LE PLATEAU DU SAVOIR EN PREMIERE "C", "D" & "E"

Collection le médicament

- Cours bien détaillés
- Exercices types examens corrigés et commentés

Avant propos

Vous avez entre vos mains et sous vos yeux, un livre de Physique destiné à améliorer la performance et la compétence des élèves candidats aux examens, **"LE PLATEAU DU SAVOIR"** vient avec la dernière énergie faciliter l'apprentissage et la manipulation des objets de la Physique. C'est dans ce but que **"LE PLATEAU DU SAVOIR"** prêche des cours sans précédent, donne des détails à la limite que possible. **"LE PLATEAU DU SAVOIR"** traite des exercices classés et gradués, adaptés au rythme de chaque apprenant.

La bonne maitrise de la logique, des techniques, des méthodes et principaux résultats en Physique voient le jour avec **"LE PLATEAU DU SAVOIR"** au sens strict de la compréhension, de la maitrise et de l'approfondissement de la Physique. **"LE PLATEAU DU SAVOIR"** fait une initiation à l'analyse des problèmes, à la pensée déductive des résultats et au raisonnement dissertative, solution au fondement d'une solide formation intellectuelle, bref **"LE PLATEAU DU SAVOIR"** est un livre qui parle.

Nous croyons sincèrement pour notre part que ce livre ne prêche pas des dogmes par ses cours et exercices, mais prêche des savoirs régissant par des méthodes appropriées et des techniques diverses et importantes aussi bien pour les élèves que pour les enseignants.

NB : Vu le boom des **NTIC** fortement constatés, **"LE PLATEAU DU SAVOIR"** ne revient pas sur les anciens sujets d'examens pour les traités mais propose et traite des exercices types examens selon les exigences du programme en vigueur et nous voici à la portée de tout examen et même des concours!

NB : Les fautes dans ce document ne pourront jamais manquer du fait que toute œuvre humaine n'est jamais parfaite et les figures que nous avons faites ne sont que des esquisses.

TEBAYA AMBROISE

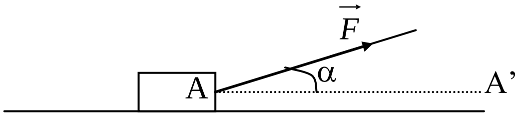
TABLE DES MATIERES

Chapitre 1 : TRAVAIL ET PUISSANCE D'UNE FORCE

I. Travail d'une force.

1. Travail d'une force constante en déplacement rectiligne.

Rappel : On appelle force toute action capable de mettre un objet en mouvement ou bien de modifier le mouvement d'un solide ou encore de déformer un objet élastique.



Le travail W d'une force constante $\vec{F}$ qui déplace son point d'application de A à A' est défini par la relation suivante : $W = \vec{F}.\overrightarrow{AA'} = F.AA'\cos(\widehat{\vec{F}.\overrightarrow{AA'}}) = F.AA'\cos\alpha$

- L'unité du travail est le joule de symbole J.
- Le travail d'une force est une grandeur algébrique.

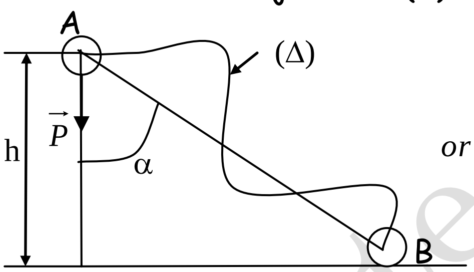
Car si la force $\vec{F}$ est une force motrice alors $W > 0$ et le travail est dit moteur.

Si la force $\vec{F}$ est une force résistante alors $W < 0$ et le travail est dit résistant.

2. Travail d'une force constante appliquée à un solide en translation.

Cas du poids d'un corps :

Soit un corps de poids $\vec{P}$ constant abandonné au point A d'altitude h qui tombe au point B suivant la trajectoire (Δ).



$$W(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AA} = P.AB\cos\alpha$$

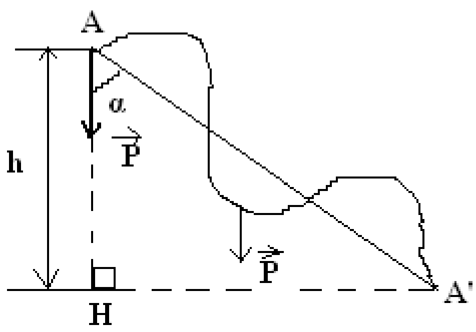
$$or\ \cos\alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB\cos\alpha\ d'où$$

$$W(\vec{p}) = P.h$$

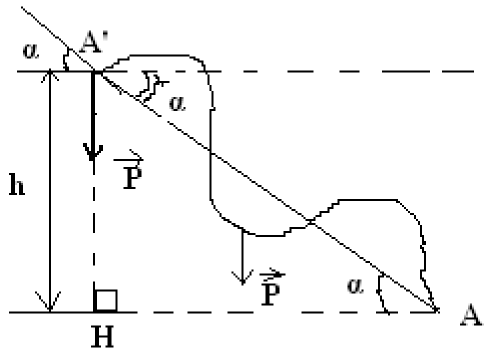
h est aussi appelé dénivellation c'est-à-dire différence de niveau entre le point de départ et le point d'arrivée.

L'expression de travail du poids d'un corps montre qu'il ne dépend pas du chemin suivi (Δ) mais dépend plutôt du chemin utile (dénivellation h).

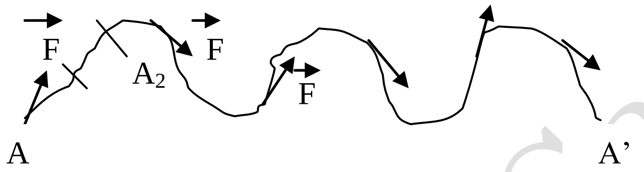
Note : **- Le poids d'un corps en chute est moteur ainsi** $W(\vec{P}) > \vec{0}$.



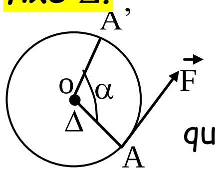
- Le poids d'un corps en mouvement ascendant est résistant et $W(\vec{P}) < \vec{0}$.



NB : Le travail d'une force F ne dépend pas du chemin suivi mais seulement du point de départ et du point d'arrivé.



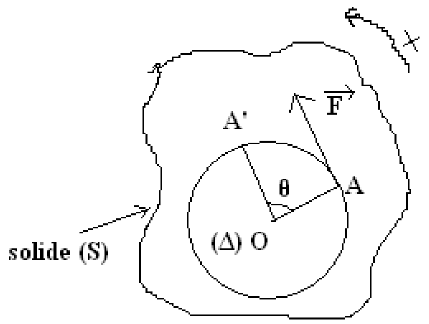
3. *Travail d'une force constante appliquée à un solide mobile autour d'un axe fixe Δ.*



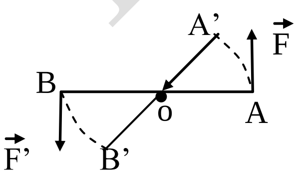
Soit un solide S tournant autour de l'axe fixe Δ passant par le point O, soit une force constante $\vec{F}$ tangente à la trajectoire qui est un cercle de centre O et de rayon OA = R qui déplace son point d'application de A à A'. Le travail de $\vec{F}$ a pour expression :

W (F) = F.$\overset{\frown}{AA'}$ or $\overset{\frown}{AA'}$= Rα. ⇒ W($\vec{F}$) = F.Rα or $M_{\Delta}(\vec{F}) = F.R$ d'où $W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}).\alpha$

α en radian (rad) et $M(\vec{F})$ moment de $\vec{F}$ par rapport à Δ en N.m.



4. *Travail d'un couple de forces.*

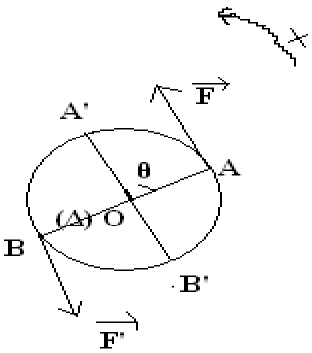


On appelle couple de force, un ensemble de deux forces parallèles, de même direction, de même intensité (F=F') mais de sens contraire.

$W = W(\vec{F}) + W(\vec{F'}) =$ F.AA' + F.BB'. or AA' = BB'= OA. α ⇒

W = 2F.OA. α or 2OA = AB ⇒ W = F. AB. α et

$M_{\Delta} = F.AB$ est le moment du couple de force d'où $W = M_{\Delta}.\alpha$



II. Puissance d'une force.

1. Puissance moyenne d'une force.

Elle est le travail effectué par unité de temps.

$P = \frac{W}{t}$ P en watt(w) et t en seconde(s).

2. Puissance instantanée.

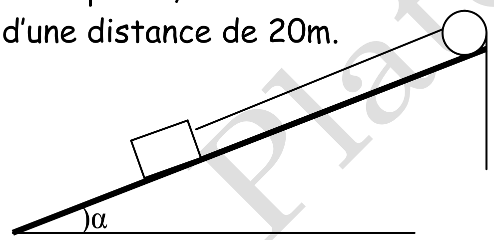
- Cas d'une force constante en mouvement de translation.On a W = F.ABcos α et $P = \frac{W}{t} = F.\frac{AB}{t}\cos\alpha = F.V\cos\alpha = \vec{F}.\vec{V}$.
- Cas d'une force constante en mouvement de rotation autour d'un axe fixe Δ.

On a : $W = M_\Delta(\vec{F}).\alpha$ et $P = M_\Delta(\vec{F}).\frac{\alpha}{t}$ or $\frac{\alpha}{t} = \omega =$ vitesse angulaire en rads^{-1}

$\Rightarrow P = M_\Delta(\vec{F}).\omega$ avec $\omega = 2\pi N$ où N= vitesse de rotation en trs/s.

Exercice d'application :

Un corps de masse m = 20kg se déplace sans frottement sur un plan incliné d'un angle α = 20° sur l'horizontal. Il est tiré par l'intermédiaire d'une corde passant par la gorge d'une poulie, le solide est animé d'un mouvement rectiligne uniforme. Il se déplace d'une distance de 20m.



1. Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide.
2. Déterminer l'intensité de chacune des forces.
3. Calculer le travail de chacune des forces et conclure.
4. Le déplacement étant effectuée à la vitesse de 20m/s, quelle est la

Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

Calculer le travail d'une force $\vec{F}$ d'intensité 700N au cours d'un déplacement sur une route rectiligne appliquée à un solide, d'une distance de 10m dans les différents cas suivants : α =0° ; α = 45° ; α = 90° ; α = 120°.

Conclure pour chaque cas en précisant si le travail est moteur ou résistant.

Solution:

Calcul du travail de la force dans chacun des cas.

