



EXERCICE 1:

ABC est un triangle rectangle en C tel que : $AB = c$; $AC = b$ et $BC = a$. Ce triangle a pour périmètre 30 m et pour aire 30 m^2

Quelles sont les dimensions de ce triangle.

1,5pt

EXERCICE 2:

Soit b, c, d et e des nombres réels, a un nombre réel non nul et f le polynôme défini pour tout nombre réel x par : $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

On considère la propriété (p): $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{f(x)}{x^4}$

1. a) Démontrer que si f vérifie la propriété (p) et si α est une racine non nulle de f , alors $\frac{1}{\alpha}$ est également une racine de f . 0,5pt

b) Démontrer que f vérifie la propriété (p) si et seulement si $\begin{cases} a = e \\ b = d \end{cases}$. 1pt

c) En déduire en particulier que 0 n'est pas racine de f . 0,5pt

d) Application

Soit le polynôme $f(x) = 2x^4 - 13x^3 + 24x^2 - 13x + 2$.

Montrer que 2 est une racine de f , trouver une autre racine de f puis mettre $f(x)$ sous la forme d'un produit de quatre binômes du 1^{er} degré. 1pt

2. On suppose désormais que f vérifie la propriété (p).

a) Démontrer que, pour tout nombre réel x non nul : $\frac{f(x)}{x^2} = a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x + \frac{1}{x}\right) + c$. 0,5pt

b) Soit α un nombre réel non nul. Démontrer que α est une racine du polynôme f si et seulement si $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ est une racine du polynôme $g(x) = ax^2 + bx + c - 2a$. 1pt

c) Application

Résoudre l'équation $(E_0): x^2 - 5x + 4 = 0$, et en déduire l'ensemble solution de l'équation

$(E_1): x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1 = 0$. 1pt

EXERCICE 3:

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) . La courbe (C) ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

1. Déterminer par simple lecture graphique : $f(3)$; et $f(0)$. 0,5pt

2. Déterminer une équation de la droite (D) tracée dans le repère. 1pt

3. Résoudre graphiquement :

a) $f(x) = 3$ 0,5pt

b) $x^2 - 6x + 8 > -x + 4$. 1pt

