'un chocolat est $\boldsymbol{200FCFA}$ et celui d'un yaourt est $\boldsymbol{250FCFA}$**	**1,5 pt**	0,5 pt pour la bonne démarche. 0,25 pt pour chaque valeur trouvée 0,25 pt pour la conclusion

<table>
<tr><td>Exercice 2 (4,5points)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1-a Calculons les limites de f en $-\infty$,$+\infty$,1^- et 1^+

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$. : $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$.</td><td>1pt</td><td>0,25 pt pour chaque limite juste

Toute autre démarche logique sera acceptée.</td></tr>
<tr><td>b. Une équation de l'asymptote verticale est $x = 1$</td><td>0,25 pt</td><td>0,25 pt pour l'équation juste</td></tr>
<tr><td>2- Etudions les variations de $\boldsymbol{f}$ puis dressons son tableau des variations
$$\forall x \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[\text{ , } f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$$
$\forall x \in]-\infty; -1] \cup [3; +\infty[$ $f'(x) \geq 0$ et $\forall x \in [-1; 1[\cup]1; 3]$, $f'(x) \leq 0$

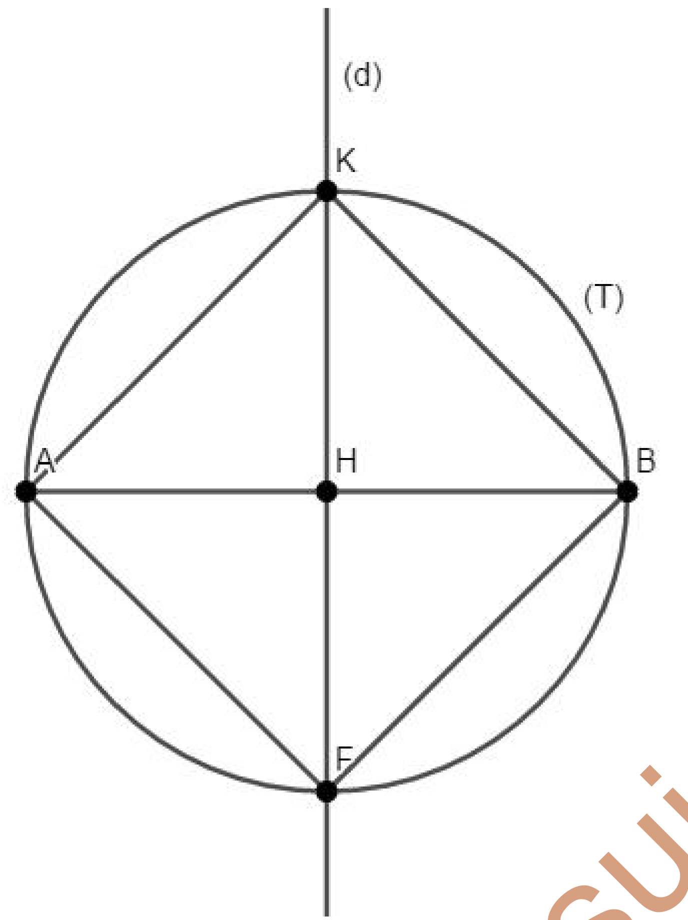
D'où le tableau des variations
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td>||</td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>-3</td><td>↘</td><td>$-\infty$ || $+\infty$</td><td>↘</td><td>5</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>
</td><td>1,25 pt</td><td>0,25 pt pour le calcul correct de $f'(x)$
0,25 pt pour chaque ligne du tableau des variations juste</td></tr>
<tr><td>3.a Montrons que la droite $(\boldsymbol{d})$: $\boldsymbol{y = x}$ est asymptote oblique à $(\boldsymbol{C_f})$
On a : $\lim\limits_{x\to\infty} [f(x) - y] = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{4}{x-1} = 0$.
Donc, la droite $(\boldsymbol{d})$: $\boldsymbol{y = x}$ est asymptote oblique à $(\boldsymbol{C_f})$</td><td>0,5 pt</td><td>0,25 pt pour le résultat de la limite
0,25 pt pour la conclusion</td></tr>
<tr><td>b- Etude de la position relative de $(\boldsymbol{C_f})$ par rapport à $(\boldsymbol{d})$
Signe de $f(x) - y$
$$\forall x \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[\text{ , } f(x) - y = \frac{4}{x-1}$$
$f(x) - y < 0$ équivaut à $x \in]-\infty; 1[$. Donc, $(\boldsymbol{C_f})$ est en dessous de $(\boldsymbol{d})$ sur</td><td>0,5 pt</td><td>0,25 pt pour chaque position relative juste</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>$]-\infty; \mathbf{1}[$
$f(x) - y > 0$ équivaut à $x \in]1; +\infty[$. Donc, $(\boldsymbol{C_f})$ est au dessus de $(\boldsymbol{d})$ sur
$]\mathbf{1}; +\infty[$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4- Traçons $(\boldsymbol{C_f})$ et ses asymptotes

