

COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	<b>BAC BLANC</b>	Date : Du 04 au 08 Avril 2022
<b>EPREUVE DE MATHÉMATIQUES</b>		
Niveau : Tle D et Tle TI	Durée : 04 heures	Coef: 4

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES**

**15,5 POINTS**

**Exercice 1 : 04 Points**



Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points A, B et C d'affixes respectives  $a = 1 + i$ ,  $b = ae^{i\frac{\pi}{3}}$  et  $c = b + i$ .

- 1- Placer le point A dans le repère, puis indiquer une construction géométrique du point B à partir de A et celle du point C à partir de B. 1pt
- 2- Déterminer l'affixe du point B sous forme algébrique et sous forme trigonométrique. 1pt
- 3- En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{7\pi}{12}$  et  $\sin \frac{7\pi}{12}$ . 0,5pt
- 4- Soit  $n$  un entier naturel. Justifier que  $b^{12n}$  est un nombre réel. 0,5pt
- 5- Soit  $s$  la similitude de centre A, de rapport 2 et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  et  $(E)$  l'ensemble des points  $M(z)$  tels que  $|z - 1 - i| = 2$ .
  - a) Donner l'écriture complexe de  $s$ . 0,5pt
  - b) Déterminer la nature et caractériser l'image  $(E')$  de  $(E)$  par  $s$ . 0,5pt

**Exercice 2 : 03,5 Points**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = e$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ . On pose pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = \ln u_n$ .

- 1- Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ . 0,5pt
- 2- Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  et en déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ . 1pt
- 3- On pose  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  et  $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$ .
  - a) Montrer que  $P_n = e^{S_n}$ . 0,5pt
  - b) Exprimer  $S_n$  et  $P_n$  en fonction de  $n$ . 1pt
  - c) En déduire les limites de  $S_n$  et  $P_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ . 0,5pt

**Exercice 3 : 02 Points**

Le but de cet exercice est le calcul de l'intégrale  $A = \int_0^1 \ln\left(1 - \frac{x}{3}\right) dx$ .

- 1- Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que  $\frac{x}{3-x} = a + \frac{b}{3-x}$ . 0,5pt
- 2- Calculer l'intégrale  $B = \int_0^1 \frac{x}{3-x} dx$ . 0,5pt
- 3- En utilisant une intégration par parties, calculer  $A$ . 1pt

**Exercice 4 : 06 Points**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$  et  $(C)$  désigne sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan, unité graphique : 4 cm sur les axes.

- 1- Déterminer les limites de  $f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ . 0,5pt



- 2- Etudier le sens de variation de  $f$  et dresser son tableau de variation. **1pt**
- 3- Soit A le point de  $(C)$  d'abscisse 0.
- a) Déterminer l'équation de la tangente (T) à  $(C)$  au point A. **0,5pt**
- b) Montrer que le point A est un centre de symétrie pour  $(C)$ . **0,5pt**
- 4- Tracer  $(C)$  et (T) dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . **1,5pt**
- 5- Soit  $n$  un entier naturel. On désigne par  $D_n$  le domaine du plan limité par la courbe  $(C)$  et les droites d'équations  $y = 1$  ;  $x = 0$  et  $x = n$ .  $\mathcal{A}_n$  désigne l'aire de la région  $D_n$  exprimée en centimètre carré.
- a) Hachurer la région  $D_2$  sur le graphique. **0,5pt**
- b) Montrer que  $\mathcal{A}_n = 16[\ln 2 - \ln(1 + e^n) + n]$ . **1pt**
- c) Déterminer la limite de  $\mathcal{A}_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ . **0,5pt**

## PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

**04,5 POINTS**

**Compétences à évaluer :** Résoudre une situation problème à l'aide du langage mathématique dans les situations de vie où interviennent les probabilités.

### Situation :

L'association des anciens élèves du Lycée de Yaba (de la diaspora) a décidé de faire un don en matériel informatiques au centre informatique de la ville. Le président de l'association est alors descendu sur les lieux pour faire un état des besoins, il a trouvé 250 ordinateurs dont 40 sont considérés comme neufs, 100 sont considérés comme récent et les autres sont anciens. Une étude statistique faite par lui montre que 4% des ordinateurs neufs sont défectueux, 12% des ordinateurs récents sont défectueux et 25% des ordinateurs anciens sont défectueux.

Dans la ville de Yaba, 20% des individus ont une maladie chronique et parmi eux 2,5% sont atteints d'un virus C19. On constate que 99% de ceux qui n'ont pas cette maladie chronique ne sont pas atteints de ce virus C19.

Le président de l'association en tant que médecin décide de faire des analyses avec le médecin chef du laboratoire de la ville. Ils commencent par constater que le tiers de la population a été vaccinée contre ce virus C19 ; puis que sur 15 malades, il y a 2 personnes vaccinées et que sur 100 personnes vaccinées, 8 sont malades.

Lorsque le président de l'association est revenu de là avec toutes les informations, le groupe a alors pris certaines décisions :

- Donner encore des ordinateurs au centre informatique si en prenant au hasard un ordinateur dans cette salle, on a plus de 17% de chance qu'il soit défectueux.
- Ils ne pourront se rendre tous (tous les membres de l'association) à Yaba que s'il ya moins de 2% de personnes atteintes du virus C19.
- Si le vaccin est efficace alors tous doivent obligatoirement le prendre avant de s'y rendre.

### Tâches

- 1- Le groupe va-t-il encore donner des ordinateurs au centre informatique de Yaba ? **1,5pt**
- 2- Tout le groupe pourra-t-il aller à Yaba pour la remise des dons ? **1,5pt**
- 3- Tous les membres doivent-ils prendre obligatoirement ce vaccin contre le virus C19 pour se rendre à Yaba ? **1,5pt**

