REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie
MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DELEGATION REGIONALE DU LITTORAL
DELEGATION DEPARTEMENTALE DU WOURI
COLLEGE BILINGUE DU CENTRE
B.P. : 8370 DOUALA
Tél. : 243 06 45 77 / 675 65 67 74 / 676 54 814 01
ANNEE SCOLAIRE 2019 / 2020

Aut. N° 0063/51 MINEDUC Dept. /SAPE
du 19/04/1976

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace– Work – Fatherland
MINISTRY OF SECONDARY EDUCATION
REGIONAL DELEGATION OF LITTORAL
DIVISIONAL DELEGATION OF WOURI
CENTRAL BILINGUAL COLLEGE
PO BOX. : 8370 DOUALA
Tél. : 243 06 45 77 / 675 65 67 74 / 676 54 84 01
ACADEMIC YEAR 2019 / 2020

EXAMEN BLANC N° 1	CLASSE : T^le^ D	DUREE : 4H	COEF. : 4

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : 4 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{u};\vec{v})$, unité $2cm$. On considère les points A, B, C d'affixes respectives a, b, c avec
$a = -1 + i\sqrt{3}$; $b = -1 - i\sqrt{3}$ et $c = 2$

1) Placer ces points dans le repère. (on complétera au fur et à mesure la figure). **0.5pt**

2) a) Vérifier que $\frac{b-c}{a-c} = e^{i\frac{\pi}{3}}$. **0.75pt**

b) En déduire la nature du triangle ABC. **0.5pt**

3) Etablir que l'ensemble (Γ) des points M d'affixe z vérifiant $2(z+\bar{z}) + z\bar{z} = 0$ est un cercle de centre Ω d'affixe $\omega = -2$, dont on précisera le rayon. Construire (Γ). **0.75 pt**

4) On considère la rotation r de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Quelles sont les images des points A et B par la rotation r ? **0.5pt**

b) Construire le point tel D que $D = r\left(A, \frac{\pi}{3}\right)(C)$, puis calculer son affixe. **0.5 pt**

c) Déterminer l'image du cercle (Γ) par la rotation r. **0.5pt**

Exercice 2 /05points

I. On considère les trois suites (u_n), (v_n) et (w_n) définies par: $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n+v_n}{2} \end{cases} ; \quad \begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \frac{u_{n+1}+v_n}{2} \end{cases} \text{et } w_n = v_n - u_n .$$

1- Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$. **1 pt**

2- Exprimer w_n en fonction de n et préciser la limite de la suite (w_n). **0.5 pt**

3- Soit la suite (t_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, t_n = \frac{u_n+2v_n}{3}$.

a) Démontrer que (t_n) est constante. **0.5 pt**

b) En déduire les limites des suites (u_n) et (v_n). **0.5 pt**

II- On considère l'équation différentielle (E): $y' - 2y = b(x)$, où $b: x \mapsto b(x)$ est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. Désignons par F une primitive de la fonction $x \mapsto e^{-2x}b(x)$.

1) Montrer que la fonction $h: t \mapsto e^{2t}F(t)$ est une solution particulière de l'équation différentielle (E): $y' - 2y = b(x)$. **0.25 pt**

2) Montrer que une fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction $f - h$ est solution d'une équation différentielle (E_0): $y' - 2y = 0$. **0.5 pt**

3) Résoudre (E_0), puis (E). **0.25pt x 2**

4) Linéariser la fonction $g: x \mapsto sin^4(x)$. **0.5 pt**

5) Déterminer la solution h_0 de l'équation différentielle (E'): $y' - 2y = e^{2x}sin^4(x)$ qui s'annule en 0. **0.75pt**

PROBLEME (11 points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal (unités 2cm en abscisses et 4cm en ordonnées). On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = \frac{2lnx}{x^2+x}$ et $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - lnx$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f et (C_g) celle de g.

Partie A / Etude de g

1- Déterminer le domaine de définition de g. **0.5pt**

2- Préciser le sens de variation de g sur $]0, +\infty[$. **0.75pt**

3- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $]0, +\infty[$ une solution unique α. **0.5pt**

4- Calculer $g(1)$ et $g(2)$; puis trouver un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}. **1pt**

5- Etudier le signe de la fonction g sur $]0, +\infty[$. **0.5pt**

Partie B / Etude de f

1- a) Déterminer le domaine de définition de f. **0.5pt**

b) Etudier les limites de f en 0 et en $+\infty$. Interpréter graphiquement ces résultats. **1pt**

2-a) Montrer que pour tout $x>0$; $f'(x) = 2\left[\frac{2x+1}{(x^2+x)^2}\right] g(x)$. **0.5pt**

b) Dresser le tableau de variation de f . **0.75pt**

3- Montrer que $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$. **0.5pt**

4- Construire (C)dans un repère orthogonal en prenant pour unités 2cm en abscisses et 4cm en ordonnées (On prendra $\alpha = 1.85$) **1pt**

Partie C / Encadrement d'une aire

Soit A l'aire en cm² du domaine plan délimité par les droites d'équations $x = 1$, $x = \frac{3}{2}$, l'axe des abscisses et la courbe de f

1- Ecrire A à l'aide d'une intégrale **0.5pt**

2- On pose $I = \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{\ln x}{x}\, dx$ et $J = \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{\ln x}{x^2}\, dx$.

a) Calculer I **0.5pt**

b) En utilisant une intégration par parties, calculer J **0.75pt**

3- On pose $K = \int_1^{\frac{3}{2}} f(x)\, dx$

a) Montrer que pour tout $x \geq 1$; $\frac{\ln x}{x^2} \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x}$ **0.5pt**

b) En déduire un encadrement de K. **0.5pt**

4-a) Exprimer A en fonction de K . **0.25pt**

b) En déduire un encadrement de A en cm² **0.5pt**