</td><td>1 pt</td><td>0,25 pt pour chaque asymptote bien représentée

0,25 pt pour la courbe</td></tr>
<tr><td>Exercice 3 (4points)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1. Déterminons la matrice A de $\boldsymbol{f}$ dans la base $\boldsymbol{B}$
$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$$</td><td>0,5 pt</td><td>0,25 pt pour chaque colonne de la matrice juste.</td></tr>
</table>

2. Montons que f est automorphisme $\det(A) = 2 \times 2 - 1 \times (-1) = 5$ et $5 \neq 0$ **Donc, $\boldsymbol{f}$ est un automorphisme de $\boldsymbol{E}$**	**0,5 pt**	0,25 pt pour le calcul correct du déterminant 0,25 pt pour la mention $5 \neq 0$ Toute autre démarche logique sera acceptée.
3. Montrons que $\boldsymbol{A^2 - 4A + 5I_2 = O_2}$ $$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$ **Ainsi $\boldsymbol{A^2 - 4A + 5I_2 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2}$** .	**1 pt**	0,5 pt pour le calcul correct de A^2 0,5 pt pour le calcul de $A^2 - 4A + 5I_2$
4. Montrons que $A^{-1} = \frac{1}{5}(4I_2 - A)$ $A^2 - 4A + 5I_2 = O_2$ équivaut à $4A - A^2 = 5I_2$ équivaut à $A(4I_2 - A) = 5I_2$ équivaut à $A\left[\frac{1}{5}(4I_2 - A)\right] = I_2$ D'où $\boldsymbol{A^{-1} = \frac{1}{5}(4I_2 - A)}$	**0,75 pt**	0,5 pt pour la démarche 0,25 pt pour la conclusion Toute autre démarche logique sera acceptée.
5-a Montrons que est $\boldsymbol{F}$ un sous espace vectoriel de F est contenu dans $\mathbb{R}^3$ **et** $F \neq \emptyset$ car $(0,0,0) \in F$. Soient u et v deux éléments de F, et soit λ un nombre réel. $u = (x, y, z)$ et $v = (a, b, c)$ avec $2x + y - z = 0$ et $2a + b - c = 0$. $u + v = (x + a, y + b, z + c)$ et $\lambda u = (\lambda x, \lambda y, \lambda z)$. Comme $2(x + a) + (y + b) - (z + c) = 2x + y - z + (2a + b - c) = 0 + 0 = 0$ et	**0,75 pt**	0,25 pt pour F non vide 0,5 pt pour $u + v$ est dans F . 0,25 pt pour λu est dans F. Toute autre démarche logique sera acceptée

$2(\lambda x) + \lambda y - \lambda z = \lambda(2x + y - z) = \lambda \times 0 = 0.$ On en déduit que $u + v$ et λu sont des éléments de F. **Donc, F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$**		
5.b Montrons que F est engendré par $u = (1, 0, 2)$ et $v = (0, 1, 1)$ $(x, y, z) \in E \Longleftrightarrow 2x + y - z = 0$ $\Longleftrightarrow z = 2x + y$ $\Longleftrightarrow (x, y, z) = (x, y, 2x + y)$ $\Longleftrightarrow (x, y, z) = x(1,0,1) + y(0,1,1)$ **Ainsi F est engendré par $u = (1, 0, 2)$ et $v = (0, 1, 1)$**	**0,5 pt**	0,25 pt pour $z = 2x + y$ 0,25 pt pour $(x, y, z) = x(1,0,1) + y(0,1,1)$ Toute autre démarche logique sera acceptée.
Exercice 4(3,5points)		
1 Montons que $AM^2 + BM^2 = 144$ équivaut à $HM^2 = 36$ $AM^2 + BM^2 = 144$ équivaut à $(\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HM})^2 + (\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HM})^2 = 144$ équivaut à $AH^2 + BH^2 + 2HM^2 + 2\overrightarrow{HM}.(\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{BH}) = 144$ équivaut à $2AH^2 + 2HM^2 = 144$ car $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{O}$ et $AH = BH$ équivaut à $72 + 2HM^2 = 144$ car $AH = 6$ équivaut à $2HM^2 = 144 - 72 = 72$ équivaut à $HM^2 = \frac{72}{2}$ équivaut à $HM^2 = 36$	**1 pt**	0,25 pt pour $(\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HM})^2 + (\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HM})^2 = 144$ 0,25 pt pour $AH^2 + BH^2 + 2HM^2 + 2\overrightarrow{HM}.(\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{BH}) = 144$ 0,25 pt pour $72 + 2HM^2 = 144$ 0,25 pt pour $HM^2 = 36$
2-a Nature et éléments caractéristiques de (T) $M \in (T)$ équivaut à $HM^2 = 36$ équivaut à $HM = \sqrt{36} = 6$ **Ainsi (T) est le cercle de centre H et de rayon $R = 6cm$**	**0,75 pt**	0,25 pt pour la nature 0,25 pt pour chaque élément caractéristique
b-Construction de (T)		

 	**0,25 pt**	0,25 pt pour la construction de (T)
3-a Calcul de KB $$KB^2 = HB^2 + HK^2 = 2R^2 = 72$$ Donc $KB = \sqrt{72}\ cm = 6\sqrt{2}\ cm$	**0,5 pt**	0,25 pt pour $KB^2 = HB^2 + HK^2$ 0,25 pt pour $KB = \sqrt{72}\ cm\ ou\ 6\sqrt{2}\ cm$
3-b Nature exacte quadrilatère $AKBF$: Carré	**0,5 pt**	0,5 pt pour la nature exacte
3.c Calculons l'aire A du quadrilatère $AKBF$	**0,5 pt**	0,25 pt pour la formule.

