EDUCCIA CORPORATION

BACCALAUREAT BLANC 2020

Terminale C&D

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE: 4 heures

La réussite à un examen passe par le respect des consignes

Educcia, Une voie vers l'avenir

Exercice 1: nombres digisibles (04 points)

On dit qu'un nombre entier est digisible lorsque les trois conditions suivantes sont vérifiées:

i) Aucun de ses chiffres n'est nul

ii) II s'écrit avec des chiffres tous différents

iii) Illest divisible par chacun d'eux. Par exemple, 432 est digisible car il est divisible par 3, Par 2 et par 4. Mais 32 n'est pas digisible car il n'est pas divisible par 3

1. Proposer un entier digisible à deux chiffres et un entier digisible à quatre chiffres. 0,5 pt

2. Soit dun entier digisible s'écrivant avec un 5.

a) Quel est le chiffre des unités du nombre d? $0,5$ pt

b) Démontrer que tous les chiffres de d sont impairs. 0,5 pt

c) Démontrer que d s'écrit avec au plus quatre chiffres. 0,5 pt

d) Déterminer le plus grand entier digisible s'écrivant avec un 5. 0,5 pt

3. Soit n un entier digisible quelconque.

a) Démontrer que n s'écrit avec au plus sept chiffres. 0,5 pt

b) sin s'écrit avec sept chiffres, dont un 9, déterminer les chiffres de n. 0,5 pt

c) Déterminer le plus grand entier digisible. 0,5 pt

EXERCICE 2: une fonction peu commune (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x)=\int_1^x \frac{e^t}{t} dt$

1) Étudier le sens de variation de la fonction f.$0,5$ pt

2)

a) Démontrer que pour tout $x \in]0;1]$, $f(x) \leq \ln(x)$. 0,5 pt

b) En déduire la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0. 0,5 pt

3) On désire dans cette question étudier la limite de fen l'infinie.

a) Montrer que pour tout réel x non nul positif, $x \geq 2\,l\,n(x)$ et en déduire que $e^x \geq x^2\ 0,5pt$

b) Démontrer que pour tout réel $x \geq e$, $\int_e^x \frac{e^t}{t} dt \geq \frac{1}{2}\left(x^2-e^2\right).0,5pt$

c) En déduire que pour tout réelx $\geq e$, $f(x) \geq \frac{1}{2}\left(x^2-e^2\right).0,5pt$

d) En déduire la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$. 0,5 pt

4) Dresser le tableau de variation de la fonction f.$0,5$ pt

5) Déterminer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$. Préciser les branches infinies de la représentation graphique (C) de la fonction f. 0,5 pt
6) Déterminer une équation de la tangente (D) $\dot{a}$ (C) au point d'abscisse 1. 0,5 pt
7) Tracer la droite (D) dans un repère orthonormé puis donner l'allure de (C). 1 pt

PROBLEME : (10 points)
A-Dans le plan orienté, on considère un parallélogramme EFGH de centre 0. On désigne
par Al'image de G par la rotation de r de centre O et d'angle - $\frac{\pi}{2}$; On désigne par B l'image de H par la rotation r ' de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. On not I milieu du segment $[G, H]$
1- Placer ces différents points sur une figure.
L'objet de cette partie du problème est de démontrer que la médiane (OI) du triangle OGH est une hauteur du triangle OAB. A cet effet on propose deux méthodes:
2- On rapporte le plan à un repère orthonormé direct d'origine O, tel que laffixe du point G est égale à l. On note z, l'affixe du point H. Calculer les affixes des points I, A et B en
fonction de z.
3- Prouver que les points O et I sont distinct ainsi que les points A et B lpt
4- Montrer que la droite (OI) est perpendiculaire à la droite (AB)
5- On désigne par h l'homothétie de centre G et de rapport 2.
a) Déterminer les images par h des points O et I. $0,5pt$
b) Déterminer l'image par r ' du point $E\ 0,5pt$
c) Conclure $0,5pt$

B- On Considère dans le plan un carré ABCD de centre P tel que, $AB=8\mathrm{cm}$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})=\frac{\pi}{2}$. On note Q lemilieu de $|CD|$. S, la similitude directe telle que $S(A)=P\ S(C)=Q\cdot L$ 'objet de cette partie du probleme est de définir les éléments géométriques de S
en utilisant deux méthodes: (faire une autrefigure)

I- Première méthode

On considère le repère orthonormé $(A|\vec{u},\vec{v})$; les vecteurs unitaires étant respectivement colinéaires et de même que AB et AD. L "unité étant le cm

a) Préciser les affixes des points A, C, P et Q, notées respectivement a, c, p et q. $0,5pt$

b) Par S, le point M d'affixe z se transforme en M ' d'affixe z ' tel que $z' = \alpha z + \beta$ ou α et β sont deux nombres complexes. Déterminer α et β. $1pt$

c) Déterminer les éléments géométriques de S

II- Deuxième méthode:

a) A partir de la définition de S, retrouver géométriquement son rapport λ et son centre O. $0,5pt$

b) Justifier que S possède un centre Ω et montrer que Ω, A, P et D sont cycliques. 0,5 pt

c) En déduire que Ω appartient au cercle de diamètre $|AB|$

$$0,5pt$$

d) Par un raisonnement similaire, montrer Ω que appartient au cercle de diamètre $|PC|$

$0,5pt$

e) Faire une figure, tracer les deux cercles et préciser la position du point Ω. $0,5pt$

$NB:-$Les parties A et B sont indépendantes.

- On tiendra compte de la présentation et des copies numérotés $ABCD$ cocycliques ssi $\left(\overrightarrow{BD}\widehat{\ }\overrightarrow{DC}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AB}\widehat{\ }\overrightarrow{AC}\right)(2\pi)$