On a : $W(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AA'} = F.AA.\cos\alpha$.

α	0°	45°	90°	120°
$W(\vec{F})$enJ	7 000	4949,7	0	-3 500
conclusion	Travail moteur	Travail moteur	?	Travail résistant

Note : **Si** $W(\vec{F}) > 0$ alors le travail de cette force est moteur et la force est motrice.

Si $W(\vec{F}) < 0$ alors le travail de cette force est résistant et la force est résistante.

Exercice2 :

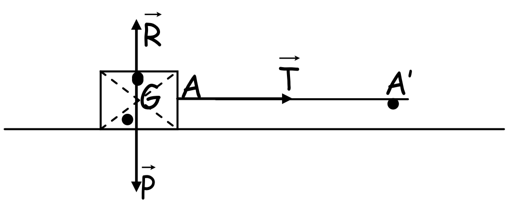
On déplace un meuble sur un plancher horizontal. Les forces exercées sur le meuble sont :

- Le poids $\vec{P}$, d'intensité 600 N ;
- La réaction $\vec{R}$ du sol, d'intensité 600 N ;
- La force de traction $\vec{T}$, horizontale et d'intensité 200 N.

1. Faire le schéma des forces.
2. Calculer le travail de chacune des forces pour un déplacement de 2m dans la direction de $\vec{T}$.

Solution:

1. schéma des forces.



2. Calcul du travail de chacune des forces.

* Travail de $\vec{P}$: $W(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{GG'} = 0$ car $\vec{P} \perp \overrightarrow{GG'}$.

* Travail de $\vec{R}$: $W(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R} \perp$ au déplacement.

* Travail de $\vec{T}$: $W(\vec{T}) = \vec{T}.\overrightarrow{AA'} = T.AA'\cos\widehat{\vec{T}.\overrightarrow{AA'}}$ or $\widehat{\vec{T}.\overrightarrow{AA'}} = 0$

$\Rightarrow W(\vec{T}) = T.AA' = 200x2 = 400J$.

Note : **le travail d'une force perpendiculaire au déplacement est toujours nul.**

Exercice3 :

Une brouette contenant une masse M de sable repose sur le sol. Un maçon :

- soulève les bras de la brouette, la roue restant au sol (phase 1) ;
- déplace la brouette en la faisant rouler sur un sol horizontal (phase2) ;
- la repose sur le sol (phase 3).

Indiquer pour chaque phase si le travail du poids de l'ensemble (brouette + sable) est positif, négatif ou nul.

Solution:

Indiquons pour chaque phase si le travail du poids de l'ensemble est positif, négatif ou nul.

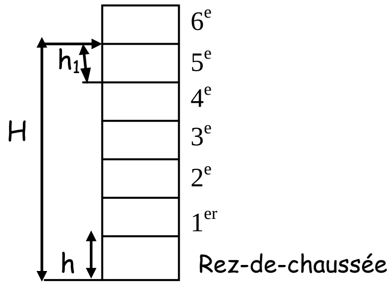
Phase 1 : Le centre de gravité G de l'ensemble s'élève et le poids s'oppose au mouvement, il est dit résistant d'où son travail est négatif.

Phase 2 : Le centre de gravité est à une altitude constante. Le poids $\vec{P}$ est constamment perpendiculaire au déplacement d'où le travail est nul.

Phase 3 : Le centre de gravité se déplace dans le même sens que le poids. Il est donc dit moteur et dans ce cas son travail est positif.

Exercice4 :

Un charbonnier, porteur de 50kg de charbon, gravit les 6 étages d'un immeuble urbain ; la hauteur moyenne d'un étage étant 4m.



1. Calculer le travail résistant du poids de la charge transportée.
2. Ce travail dépend-t-il de la forme de l'escalier ?

Solution:

1. Travail résistant du poids de la charge

$W(\vec{P}) = P.H$ avec H= $6h_1 \Rightarrow W(\vec{P}) = 6mgh_1$

AN : $W(\vec{P})$ = 4×50×10×6=12000 $\Rightarrow$ $W(\vec{P})$ =12 000 J.

2. Le travail ne dépend de la forme de l'escalier mais plutôt du chemin utile qui est la dénivellation entre le rez-de-chaussée et le 6e étage.

Note : Le travail d'une force ne dépend jamais du chemin suivi mais dépend plutôt du chemin utile.

Exercice5 :

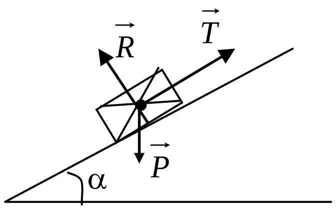
Une voiture de masse m = 1200kg monte une côte à 15 % d'un mouvement rectiligne uniforme.

1. Faire un schéma du montage et dresser le bilan des forces qui s'exercent sur la voiture.
2. Quelle est l'intensité de la force développée par le moteur ?
3. Quelle est l'intensité de la réaction de la route ?

4. Calculer le travail de chacune de ces forces pour un déplacement rectiligne de 120m.
5. Quelle est la puissance développée par la force motrice lorsque la vitesse est de 45km/h ? On prendra g = 10N/Kg.

Solution:

1. Schéma du montage.



Bilan des forces.

On a :

- Le poids $\vec{P}$ de la voiture.
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné
- La force de traction $\vec{T}$ du véhicule.

2. Intensité de la force développée par le moteur.

mouvement uniforme on a : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=\vec{0}$ (1) et

$$\vec{P}\begin{pmatrix} P_x = & P\sin\alpha \\ P_y = & P\cos\alpha \end{pmatrix} \quad \vec{R}\begin{pmatrix} R_x = 0 \\ R_y = R \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{T}\begin{pmatrix} T_x = T \\ T_y = 0 \end{pmatrix}$$

En projetant la relation (1) sur l'axe des abscisses on obtient :

$P_x + R_x + T_x = 0 \Leftrightarrow -P\sin\alpha + T + 0 = 0 \Rightarrow T = mg\sin\alpha$.

AN : $T = 1200 \times 10 \times \dfrac{15}{100} = 1800 \Rightarrow T = 1800N$.

3. Intensité de la réaction de la route .

En projetant la relation (1) sur l'axe des ordonnées on obtient :

$P_y + R_y + T_y = 0 \Rightarrow -P\cos\alpha + 0 + R = 0 \Rightarrow R = mg\cos\alpha$ avec $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ on a

$R = mg\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

AN: $R = 1200 \times 10\sqrt{1-\left(\dfrac{15}{100}\right)^2} = 11864 \Rightarrow R = 11864$ N.

4. Calcul du travail de chacune des forces.

$W(\vec{R}) = 0 \text{ car } \vec{R}$ est perpendiculaire au déplacement.

$\vec{P}$ résistant $\Rightarrow W(\vec{P}) = -Ph$ or h =dsinα $\Rightarrow W(\vec{P}) = -mgd\sin\alpha$.

AN : $W(\vec{P})$ = -1200×10×120x0,15 = -216.10^3 J.

$W(\vec{T}) = \vec{T}.\vec{d} = T.d$ car $\cos\widehat{\vec{T}.\vec{d}} = 0$

AN : $W(\vec{P})$ =1800×1200=2160 000 $\Rightarrow W(\vec{P})$ =216×10^4 J.

5. Puissance développée par la force motrice.

$P = \dfrac{W(\vec{T})}{t} = T.\dfrac{d}{t}$ or $\dfrac{d}{t} = V \Rightarrow$ P=T.V AN : P=216×10^4×45000/3600= 22 500 $\Rightarrow$ P=22500W.

Exercice6 :

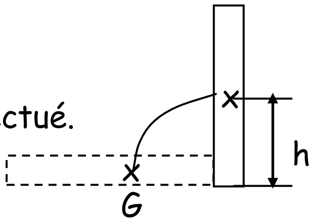
Une poutre rectiligne, homogène et de section constante, dont la longueur est de 10m et la masse 400kg, repose sur le sol horizontal. Une grue la soulève par l'une de ses extrémités jusqu'à la rendre verticale, l'autre extrémité restant en contact avec le sol.

1. Calculer le travail fourni par le moteur qui actionne la grue, en admettant qu'il n'ait qu'à vaincre le poids de la poudre.
2. Quelle est la puissance de ce moteur si le déplacement s'effectue en une minute ?

Solution:

1. Travail fourni par le moteur.

   Déterminons le travail du poids effectué.



avec $h = \frac{l}{2}$

Le poids $\vec{P}$ se soulève on a : $W(\vec{P})$ = -Ph = $-P\frac{l}{2}$ = 400x10x5 d'où le travail du moteur de la grue est W= 20 000 J.

2. Puissance de ce moteur.

   $P = \frac{W}{t}$ AN : $P = \frac{20000}{60}$ = 333,33 $\Rightarrow$ P=333,33 W.

Exercice7 :

L'eau d'un lac artificiel subit la dénivellation de 30m avant de faire tourner des turbines hydrauliques ; sachant que les canalisations débitent 10.000m^3 à la minute.

1. Calculer la puissance des turbines en admettant qu'elles peuvent accomplir un travail égal aux 8/10 du travail qu'a effectué en tombant le poids de l'eau qu'elles reçoivent et dans le même temps.
2. La puissance utile d'une turbine centrale hydraulique est P=110MW. La hauteur de chute de l'eau alimentant cette turbine est h = 95m.
   a. Calculer le débit d'eau théorique.
   b. Calculer le débit réel lorsque le rendement est de 80,5%.

   ρ_e=1000g/m^3 ; g=10N/kg.

Solution:

1. Puissance des turbines.

on a : $P = \frac{W}{t}$ or $W_t = \frac{8}{10}W(\vec{P}) = \frac{8}{10}.P.h = \frac{8}{10}mgh$

AN : $P = \frac{8}{10} \times \frac{10^7 \times 10 \times 30}{60} = 4.10^7 \Rightarrow P = 4.10^7\, Kw$.

7.2-

2. a. Calcul du débit d'eau théorique.

__Note__ : Par définition, le débit d'eau est le volume qui a traversé une région donnée par unité de temps.

On a $\underset{\text{m}^3/\text{s}}{a} = \frac{V \leftarrow \text{m}^3}{t \leftarrow \text{s}}$

- Le travail du poids d'une masse d'eau qui tombe en chute est: W=P.h=mgh. Ce travail fait tourner les turbines pendant un temps t. On a aussi W=Pt d'où mgh=P.t or

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \rho Vhg = P.t \Leftrightarrow \frac{V}{t} = \frac{P}{\rho hg}$ on a en définitive : $a = \frac{P}{\rho gh}$

AN: $a = \frac{110.10^6}{10^3 \times 10 \times 950}$ =11,5789 m^3/s.

b. Calcul du débit d'eau réel.