$\boldsymbol{A} = KB^2$ $\boldsymbol{A} = \mathbf{72}\ cm^2$		0,25 pt pour le résultat.
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)	**Critères**	**INDICATEURS ET BARÈME**
1. Vérifions si Denis pourra être primé Puisque DENIS ne répond qu'a la question 1, alors il est récompensé si et seulement s'il trouve la question 1 La somme de tous les éléments du tableau T_n est $S_n = \sum_{k=1}^{n^2} k = \frac{n^2(1+n^2)}{2}$ (somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique $(u_n)_n$ de raison $r = 1$ et de premier terme $u_1 = 1$) On a bien $\boldsymbol{S_n \neq \frac{n^2(1+n)}{2}}$ En effet pour $n = 3$, $S_n = 45$ et $\boldsymbol{\frac{n^2(1+n)}{2}} = 18$ $(18 \neq 45)$ **Conclusion : Denis ne pourra pas être primé**	A	0,5 pt pour l'expression de S_n
	C2 : bonne utilisation des outils	0,5 pt pour $S_n \neq \frac{n^2(1+n)}{2}$
	C3 : cohérence	0,25 pt pour le bon enchaînement des calculs. 0,25 pt pour la bonne conclusion Toute autre démarche logique sera acceptée.
2. Vérifions si Chantale pourra être primée. Puisque Chantale ne répond qu'a la question 2, alors elle est récompensée si et seulement si elle trouve la question 2 **Déterminons le nombre de façons de remplir une diagonale du tableau non magique $\boldsymbol{T_5}$ lorsque celle-ci contient déjà le nombre 19** Il a 5 façons de choisir la position du nombre 19 sur une diagonale et pour chacune de ces positions on a $A_{24}^4 = 255024$ façons de placer les 4 autres éléments sur cette diagonale **On a donc au total $\boldsymbol{5 \times A_{24}^4 = 1275120}$ façons de remplir une diagonale du tableau non magique $\boldsymbol{T_5}$ lorsque celle-ci contient déjà le nombre 19. Ce résultat est distinct de celui proposé par Chantale** **Conclusion : Chantale ne pourra pas être primée** .	C1 : bonne interprétation de la situation	0,25 pt pour la mention du nombre de diagonale. 0,25 pt pour la mention du nombre de positions occupées par le nombre 19.
	C2 : bonne utilisation des outils	0,5 pt pour $A_{24}^4 = 255024$
	C3 : cohérence	0,25 pt pour le bon enchaînement des calculs. 0,25 pt pour la bonne conclusion. Toute autre démarche logique sera acceptée.
3. Déterminons le gain maximal d'un élève répondant seulement à la question 3	C1 : bonne interprétation de la situation	0,5 pt pour la mention Nombre de tableaux magiques $\boldsymbol{T_3}$ possédant le nombre 1 sur la

<table>
<tr>
<td rowspan="3">

-Nombre de tableaux magiques T_3 possédant le nombre 1 sur la colonne la plus à gauche ou la plus à droite

<table><tr><td>4</td><td>3</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>7</td><td>6</td></tr></table>

<table><tr><td>2</td><td>7</td><td>6</td></tr><tr><td>9</td><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>8</td></tr></table>

<table><tr><td>6</td><td>7</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>4</td></tr></table>

<table><tr><td>8</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>2</td></tr></table>

Il y'a donc au total 4 tableaux magiques T_3 possédant le nombre 1 sur la colonne la plus à gauche ou la plus à droite

Conclusion : Le gain maximal d'un élève répondant seulement à la question 3 sera donc : 2500FCFA$\times$ 4 =10000FCFA

</td>
<td></td>
<td>colonne la plus à gauche ou la plus à droite</td>
</tr>
<tr>
<td>C2 : bonne utilisation des outils</td>
<td>0,25 pt pour deux tableaux magiques T_3 trouvés</td>
</tr>
<tr>
<td>C3 : cohérence</td>
<td>0,25 pt pour le bon enchaînement
0,25 pt pour la bonne conclusion.</td>
</tr>
</table>

PRESENTATION : 0,5pt

MEMBRES DU JURY : KENFACK GIRESSE (L.BIL.BERTOUA

FOBASSO ETIENNE (L.BETARE -OYA)

SUPERVISION : BIYA METO JEAN PIERRE (IPR MATHS)

MENTONG à BENGON LEANDRE(IPR/MATHS)