MINESEC - COLLÈGE BILINGUE NOTRE REINE DE LOURDES
Année scolaire 2019-2020

Département	Examen	Classe	Date
MATHEMATIQUES	BACCALAUREAT N° 1	TC	/12/2019
Durée	**Coefficient**	**Visa de l'AP**	**Visa de PE**
3H	5		

Exercice 1 : 3,75pts

1) Soient E, I, J et F des points distincts du plan tels que ; $\overrightarrow{EI} = \frac{k^2}{1+k^2}\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EJ} = \frac{-k^2}{1-k^2}\overrightarrow{EF}$, pour tout $k \in \mathbb{R}\backslash\{1 ; -1\}$. On désigne par (E_k) l'ensemble des points M du plan tels que $ME = k\,MF$ pour $k \in \mathbb{R}$
   a-Déterminer (E_{-1}) et (E_1) 0,5pt
   b- Montrer que pour $k \in \mathbb{R}\backslash\{1 ; -1\}$, (E_k) est un cercle dont on déterminera un diamètre 0,5pt
2) ABC est un triangle. On désigne par P, Q et R les points tels que $\overrightarrow{CP} = \frac{3}{8}\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BR} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$
Démontrer que les droites $(AR), (BP)$ et (CQ) sont concourantes. 0,5pt
3) $LKUN$ est un rectangle dont chaque diagonale mesure a. Soit m $\in\mathbb{R}^*$ et $G_m = bar\,\{(L, m) ; (K, -1) ; (U, 1)\}$
   a- Construire G_1. 0,25pt
   b- Déterminer le lieu des points G_m lorsque m décrit $\mathbb{R}^*$. 0,25pt
   c-Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $ML^2 - MK^2 + MU^2 = \frac{a^2}{4}$ 0,75pt
4) a- Trouver les entiers naturels strictement supérieurs à 1 dont les cubes divisent 18360. 0,5pt
   b- En déduire dans $\mathbb{N}$, la résolution de l'équation $b^3(\,2b^2 + 2b + 1\,) = 18360$. 0,25pt

   c- Un nombre s'écrit 36723 dans le système décimal et $\overline{442003}$ en base b. Déterminer b. 0,25pt

Exercice 2 : 2,25pts

1) Soit n un entier naturel non nul et différent de 1. On pose A=$n^2 - 2n + 2$, B= $n^2 + 2n + 2$ et $d = pgcd(A, B)$
   a)Montrer que $n^4 + 4$ n'est pas premier 0,25pt
   b) Montrer que tout diviseur de A qui divise n divise 2. 0,5pt
   c)Montrer que tout diviseur commun de A et B divisent $4n$ 0,5pt
2) Soit x et y deux entiers naturels non nuls et l'équation (E) : $pgcd(x, y) + ppcm(x, y) = y + 9$
   a)Montrer que si (x, y) est solution de (E), alors $pgcd(x, y) \in \{1 ; 3 ; 9\}$ 0,5pt
   b) Résoudre dans IN* × IN* l'équation (E) si $pgcd(x, y) = 1$ 0,5pt

Exercice 3 : 2,25pts

Le plan P est rapporté a un repère orthonormé (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$). On prendra pour unité graphique 3 cm. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives a, b, c et d telles que $a = 3$; $b = 1 + \frac{2}{3}i$; $c = 3i$ et $d = -\frac{1}{3}i$

1. Représenter les points A, B, C et D. 0,25pt
2. Déterminer l'angle ϑ et le rapport k de la similitude directe S transformant A en B et C en D. 0,5pt
3. Donner l'´écriture complexe de S. En déduire l'affixe du centre I de S. 0,5pt
4. Soit M le point de coordonnées (x; y) et M'(x' ;y') son image par S. Montrer que : $\begin{cases} x' = -\frac{1}{3}y + 1 \\ y' = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \end{cases}$ 0,25pt
5. On construit une suite (M_n) de points du plan en posant $\begin{cases} M_0 = A \\ M_{n+1} = s(M_n) \end{cases}$ $\forall\, n \in \mathbb{N}$. Pour tout entier naturel n , on note z_n l'affixe du point M_n et on pose $r_n = |z_n - 1|$.
5.1 Montrer que (r_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. 0,5pt

5.2 Déterminer le plus petit entier naturel k tel que $IM_k \leq 10^{-3}$ 0,25pt

Exercice 4 : **1,75pt**

f est la fonction définie sur IR \ {$-\frac{1}{2}$} par $f(x) = \frac{3x+1}{(2x+1)^2}$

1) Déterminer les réels a et b tels que pour tout x distinct de $-\frac{1}{2}$, $f(x) = \frac{a}{2x+1} + \frac{b}{(2x+1)^2}$ **0,5pt**

2) En déduire les primitives de f sur $]-\frac{1}{2}, +\infty[$. **0,5pt**

3) Déterminer la primitive F de f sur $]-\frac{1}{2}, +\infty[$ vérifiant F(0) =1 **0,25pt**

Problème : 10 pts

Partie A : 4,25pts

On considère la fonction f définie par $f(x) = x - ln|x|$ et on note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité 2cm

1 .a) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. **1pt**

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **1,25pt**

2.a) Démontrer que (C) coupe l'axe des abscisses en un seul point A dont on notera α son abscisse et vérifier que que $\alpha \in]-1 ; -\frac{1}{2}[$. **0,75pt**

b) Etudier la position relative de (C) et la droite (D) d'équation $y = x$. **0,5pt**

c) Tracer (C) et (D) ainsi que la tangente à (C) au point d'abscisse -1. **0,75pt**

Partie B : 5 ,75pts

L'objet de cette partie est de déterminer une valeur approchée du nombre réel α de la 2.a) de la partie A. Pour cela, on considère la fonction φ définie sur $[-1 ; -\frac{1}{2}]$ par $\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$

1.a) Démontrer que α est l'unique solution dans $[-1 ; -\frac{1}{2}]$ de l'équation $\varphi(x) = x$ **1pt**

b) Vérifier que pour tout réel $x \in [-1 ; -\frac{1}{2}]$, on a $\varphi(x) = \frac{x}{x-1}(ln|x| - 1)$ et $\varphi'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} f(x)$ **1pt**

c) Etudier le sens de variation de φ sur $[-1 ; -\frac{1}{2}]$. **0,5pt**

d) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de $\varphi(-\frac{1}{2})$. **0,25pt**

e) Démontrer que pour tout $x \in [\alpha ; -\frac{1}{2}]$, $\varphi(x) \in [\alpha ; -\frac{1}{2}]$ **0,5pt**

2. On considère la suite numérique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \varphi(u_n) \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}^*$

a) Démonter que pour tout $x \in [\alpha ; -\frac{1}{2}]$, $|\varphi'(x)| \leq \frac{1}{9}$. **0,5pt**

b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{9} |u_n - \alpha|$. **0,75pt**

c) Démontrer alors que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2} (\frac{1}{9})^n$. **0,5pt**

d) Déduire que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite **0,5pt**

e) Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près **0,25pt**