Soit W le travail fourni par la chute des eaux à la turbine on a : W =P.h=mgh et W' le travail reçu par la turbine pour fonctionner W'=Pt

On a $r = \frac{W'}{W} = \frac{Pt}{mgh} = \frac{pt}{\rho Vgh}$ car m =ρV

$\Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\rho gh}{P} \times \frac{V}{t} = \frac{\rho gh}{P} \times a$ d'où $a = \frac{P}{r\rho gh}$ AN: $a = \frac{110.10^6}{0{,}8 \times 10^3 \times 10 \times 950} = 14 m^3/s$

Exercice8 :

On dispose de pierres de tailles cylindriques identiques de 10cm de hauteur et de masse égale à 1000kg. Elles sont sur un même plan horizontal et on veut les placer les unes sur les autres pour obtenir une colonne verticale ; quel est au minimum le travail à fournir ?

Solution:

Travail minimum à fournir.

Le poids du premier cube ne fournit aucun travail d'où W_1= 0.

Le poids du second cube effectue un chemin utile égal à sa taille W_2 = -P.h<0, car le poids s'oppose à la montée.

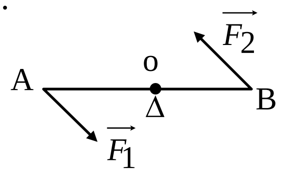
Celui du 3ème cube effectue un chemin utile égal à 2h, W_3=-P2h. Par récurrence on peut écrire que : W_4= -P.3h; W_5=-P4h ; W_6=-P5h ⇒

$W = \sum W_i = 0 - Ph - 2Ph - 3Ph - 4Ph - 5Ph$ =-15Ph ⇒ W =-15mgh.

AN : W = -15x10^3x10x0,1 ⇒ W= -15x10^3 J = -15 KJ.

Exercice9 :

Soit le schéma suivant :



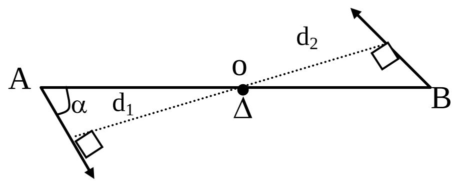
Le couple $(\vec{F_1};\vec{F_2})$ doit avoir un moment M=0,098N.m.

Les points AB sont distants de 40m.

1. Quelle est l'intensité qu'il faut donner aux forces de ce couple quand leurs droites d'action font successivement avec la barre des angles de 30° ; 45° ?
2. Quelle est la puissance développée par ce couple sachant que la vitesse angulaire de la barre est de 0,2 rad/s ?

Solution:

1. L'intensité qu'il faut fournir aux forces de ce couple.



Le moment d'un couple de forces est défini par la relation:

$$M(\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2}) = M(\overrightarrow{F_1}) + M(\overrightarrow{F_2})$$
$$= F_1.d_1 + F_2.d_2$$
$$= F(d_1 + d_2) car\, F_1 = F_2 \text{ or}$$

d_1=OAsinα et d_2 =OBsinα

$$\Rightarrow M(\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2}) = F(OA\sin\alpha + OB\sin\alpha) = F.AB\sin\alpha$$

$\Rightarrow F = \dfrac{M(\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2})}{AB\sin\alpha}$ AN: 1^{er} cas α =30° alors $F = \dfrac{0{,}098}{10\times\sin 30°} = 0{,}49 \Rightarrow F = 0{,}49N$.

2^e cas : α =45°, $F = \dfrac{0{,}098}{10\times\sin 45°} = 0{,}35 \Rightarrow F = 0{,}35N$.

2. Puissance développée par ce couple.

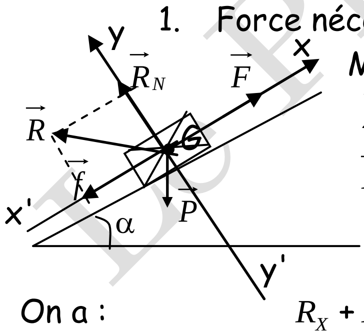
$P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{M\theta}{t} = M.\omega$. AN: P=0,098×0,2 ⇒ P=196.10^{-4} W.

Exercice10 :

Un chariot de masse 200kg gravit un plan incliné de pente 2,5%.

1. Calculer la force nécessaire pour mouvoir ce chariot sur cette pente, en supposant que les diverses forces de frottement s'évaluent à 7,5N sachant que le mouvement est uniforme.
2. On dispose d'un treuil dont le tambour a 30cm de diamètre et dont la manivelle a 50cm de long. Le chariot étant attaché à la corde du treuil, quelle force faut-il exercer sur la manivelle pour mettre le chariot en mouvement uniforme ? Conclure.
3. Quel a été le travail du manœuvre lorsque le chariot a avancé de 38m ?
4. Sachant que le manœuvre développe une puissance de 0,06KW, quelle est la vitesse du chariot ?

Solution:



1. Force nécessaire pour mouvoir le chariot.

Mouvement uniforme ou pseudo-isolé on a :

$\sum\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ (1)

$\vec{R}\begin{pmatrix} -R_x=-f \\ R_y=R_N \end{pmatrix}$; $\vec{P}\begin{pmatrix} P_x=-P\sin\alpha \\ P_y=-P\cos\alpha \end{pmatrix}$ $\vec{F}\begin{pmatrix} F_x=F \\ F_y=0 \end{pmatrix}$

Projection de (1) sur l'axe x'x :

On a : $R_X + P_X + F_X = 0 \Leftrightarrow f \quad P\sin\alpha + F = 0$

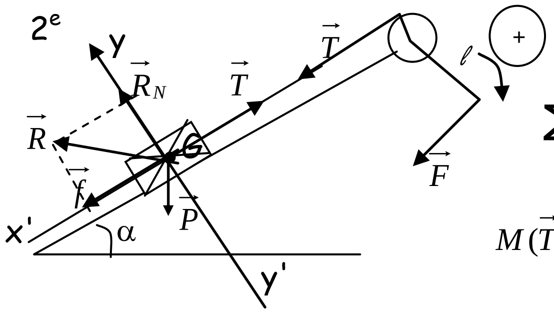
$\Rightarrow F = f + mg\sin\alpha$ AN : F=7,5+900×10×2,5/100=232,5.⇒F=232,5N.

2. Force à exercer sur la manivelle pour mettre le chariot en mouvement uniforme.

1^{er} système : le chariot.

En exploitant la question 1) on obtient :T=f + Psinα=232,5N

2^e



système : le treuil.

On a un mouvement uniforme

$\sum M\vec{F}ext = 0 \Rightarrow M(\vec{T}) + M(\vec{F}) = 0$.

D'après le sens du mouvement on a :

$M(\vec{T}) = \; T.r$ et $M(\vec{F}) = F.l \Rightarrow Tr + Fl = 0 \Rightarrow F = \dfrac{Tr}{l}$

AN : $F = \dfrac{232{,}5 \times 0{,}15}{0{,}5} = 69{,}75N$.

Conclusion : l'utilisation du treuil facilite le travail car il fait dépenser moins d'énergie.

3. Travail du manœuvre.

Lorsque le chariot avance de 38m, un point du cylindre du treuil parcourt la même distance en décrivant un angle α telle que d =rα ⇒ $\alpha = \dfrac{d}{r}$.

$W(\vec{F}) = M(\vec{F})\alpha \Rightarrow W(\vec{F}) = F.l.\dfrac{d}{r}$ $\;$ AN : $W(\vec{F}) = 69{,}75x0{,}5x\dfrac{38}{0{,}15} \Rightarrow W(\vec{F}) = 8835J$.

4. Vitesse du chariot.

Mouvement uniforme alors $V = \dfrac{d}{t}$ or $P = \dfrac{W(\vec{F})}{t} \Rightarrow V = \dfrac{dxP}{W(\vec{F})}$.

AN : $V = \dfrac{38 \times 0{,}06 \times 10^3}{380} = 0{,}06 \times 10^2 = 6 \Rightarrow \; V = 6m/s$.

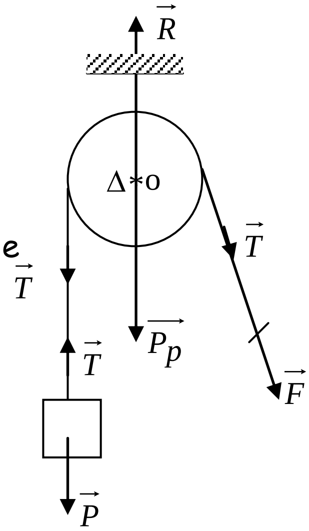
Exercice11 :

Une ménagère monte un seau d'eau d'un puits à l'aide d'une poulie de rayon r = 0,20m mobile autour d'un axe Δ fixe. Le mouvement est uniforme. Le seau et l'eau ont une masse m=19kg. On néglige les frottements et on prend g = 10 N/kg.

1. Recenser et représenter les forces extérieures qui s'exercent sur la poulie.
2. Exprimer l'intensité de la force motrice exercée par le manœuvre en fonction de m et g.
3. Calculer le travail de chacune des forces s'exerçant sur la poulie sachant qu'elle a effectué 12 tours.
4. Calculer la somme des travaux de toutes les forces exerçant sur la poulie.
5. Le système poulie est-il conservatif ? Justifier votre réponse.

Solution:

1. Recensement et représentation des forces extérieures sur la poulie et le solide.



Poulie : - son poids $\vec{P_p}$; la réaction de son axe $\vec{R}$

la tension $\vec{T}$ du fil.

Solide : - son poids $\vec{P}$; la tension $\vec{T}$ du fil.

2. Expression de l'intensité de la force motrice exercée par le physicien en fonction de m et g.

Poulie en équilibre autour de l'axe fixe Δ on a :

$\sum M\vec{F}ext = 0 \Leftrightarrow M(\vec{T}) + M(\vec{P}p) + M(\vec{R}) + M(\vec{F}) = 0$

$\Leftrightarrow$ -T.r + 0 + 0 + F.r =0 $\Rightarrow$ F=T or solide en équilibre on a : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow P = T$ d'où F=T=P=mg.

3. Détermination des travaux des forces qui s'exercent sur la poulie.

   n=12trs $\Rightarrow$ α=2π.12=24π rad car $1tr \rightarrow 2\pi rad$.

   $W(\vec{T}) = M(\vec{T}).\alpha = -T.r.\alpha = -mgr\alpha$ car $\vec{T}$ résistant.

   $W(\vec{P}p) = W(\vec{R}) = 0$.

   $W(\vec{F}) = M(\vec{F}).\alpha = mgr.\alpha$ car F=T.

4. Somme des travaux de toutes les forces extérieures exercées sur la poulie.

   $\sum W(\vec{F}ext) = W(\vec{T}) + W(\vec{F}) + W(\vec{P}p) + W(\vec{R}) = 0$

5. Le système poulie est conservatif car $\sum W\vec{F}ext = 0$.

Chapitre 2 : ENERGIE CINETIQUE

1. Définition et unité.

Elle est l'énergie qu'un solide en mouvement possède à cause de sa vitesse. Elle s'exprime en joule de symbole J.

2. Expression de l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation.

$E_c = \frac{1}{2}MV^2$.

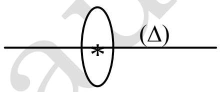
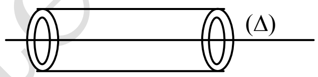
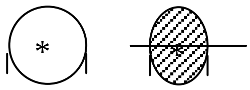
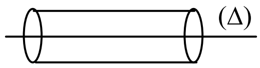
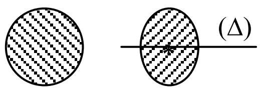
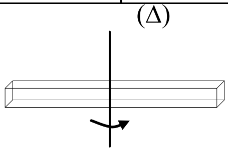
3. Expression de l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation.

$E_c = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2$ où J_Δ est le moment d'inertie du solide par rapport à son axe et s'exprime en kgm^2 et $\dot{\theta} = \omega$ est la vitesse angulaire du solide en rad/s.

4. Expression de l'énergie d'un solide en mouvement de translation et de rotation.

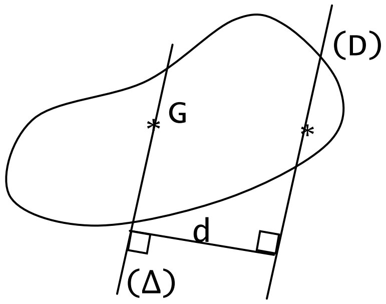
$E_c = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2$, $\dot{\theta}$ et V sont liés par la relation suivante : $V=R\dot{\theta}$.

5. Moment d'inertie de quelques solides homogènes par rapport à l'axe de symétrie Δ.

Solide de masse M et de rayon R.	Schémas.	Expression du moment d'inertie.
Cerceau ou circonférence pesante.		$J_\Delta = MR^2$
Cylindre creux.		$J_\Delta = MR^2$
Poulie.		$J_\Delta = MR^2$
Cylindre plein.		$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$
Disque.		$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$
Sphère pleine.		$J_\Delta = \frac{2}{5}MR^2$
Tige de longueur L et de masse M.		$J_\Delta = \frac{1}{12}ML^2$

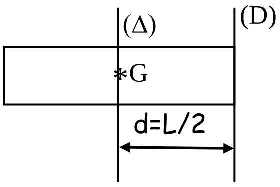
Théorème d'huyghens.

Le moment d'inertie d'un solide de masse M par rapport à un axe D ne passant pas par son centre de gravité est égal à son moment d'inertie par rapport à l'axe Δ//D augmenté du produit Md^2. D étant la distance entre les deux axes.



$$J_D = J_\Delta + Md^2$$

Exemple : tige de masse M et de longueur L.



$$J_D = J_\Delta + Md^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{ML^2}{3}$$

6. *Chocs Elastiques.*

On dit qu'il y a choc entre deux solides lorsqu'ils entre en collision.

Le choc est dit élastique lorsqu'il y a conservation de l'énergie cinétique des corps qui y participent. C'est-à-dire : somme des énergies cinétiques des solides avant le choc égale à la somme des énergies cinétique des solides après le choc. Dans le cas contraire le choc est dit soit partiellement élastique soit mou si les corps restent accolés après le choc.

Rappel : au cours d'un choc, il y a toujours conservations des quantités de mouvement pour un système isolé ou pseudo isolé.

Exercice d'application :

Deux solides S_1 et S_2 de masses respectives m_1 et m_2 et de centre de gravité respectifs G_1 et G_2 se déplacent d'un mouvement rectiligne, sans frottement.

On suppose G_1 et G_2 assujettis à se déplacer sur un segment AB. Le solide S_2 étant immobile, S_1 arrive sur lui avec une vitesse $V_1=2ms^{-1}$.

Calculer les vitesses V_1' et V_2' des deux solides après le choc et préciser le sens de leur mouvement dans les différents cas suivants :

a) $m_1<m_2$; b) $m_1>m_2$; c) $m_1 = m_2$.

Solution :

Choc élastisque $\Rightarrow \begin{cases} \text{Conservation de la quantité de mouvement.} \\ \text{Conservation de l'énergie cinétique.} \end{cases}$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{P_1} = m_1\vec{V_1} + \vec{O} = \vec{P_2} = m_1\vec{V_1'} + m_2\vec{V_2'} \Rightarrow m_1\vec{V_1} = m_1\vec{V_1'} + m_2\vec{V_2'}$$

Projetons la relation vectorielle sur l'axe ox dans le sens de $\vec{V}$: on a :

$$m_1V_1 = -m_1V_1' + m_2V_2' \Rightarrow m_1(V_1 + V_1') = m_2V_2' \quad (1)$$

Conservation de l'énergie cinétique : $E_{c1} = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + 0 = E_{c2} = \frac{1}{2}m_1V_1'^2 + \frac{1}{2}m_2V_2'^2$

$$\Rightarrow m_1(V_1^2 - V_1'^2) = m_2V_2'^2 \Leftrightarrow m_1(V_1\ \ V_1')(V_1 -+ V_1'^2) = m_2V_2'^2 \quad (2)$$

Divisons membre à membre (2) et (1) on obtient :

$V_1 - V_1' = V_2'$ (3)

(3) et (1) nous donnent le système ci-dessous $\begin{cases} V_1 - V_1' = V_2' \\ m_1V_1 + m_1V_1' = m_2V_2' \end{cases}$

La résolution nous fournit les résultats suivants : $V_1' = \frac{(-m_1 + m_2)V_1}{m_1 + m_2}$ et $V_2' = \frac{2m_1V_1}{m_1 + m_2}$

Sens du mouvement des deux solides :

a. $m_1 < m_2$ on a $V'_1 > 0$ et $V_2' > 0$ les deux solides ont le sens de $\vec{V_1}$ après le choc
b. $m_1 > m_2$ on obtient $V'_1 < 0$ et $V'_2 > 0$ c'est-à-dire le solide S_1 rebrousse chemin pendant que S_2 s'avance.
c. $m_1 = m_2$ on obtient $V'_1 = 0$ et $V'_2 = V_1$, le solide S_1 s'immobilise après le choc et S_2 s'avance avec la vitesse initiale de S_1.

7. Theorème de l'energie cinetique.

Enoncé : La variation de l'énergie cinétique d'un solide dans un intervalle de temps donné est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au solide pendant cet intervalle. $E_{C2} - E_{C1} = \Sigma W_{\vec{F}\,ext.}$

Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

Calculer l'énergie cinétique d'un solide de masse ponctuelle 2kg faisant.

1. Deux kilomètres sur une route rectiligne avec une vitesse de $2ms^{-1}$.
2. 300 révolutions par minute sur un cercle de 1m de rayon.

Solution:

1. Energie cinétique du solide en mouvement de translation.

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{AN: } E_C = \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 = 4 \Rightarrow E_C = 4J.$$

2. Energie cinétique du solide en mouvement de rotation.

$$E_C = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \text{ or } J=mR^2,\ \dot{\theta} = \frac{\theta}{t} \text{ et } \theta = 2\pi n \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}.\frac{mR^2(2\pi n)^2}{t^2}$$

$$\text{AN: } E_c = \frac{1}{2}x\frac{2\times 1\times 4\times 3{,}14^2\times 300^2}{60^2} \qquad \Rightarrow E_C = 985{,}96J$$

Note: 1 révolution = 1 tour et 1tour⇔2π rad.

Exercice2 :

Calculer l'énergie cinétique d'une boule sphérique de masse 2 kg roulant sans glisser sur une table horizontale avec une vitesse. $V = 4ms^{-1}$. On donne $J_\Delta = \frac{2}{5}mR^2$.

Solution:

Elle effectue un mouvement de translation et de rotation.

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \quad \text{or} \quad J = \frac{2}{5}mR^2 \quad et \quad \dot{\theta} = \frac{V}{R}$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}mR^2\times\frac{V^2}{R^2} \Rightarrow E_c = \frac{7}{10}mV^2 \quad \text{AN : } E_c = \frac{7}{10}\times 2\times 16 = 22{,}4 \Rightarrow E_c = 22{,}4J.$$

Exercice3 :

Une boule de billard B_1 de masse m_1 glisse sans rouler et frappe en mouvement à la vitesse $v_1 = 3ms^{-1}$ de plein fouet une deuxième boule B_2 de masse m_2 initialement immobile. Après le choc la boule B_1 reste immobile.

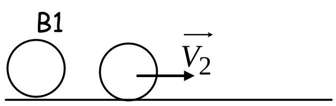
1. Calculer la vitesse v_2 de la boule B_2 après le choc dans les deux cas suivants :

   a) $m_1 = m_2$; b) $m_1 = \frac{9}{10}m_2$

2. Comparer l'énergie cinétique avant et après le choc puis conclure dans chaque cas.

Solution:

Avant le choc :



Après le choc :

1. Vitesse V_2 de la boule B_2 après le choc.

   Avant le choc on a : $\vec{P_1} = m_1\vec{V_1} + \vec{0}$

   Après le choc on a : $\vec{P_2} = m_2\vec{V_2} + \vec{0}$

Conservation de la quantité de mouvement : $\vec{P_1} = \vec{P_2} \Leftrightarrow m_1\vec{V_1} = m_2\vec{V_2} \quad \Rightarrow \vec{V_2} = \frac{m_1\vec{V_1}}{m_2}$ soit

$V_2 = \frac{m_1V_1}{m_2}$

AN : 1^{er} cas : $m_1 = m_2 \Rightarrow V_2 = V_1 = 3ms^{-1}$.

$2^{ème}$ cas: $m_1 = \frac{9}{10}m_2 \quad \Rightarrow V_2 = \frac{9}{10}V_1$ soit $V_2 = 2{,}7ms^{-1}$.

2. Energie cinétique avant et après le choc.

   Comme les billes glissent, on a que le mouvement de translation.

	1^{er} cas $m_1 = m_2$	$2^{ème}$ cas $m_1 = \frac{9}{10}m_2$
Avant le choc :	$Ec_1 = \frac{1}{2}m_1V_1^2$	$Ec_1 = \frac{1}{2}m_1V_1^2 = \frac{9}{20}m_2V_1^2$
Après le choc :	$Ec_2 = \frac{1}{2}m_2V_2^2 = Ec_1$	$Ec_2 = \frac{1}{2}m_2V_2^2 \neq Ec_1$

<u>**Conclusion :**</u> Dans le premier cas, il y a conservation de l'énergie cinétique d'où le choc est élastique.

Dans le second cas, il n'y a pas conservation de l'énergie cinétique et comme les boules ne restent pas accolées après le choc on dit alors que le choc est partiellement élastique.

Exercice4 :

Un cycliste de masse 80 kg (y compris le vélo) descend une pente sur 15m sans pédaler inclinée de 5° par rapport au plan horizontal. Les frottements sont équivalents à une force unique parallèle au sol, d'intensité constante 50N.

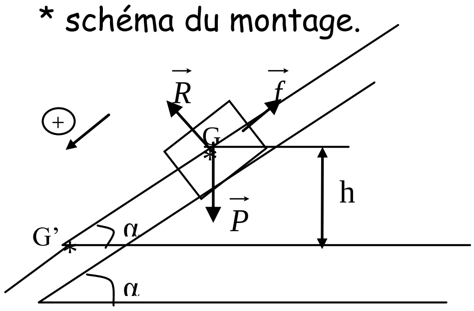
1. Faire le schéma et le bilan des forces appliquées au cycliste.
2. Calculer le travail de chaque force.
3. Calculer la somme de ces travaux.
4. En déduire la vitesse après cette descente.

   Données : g=9,8kg. Vitesse initiale = $8ms^{-1}$.

Solution:

1. Schéma du montage et bilan des forces appliquées au cycliste.

   * schéma du montage.



* <u>Bilan des forces</u>

On a : le poids $\vec{P}$ du cycliste + vélo

La réaction $\vec{R}$ de la pente

La force de frottement $\vec{f}$

2. Travail de chaque force.

Travail de $\vec{P}$: $W(\vec{P}) = P.h$ or h = dsin5° avec d = GG'

AN: $W(\vec{P})$ = 80x98x50sin5° = 3416,5 $\Rightarrow W(\vec{P})$ = 3416, 5J

Travail de $\vec{R}$: $\vec{R} \perp \overrightarrow{GG'} \Rightarrow W(\vec{R}) = OJ$

Travail de $\vec{f}$: $W(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{GG'} = f.GG'.\cos\widehat{\vec{f}.\overrightarrow{GG'}}$

AN: $W(\vec{f})$ = 50x50xcos180° =- 2 500 $\Rightarrow W(\vec{f})$ = -2 500N

3. Calcul de la somme de ces travaux.

$W = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) =$ 3416,5 – 2 500 = 916,5 $\Rightarrow$ W = 916,5J

4. Déduction de la vitesse après cette descente.

   D'après le théorème de l'énergie cinétique appliquée au cycliste entre G et G' on a :

$$Ec_{G'} - Ec_G = W \Rightarrow \frac{1}{2}mV_{G'}^2 - \frac{1}{2}mV_G^2 = W \quad \Rightarrow V_{G'} = \sqrt{\frac{2W}{m} + V_G^2}$$

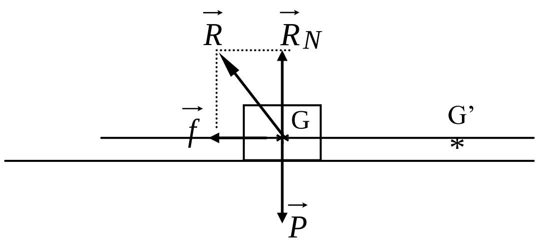
AN : $V_{G'} = \sqrt{\frac{2 \times 916,5}{80} + 64} = 9,32 \Rightarrow V_{G'} = 9,32 ms^{-1}$

Exercice5 :

A l'entrée d'une agglomération, la vitesse d'une automobile de masse m= 1200kg passe de V_A= 90km/h à V_B = 50km/h sous l'effet d'un «coup de frein ». La route est horizontale.

1. Calculer le travail des forces freinant l'automobile.
2. On assimile les forces de freinage à une force unique $\vec{f}$, d'intensité constante, opposée au mouvement. Quelle est l'intensité de cette force si le ralentissement se fait sur une distance de 80m ?

Solution:



1. Travail des forces freinant l'automobile.

   Remarque : Lorsqu'il y a la présence des forces de frottement, la réaction du plan se décompose en deux composantes (force de frottement $\vec{f}$ et la réaction normale $\overrightarrow{R_N}$) d'où elle est toujours inclinée vers l'arrière.

   D'après le théorème de l'énergie cinétique on a :

   $Ec_{G'} - Ec_G = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + W_{\vec{R}N}$ or $W_{(\vec{P})} = W_{(\vec{R}N)} = 0$ car $\vec{P}$ et $\vec{R}_N$ sont perpendiculaires à la trajectoire.

   $\Rightarrow W(\vec{f}) = Ec_{G'} - Ec_G \Rightarrow \frac{1}{2}mV_{G'}^2 - \frac{1}{2}mV_G^2$ d'où $W(\vec{f}) = \frac{1}{2}m(V_{G'}^2 - V_G^2)$.

   AN : $W(\vec{f})$ = $\frac{1}{2}$x 1200 [($\frac{50.10^3}{3600}$)² - ($\frac{90.10^3}{3600}$)] = -259.000J.

2. Intensité de la force de frottement.

$$W(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{GG'} = F.GG'\cos180° = -fGG' \Rightarrow f = -\frac{W(\vec{f})}{GG'}$$

AN: $\Rightarrow f = \frac{259000}{80} = 3237{,}5 \Rightarrow f = 3237{,}5$ N.

Exercice6 :

Deux objets identiques A et B, de masse m =2 kg sont mobiles sans frottement sur un plan. L'objet B, initialement au repos est heurté par l'objet A dont la vitesse est V_1=4m/s.

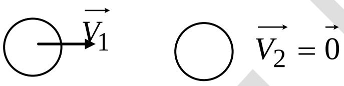
Après le choc, les trajectoires des objets A et B sont respectivement à 30° et à 45° de la trajectoire incidente. On admet que le système est pseudo isolé.

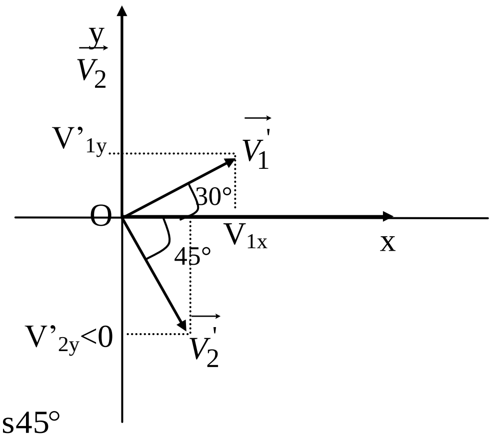
1. Qu'est qu'un système pseudo isolé ?
2. Déterminer les vitesses v'_1 et v'_2 des deux objets après le choc.
3. Calculer l'énergie cinétique avant et après le choc.
4. Le choc est-il élastique, mou ou partiellement élastique ? Justifier votre réponse.

Solution:

1. Un système pseudo-isolé est un système soumis à plusieurs forces dont la somme est nulle.
2. Vitesse V'_1= et V'_2 des deux objets après le choc.

Avant le choc :





$$\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2} = m_1\vec{V_1} + \vec{0}$$

Après le choc:

$$\vec{P} = \vec{P_1'} + \vec{P_2'} = m_1\overrightarrow{V'_1} + m_2\overrightarrow{V'_2}$$

Conservation de la quantité de mouvement.

$$\vec{p} = \vec{P'} \longmapsto m_1\vec{V_1} = m_1\vec{V_1'} + m_2\vec{V_2'} \Leftrightarrow \vec{V_1} = \vec{V_1'} + \vec{V_2'} \quad (1)$$

Projection de la relation (1) sur les axes

- axe des abscisses : $V_{1x} = V'_{1x} + V'_{2x} \Leftrightarrow V_1 = V'_1\cos30° + V'_2\cos45°$
- axe des ordonnées : $V_{1y} = V'_{1y} + V'_{2y} \Leftrightarrow 0 = V'_1\sin30° - V'_2\sin45°$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}V'_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}V'_2 = 4 \\ \frac{1}{2}V'_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}V'_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{3}V'_1 + \sqrt{2}V'_2 = 8 \\ V'_1 - \sqrt{2}V'_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow V'_1 = 2{,}92ms^{-1} et\ V'_2 = 2{,}07ms^{-1}$$

3. Energie cinétique avant et après le choc.

Avant le choc : $Ec_1 = \frac{1}{2}mV_1^2 = 16J$

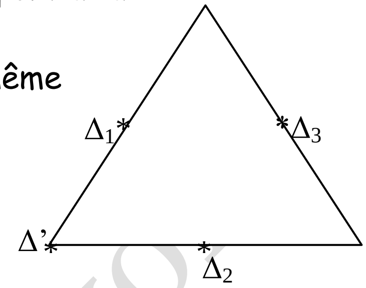
Après le choc : $Ec_2 = \frac{1}{2}mV_1'^2 + \frac{1}{2}mV_2'^2 = \frac{1}{2}m(V_1'^2 + V_2'^2) = 12{,}86J$.

4. On a $Ec_1 \neq Ec_2$ d'où le choc est partiellement élastique.

Note : En intervertissant les positions des objets après le choc, on aura les mêmes résultats avec $V'_1 = 2{,}07 m/s$ et $V'_2 = 2{,}92\ ms^{-1}$

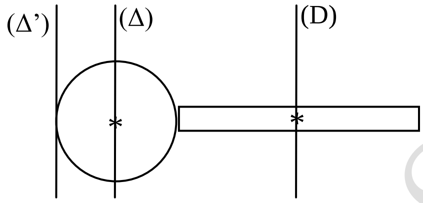
Exercice7 :

Exprime le moment d'inertie des systèmes suivants par rapport à l'axe Δ' dans les 3 cas suivants :

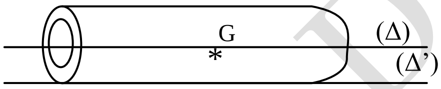


1 ème cas : les 3 tiges homogènes ont la même longueur L et de même masse m.

2ème cas : Système formé d'une boule de masse M et de rayon $R = \frac{L}{4}$ et la tige de même masse et de longueur L.

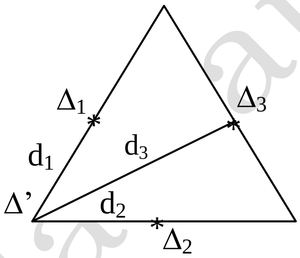


3ème cas : Cylindre creux de masse M et de rayon R.



Solution:

1er cas :



$$J_{\Delta'} = J_1 + J_2 + J_3 \quad or\ J_1 = J_{\Delta 1} + md_1^2\ ,\ J_2 = J_{\Delta 2} + md_2^2\ et\ J_3 = J_{\Delta 3} + md_3^2$$

Comme $d_1 = d_2 = \frac{L}{2}$ et $J_{\Delta 1} = J_{\Delta 2} = \frac{1}{R}mL^2$ alors $J_1 = J_2$

$$d_3^2 = L^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{3L^2}{4} \Rightarrow J_{\Delta'} = 2J_1 + J_3 = 2\left[\frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{12}mL^2 + m\frac{3L^2}{4} = \frac{5}{4}mL^2.$$

2ème cas: $J_{\Delta'} = J_b + J_T$ avec $J_b = J_\Delta + MR^2\ et\ J_T = J_D + m\left(\frac{L}{2} + 2R\right)^2$

$$\Rightarrow J_{\Delta'} = \frac{2}{5}MR^2 + MR^2 + \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2} + 2R\right)^2$$

$$= \frac{7}{5}M\frac{L^2}{16} + \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2}\right)^2$$

$$J_{\Delta'} = \frac{7}{80}ML^2 + \frac{13}{12}ML^2 = 1{,}17ML^2$$

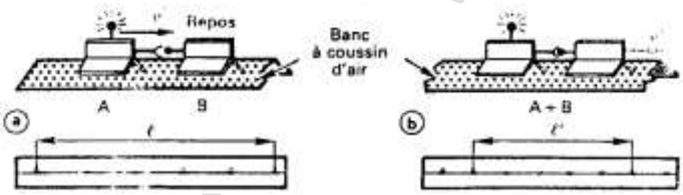
3ème cas :

$$J_{\Delta'} = J_{\Delta} + MR^2 = \frac{MR^2}{2} + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2 .$$

Exercice8 :

On dispose d'un banc à coussin d'air horizontal et de 2 mobiles :

- l'un A, de masse m = 400g, porte un émetteur lumineux qui émet un bref éclair à des instants séparés par le même intervalle de temps t_1 ;
- l'autre B, de masse m', qui est initialement immobile. Ces deux mobiles sont unis d'un dispositif leur permettant de s'accrocher l'un à l'autre au cours d'un choc ;
- on lance le mobile A ; il heurte B qui était immobile, se soude à lui et l'ensemble poursuit sa route. Les figures ci-contre reproduisent l'enregistrement photographique du mouvement du mobile A avant le choc et le mouvement de l'ensemble (A+B) après le choc.



1. Le choc est il mou ou élastique ?
2. Y'a-t-il conservation de l'énergie cinétique ?
3. Determiner la masse m'.

Solution:

1. Le choc est mou car les deux solides restent accolés après le choc.
2. Il n'y a pas conservation de l'énergie cinétique car le choc n'est pas élastique.
3. Les deux enregistrements permettent de déterminer le rapport des vitesses V avant le choc et V' après le choc.

En considérant le temps $5t_1$ des deux enregistrements on a après mesure l ≈ 37,5 mm avant le choc et l' = 25mm après le choc.

or $V = \frac{l}{t}$ $\Rightarrow t = \frac{l}{V}$ de même $t' = \frac{l'}{V'}$

Ecrivons la conservation de la quantité de mouvement.

Avant le choc : $\vec{P_1} = \vec{P_A} + \vec{P_B} = m\vec{V} + \vec{0}$.

Après le choc : $\vec{P_2} = \vec{P}_{A+B} = (m+m')\vec{V'}$.

Conservation de la quantité de mouvement : $\vec{P_1} = \vec{P_2} \Leftrightarrow m\vec{V} = (m+m')\vec{V'}$

$\Leftrightarrow mV = (m+m')V' \Leftrightarrow 1{,}5mV' = (m+m')V' \Leftrightarrow m' = 0{,}5m$ $AN : m' = 0{,}5g$.

Exercice9 :

Une automobile de masse m = 1500kg est remorquée par une dépanneuse dont le câble de traction est incliné de 15° sur la direction de la route qui est une pente à 5%. La vitesse de l'ensemble passe de 0 à 16,67 ms^{-1} sur un parcours de 200m. On suppose que les frottements sur l'automobile remorquée sont équivalents à une force constante $\vec{f}$ d'intensité 120N.

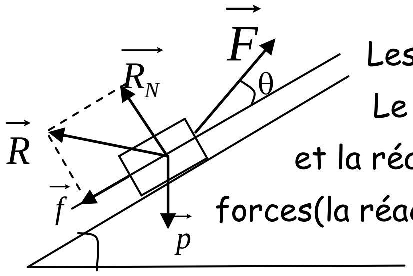
1. Calculer la variation d'énergie cinétique de l'automobile.
2. Ecrire l'expression du travail des forces s'exerçant sur l'automobile sur ce parcours et en déduire l'intensité de la traction du câble supposée constante.
3. Calculer la puissance de cette traction lorsque la vitesse de l'automobile est égale à 16,67ms^{-1}.

Solution:

1. Calcul de la variation d'énergie cinétique.

$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV^2 \; car V_0 = 0$, AN : $\Delta E_C = \frac{1}{2}x1500x(16,67)^2 = 2,08x10^5 \, J$

2. * Expression du travail des forces.



Les forces qui s'exercent sur l'automobile sont : Le poids $\vec{P}$ de l'automobile, la force de traction $\vec{F}$ du câble et la réaction $\vec{R}$ du plan incliné qui se décompose en deux forces(la réaction normale et la force de frottement $\vec{f}$).

$W(\vec{p}) = -mgh \; or \; h = d\sin\alpha \Rightarrow W(\vec{P}) = -mgd\sin\alpha$; $W(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{d} = Fd\cos\theta$.

$W(\vec{R}) = W(\vec{f}) + W(\vec{R_N}) = W(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{d} = f.d\cos 180° = -fd$

* Déduction de l'intensité de la traction du câble.

On a : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F_{ext}}) \Leftrightarrow \Delta E_C = W(\vec{R}) + W(\vec{P}) + W(\vec{F})$

$\Leftrightarrow \Delta E_c = -fd - mgd\sin\alpha + F.d\cos\theta \Rightarrow F = \dfrac{\Delta E_C + d(f + mg\sin\alpha)}{d\cos\theta}$

AN : $F = \dfrac{2,08.10^5 + 200(120 + 1500 \times 10 \times 0,005)}{200 \times \cos 15°} = 1,989.10^3 \Rightarrow F \approx 2.10^3 N$.

3. Calcul de la puissance de cette traction.

$P = \dfrac{W(\vec{F})}{t} = \dfrac{F.d\cos\theta}{t}$ or $\dfrac{d}{t} = V \Rightarrow P = F.V\cos\theta$ AN : $P=2.10^3 \times 16,67 = 33,34.10^3 \Rightarrow$ $P = 33,34.10^3 W$.

Exercice10:

Un ballon de masse m = 200g, frappé verticalement par un joueur rebondit sur le sol et le quitte verticalement avec une vitesse V = 10ms^{-1}.

1. A quelle hauteur h s'élève-t-il si on néglige l'action de l'air ?
2. En réalité, la hauteur atteinte est h' = 4m.

Calculer l'intensité de la force résistante $\vec{f}$ due à l'action de l'air. On suppose que $\vec{f}$ est constante et parallèle au déplacement.

3. Pendant la descente, la force résistante due à l'air change de sens mais garde la même intensité.

Quelle est la vitesse de la balle à son arrivée au sol. Prendre g = 10Nkg^{-1}.

Solution:

1. Hauteur d'élévation de la balle.

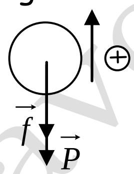
En appliquant le théorème de l'énergie cinétique suivant :

$$\Delta E_C = \sum W\overrightarrow{F_{ext}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_f^2 - \frac{1}{2}mV_I^2 = W(\vec{P}) \; or V_f = 0 \; et \; W(\vec{P}) = -mgh.$$

$$-\frac{1}{2}mV_i^2 = -mgh \Rightarrow h = \frac{V_i^2}{2g} \quad AN : h = \frac{100}{2x10} = 5 \Rightarrow h = 5m.$$

2. Calcul de l'intensité de la force résistante.

$\vec{f}$ et $\vec{p}$ sont opposés au mouvement. D'après le théorème de l'énergie cinétique ci-après $\Delta E_C = W(\vec{p}) + W(\vec{f}) = -mgh - f.h$.



On a : $f = \dfrac{\Delta E_C + mgh}{h} = \dfrac{\left(-\dfrac{mV^2}{2}\right) + mgh}{h}$ $\quad AN : f = 0{,}5N$.

3. Vitesse de la bille au sol.

A la descente seul le poids a le même sens que le mouvement

$$\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}mV_S^2 = mgh - f.h \Rightarrow V_S = \sqrt{2h(g - \frac{f}{m})} \quad AN : V_S = 8ms^{-1}.$$

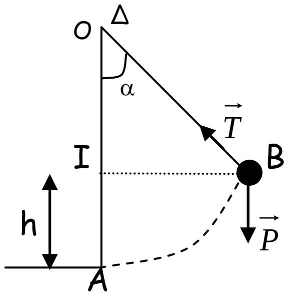
Exercice11 :

Une bille assimilable à un point matériel de masse m, est suspendue à l'extrémité d'un fil inextensible OA de longueur l = 75 cm. Le fil est accroché par son autre extrémité O en un point fixe d'un axe horizontal Δ. On écarte la bille de sa position d'équilibre pour l'amener au point B de sorte que le fil restant tendu, fasse un angle α= 30° avec la verticale puis on la lâche sans vitesse initiale.

1. Faire le schéma en faisant ressortir toutes les forces qui s'appliquent sur la bille.
2. Montrer que le travail du poids de la bille lorsqu'elle va de B à A a pour expression $W_{AB}(\vec{P}) = mgl(1 - \cos\alpha)$.
3. Calculer la vitesse de la bille lorsqu'elle repasse en A.
4. On remplace le fil OA par une tige de même longueur OA et de masse m' = 2g pouvant tourner autour de l'axe horizontal Δ passant par son extrémité O. On écarte la tige du même angle α et on la lâche sans vitesse initiale.
   a. Déterminer le centre de masse G du système tige-bille par rapport à O.
   b. Ecrire l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble tige-bille en fonction de J_Δ, m et V'_G vitesse de l'ensemble à la position d'équilibre.
   En déduire V'_G. AN : $J_\Delta = 3{,}8.10^{2}$ kgm^{2} ; g = 10Nkg ; m = 100g.

Solution:

1. Schéma avec toutes les forces qui s'appliquent au solide.



2. Montrons que le travail du poids de la bille lorsqu'elle part de B pour A est
$W_{BA}(\vec{P}) = P.h$ or $h = IA = OA - OI = l - l\cos\alpha = l(1-\cos\alpha)$ d'où $W_{BA}(\vec{P}) = mgl(1-\cos\alpha)$.
3. Calcul de la vitesse en A.
D'après le théorème de l'énergie cinétique suivant :
$$\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgl(1-\cos\alpha) + 0 \text{ or } V_B = 0$$
$$\Rightarrow V_A = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} \quad AN:\ V_A = \sqrt{2\times10\times0{,}75(1-\cos30°)} = 1{,}414 \Rightarrow V_A = 1{,}414ms^{-1}.$$
4.
   a. Centre de masse G du système tige-bille par rapport à O.

Soient G_1 et O' les centres de masse respectivement de la tige et de la bille. Le centre de masse G du système tige-bille est le barycentre de G_1 et O' affectés respectivement des coefficients m et m' on écrit alors $m'\overrightarrow{GG_1} + m\overrightarrow{GO'} = \vec{O}$ relativement au repère d'origine le point O ,on a : $m'(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG}) + m(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OO'}) = \vec{O}$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{m\overrightarrow{OO'} + m'\overrightarrow{OG_1}}{m+m'} = \frac{m\overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{OG_1}}{3m} = \frac{\overrightarrow{OO'} + 2\overrightarrow{OG_1}}{3}.$$
En faisant la projection sur l'axe OO' orienté vers le bas positivement on a :
$$\overline{OG} = \frac{\overline{OO'} + 2\overline{OG_1}}{3} = \frac{l + 2\frac{l}{2}}{3} = \frac{2}{3}l = 0{,}5.$$
$\overline{OG} > 0 \Rightarrow$ G est situé entre O et O' (confondue avec B) et à 0,5m de O.

   b. Expression de l'énergie cinétique de l'ensemble tige-bille en fonction J_Δ, m et de V_G vitesse du système.

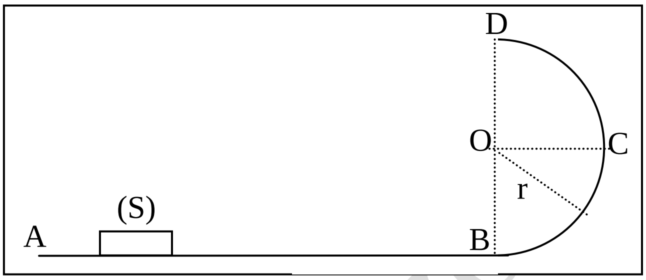
Le système est en rotation autour de l'axe Δ on a alors :
$$E_C = \frac{1}{2}J\ \dot{\theta}^2 \quad or\ \dot{\theta} = \frac{V_G}{R} \quad avec\ R = OG \quad \text{or} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\frac{V_G^2}{OG^2}$$
Déduction de V_G à la position d'équilibre.

On a : ($\Delta E_C = W(\vec{p_T}) \Rightarrow E_{Cf} - E_{Ci} = W(\vec{P_T})$ or $E_{Ci} = 0$ $\vec{P_T}$ = poids de l'ensemble tige-bille. Et d'après la question 11.2,
$$W(\vec{P_T}) = (m+m')g\ OG\ (1-\cos\alpha) = 3mg\,OG(1-\cos\alpha) \Rightarrow \frac{1}{2}J_\Delta\frac{V_G^2}{OG^2} = 3mg\,OG$$

$$V_G = \sqrt{\frac{6mg\,OG^3(1-\cos\alpha)}{J_\Delta}}\ .\ AN: V_G = \sqrt{\frac{6\times 0{,}1\times 10\times 0{,}5^3(1-\cos 30°)}{3{,}8\times 10^{-2}}} \Rightarrow V_G = 1{,}625\,ms^{-1}$$

Exercice12 :

Un solide de masse m, peut glisser sans frottement dans une gouttière ABCD. La portion AB est rectiligne horizontale. La portion BCD est un demi-cercle de rayon r et de centre O. S est lancé de A vers B avec une vitesse $\overrightarrow{V_A}$.



1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur S et determiner la nature du mouvement du solide sur chacun des parcours AB et BCD.
2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir une relation entre V_A, r et g si on admet que S arrive en C avec une vitesse nulle.

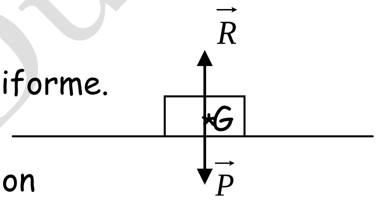
Solution:

1. Bilan des forces qui s'exerce sur le solide S.

Il y a : le poids $\vec{P}$ du solide, la réaction $\vec{R}$ de la gouttière.

<u>Nature du mouvement</u> :

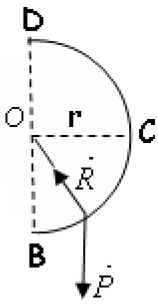
Sur AB : on a $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0} \Rightarrow$ mouvement rectiligne uniforme.



Sur BCD : $\vec{P}$ et $\vec{R}$ n'ont plus la même droite d'action

$\vec{P}+\vec{R}\neq\vec{0}$ le mouvement est donc circulaire et uniformément varié.

2. Relation entre V_A, r et g.



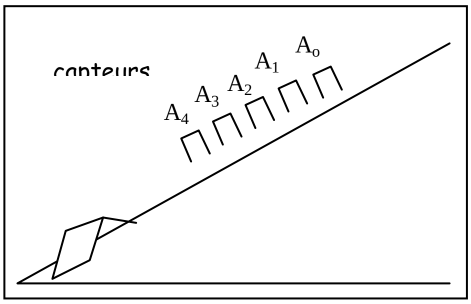
$on\ a : \Delta E_C = \sum W\vec{F}ext \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_S^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})\ or\ W(\vec{R}) = 0$

Car $\vec{R}\perp$ à la trajectoire et Vs =0.

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 = mgh\ avec\ h = OB \Rightarrow V_A^2 = 2gr$.

Exercice13 :

Un mobile de masse m = 100g se déplace sur un rail incliné d'un angle $\propto$ = 30° avec l'horizontale.



Un dispositif permet d'enregistrer la position du mobile toutes les 80 ms et leur traitement permet de déterminer sa vitesse à chaque position. On obtient les résultats suivants :

Point	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
X (m)	0	0,050	0,125	0,220	0,330	0,455	0,610	2,25
V ($m.S^{-1}$)	0	0,78	1,06	1,28	1,47	1,75	1,97	2,25

1. Déterminer le travail effectué par le poids du mobile entre sa position initiale et le point A_7.
2. Calculer la variation d'énergie cinétique du mobile entre A_0 et A_7. Déduire que les frottements ne sont pas négligeables.
3. Tracer la courbe représentative V^2 en fonction de x.
4. Exprimer V^2 en fonction de m, g, x, α et f (intensité force frottement)
5. Déduire la valeur de la force de frottement supposée constante.

Solution:

1. Travail du poids P entre A_O et A_7.

W = - P.h or h = x sin α $\Rightarrow$ W = - mgx sinα AN: W = - 0,1x10x0,77xsin 30°=0,385.
$\Rightarrow$ W=0,385J.

2. Variation d'énergie cinétique du mobile entre A_O et A_7.

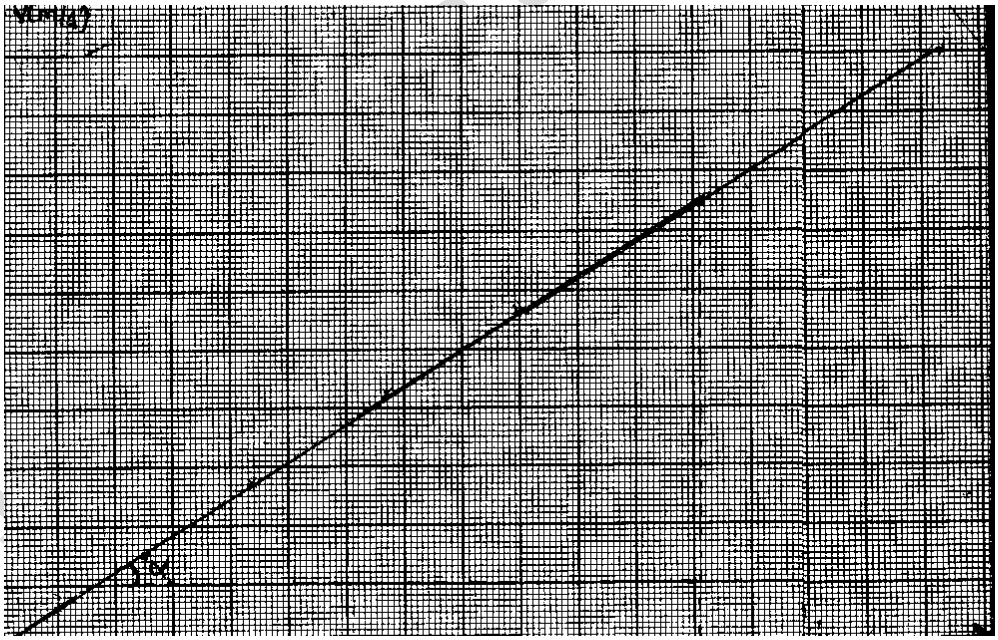
$$\Delta E_C = \frac{1}{2}mV_7^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV_7^2. \quad AN: \Delta E_C = \frac{1}{2}\times 0{,}1\times(2{,}25)^2 = 0{,}253 \Rightarrow \Delta E_C = 0{,}253J.$$

* Déduction que la force de frottement est non négligeable.

$W(\vec{f}) = \Delta E_C = W(\vec{P}) =$ $0{,}152J$.

3. Courbe $V^2 = f(x)$.

x	0	0,05	0,125	0,220	0,330	0,455	0,610	0,810
V^2	0	0,40	0,74	1,80	2,10	3,0	3,76	5,0



4. Expression de V^2 en fonction de m, g, x, et f.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}ext)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = Ph - f.d \;\; or\; h = x\sin\alpha \;\; et\;\; d = x \Leftrightarrow V^2 = 2(g\sin\alpha - \frac{f}{m})x.$$

5. Déduction à partir du graphique de la valeur de la force de frottement.

Graphiquement la pente de la courbe est égale au coefficient directeur de la fonction linéaire $V^2=f(x)$ de la question ci-dessus.

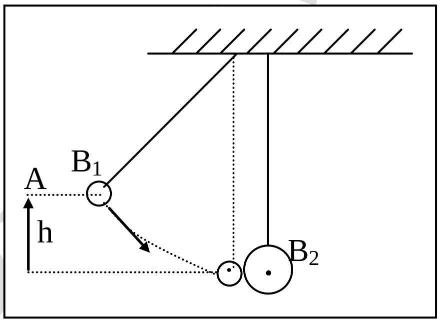
$$\tan\alpha = \frac{\Delta V^2}{\Delta x} = 2(g\sin\alpha - \frac{f}{m}) \Rightarrow f = m(g\sin\alpha - \frac{\Delta V^2}{2\Delta x}) \quad AN: f = 0{,}1\left[10\sin 30° - \frac{(5-0{,}5)}{2(0{,}81-0{,}075)}\right] = 0{,}194$$

$\Rightarrow f = 0{,}194N \approx 0{,}2N$.

Exercice14 :

Une boule $\overrightarrow{B_1}$ de masse m_1 = 1,50kg, lancée avec une vitesse initiale V_o = 5 $m.S^{-1}$, oscille à partir d'un point A situé à 30 cm plus haut que le centre de gravité d'une deuxième boule B_2 de masse m_2 = 4,6 kg initialement au repos.

Lorsque les deux boules entrent en collision, le système est pseudo-isolé et le choc élastique.



Déterminer :

1. La valeur de la vitesse V_1 de la boule B_1 juste avant le choc.
2. La valeur et le sens des vitesses $\overrightarrow{V_1'}$ et $\overrightarrow{V_2'}$ des boules B_1 et B_2 juste après le choc.
3. La hauteur dont s'élève chaque boule. On néglige la résistance de l'air.

Solution:

1. Valeur de la vitesse $\overrightarrow{V_1}$ de B_1 juste avant le choc.

$$\Delta E_C = \sum W\vec{F}ext \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W(\vec{P}) = mgh \Rightarrow V_1 = \sqrt{V_0^2 + 2gh} \quad AN: V_1 = \sqrt{25+2\times10\times0{,}3} = 5{,}56 \Rightarrow V_1 = 5{,}56ms^{-1}.$$

2. Valeur et sens des vitesses $\overrightarrow{V_1'}et\overrightarrow{V_2'}$ des boules B_1 et B_2 juste après le choc.

Avant le choc on a : $\overrightarrow{P_1} = m_1\overrightarrow{V_1}$ et $E_{C1} = \frac{1}{2}m_1V_1^2$

Après le choc on a : $\overrightarrow{P_2} = m_1\overrightarrow{V_1'} + m_2\overrightarrow{V_2'}$ et $E_{C2} = \frac{1}{2}m_1V_1'^2 + \frac{1}{2}m_2V_2'^2$

Conservation de la quantité de mouvement : $\overrightarrow{P_1} = \overrightarrow{P_2} \Leftrightarrow m_1\overrightarrow{V_1} = m_1\overrightarrow{V_1'} + m_2\overrightarrow{V_2'}$

Projetons cette relation sur l'axe horizontal et dans le sens de $\overrightarrow{V_1}$.

On obtient : $m_1V_1 = -m_1V_1' + m_2V_2' \Rightarrow m_1(V_1+V_1') = m_2V_2'$ (1).

Conservation de l'énergie cinétique : $E_{C1} = E_{C2}$ (choc élastique) $\Leftrightarrow$

$$\frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{1}{2}mV_1'^2 + \frac{1}{2}mV_2'^2 \Leftrightarrow V_1^2 - V_1'^2 = V_2' \Leftrightarrow (V_1 - V_1')(V_1+V_2') = V_2'^2 \text{ (2)}.$$

$\frac{(2)}{(1)} \Leftrightarrow V_1 - V_1' = V_2'$ (3)   (3) et (1) nous donnes le système suivant :

$$\begin{cases} V_1 - V_1^{'} = V_2^{'} \\ m_1V_1 + m_1V_1^{'} = m_2V_2^{'} \end{cases} \quad d'où\ V_1^{'} = \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}V_1 \ \ et\ V_2^{'} = \frac{2m_1V_1}{m_1 + m_2}.$$

AN : $V_1^{'} = \frac{3,1\times 5,56}{6,1} = 2,825$ $\quad V_2^{'} = \frac{2\times 1,5\times 5,56}{6,1} = 2,73$ V_1'= 2,83ms^{-1} et V_2' =2,73ms^{-1}

3. Hauteur dont s'élève chaque bille.

Après le choc, la bille B_1 rebrousse chemin tandis que la bille B_2 s'avance dans le sens contraire.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique pour la bille B_1 :

$$\frac{1}{2}mV_f^2 - \frac{1}{2}mV_1^{'2} = W(\vec{P}) = \ \ mgh_1 \quad or\ \ V_f = 0 \Rightarrow h_1 = \frac{V_1^{'2}}{2g} \quad AN: h_1 = \frac{2,83}{2\times 10} = 0,1415m = 14,15cm$$

de même $h_2 = \frac{V_2^{'2}}{2g} = \frac{2,72}{20} = 0,136m = 13,6cm$.

Chapitre 3 : ENERGIE MECANIQUE

1. Définition.

L'énergie mécanique E d'un système est égale, à chaque instant, à la somme de son énergie potentielle et son énergie cinétique. $E = E_C + E_P$

2. Energie potentielle.

On distingue l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie potentielle élastique

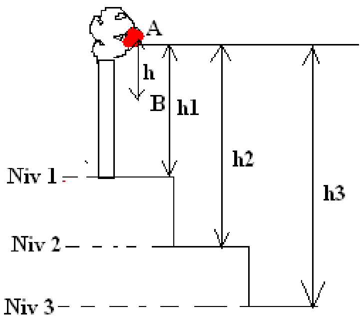
a. Energie potentielle de pesanteur.

Encore appelée énergie de position, elle est le travail du poids d'un objet qui tombe en chute d'une hauteur h donnée. $E_P = mgh$

On appelle énergie potentielle de pesanteur celle que possède un corps dû à sa position par rapport à une référence. Exemple : Une mangue accrochée à un manguier possède de l'énergie potentielle de pesanteur par rapport à la terre. Si cette mangue tombe, son poids effectue un travail par rapport à la hauteur de chute.

Notes : -L'expression de E_P à un instant est donnée par rapport à un choix arbitraire d'un état de référence tel que $E_P(ref) = 0$.

- La variation de E_P d'un système ne dépend pas de l'état de référence.
- L'énergie potentielle d'un système diminue lorsque l'objet se rapproche de la terre et augmente lorsqu'il s'en éloigne.
- L'énergie potentielle est négative si l'objet est au-dessous du niveau pris arbitrairement comme état de référence.

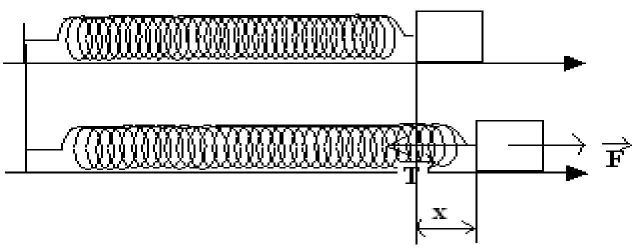


b. Energie potentielle élastique.

Cas du ressort : Elle est le travail de la force qui a permis d'étirer ou de comprimer le ressort d'une longueur $x = |l_o - l|$; Lo= longueur du ressort à vide

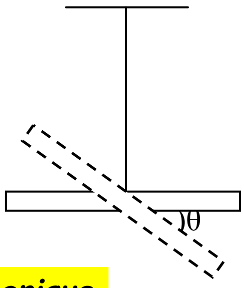
L= longueur du ressort après étirement ou compression.

$E_P = \frac{1}{2}kx^2$ où k est la constante de raideur du ressort (en $N.m^{-1}$) ; x en m.



Cas du fil de torsion : Elle est également le travail de la force qui a permis de tordre le fil d'un angle θ.

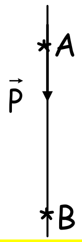
$E_P = \frac{1}{2}C\theta^2$; C= constante de torsion du fil en Nm/rad. θ en rad.



3. Conservation de l'énergie mécanique.

Rappel : la chute libre d'un corps est le mouvement de chute de ce corps soumis à la seule action de son poids.

Soit un corps de poids $\vec{P}$ qui tombe en chute libre d'un point A à un point B.



D'après le théorème de l'énergie cinétique

$E_C(B)-E_C(A)=W(\vec{P})$ = mgAB (1)

La diminution de l'énergie potentielle s'écrit:

$E_{PA}-E_{PB}$= mgAB (2) on a alors (1)=(2)

$\Rightarrow E_C(B) - E_C(A) = E_P(A)-E_P(B) \Rightarrow E_C(A)+E_P(A) = E_C(B) +E_P(B)$ d'où $E_A = E_B$

Autre méthode.

Au départ de la chute on a $E=E_A=E_P=mgh$ car V=0.

Pendant le parcours, l'énergie potentielle se transforme progressivement en énergie cinétique $E = E'_P + E'_C$

Fin des parcours : on a $E=E_B=E_C= \frac{1}{2}mV^2$ car h=0.

La transformation est totale. En définitive $E_A=E_B$.

Conclusion : L'énergie mécanique d'un système isolé ou pseudo isolé se conserve. Un tel système est dit conservatif.

Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

Trouver l'énergie potentielle de pesanteur d'un système terre objet de masse m= 10kg situé à 10 m du sol dans chacun des cas suivants.

1. Le niveau de référence est le sol.
2. Le niveau de référence est à 5m au-dessus du sol.
3. Le niveau de référence est à 5m au-dessous du sol.
4. Le niveau de référence est à 15m au-dessus de l'objet.

Solution:

Energie potentielle de pesanteur du système.

1. Niveau de référence est le sol.

$E_P = mgh$ AN : $E_P= 10\times10\times10=1000 \Rightarrow E_P= 1000J$.

2. Niveau de référence à 5 au-dessus du sol.

$E_P= mg(h-5)$ AN: $E_P = 10\times10\times15 = 500 \Rightarrow E_P = 500J$.

3. Niveau de référence à 5 m au dessous du sol.

$E_P= mg(h+5)$ AN $E_P =10\times10\times15= 1500 \Rightarrow E_P = 1500J$.

4. Niveau de référence à 15m au dessous de l'objet.

$E_P = - mgh$ AN: $E_P = -10\times10\times15 = -1500 \Rightarrow E_P= -1500J$.

Exercice2 :

Le ressort d'un fusil à fléchette a une longueur de 8cm. Lorsqu'on introduit la flèche, le ressort se comprime et sa longueur devient 5cm. Sachant que la constante de raideur est 150 Nm^{-1}.

1. Calculer la diminution du ressort.
2. Calculer son énergie potentielle élastique.

Solution:

1. Diminution du ressort.

$x=l-l_o$ AN : $x=8-5=3 \Rightarrow x = 3cm =0,03m$.

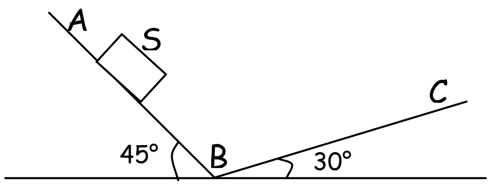
2. Energie potentielle élastique.

$E_P = \frac{1}{2}kx^2$ AN: $E_P = \frac{1}{2} \times 150 \times (0,03)^2 = 6,75.10^{-2} \Rightarrow E_P =6,75.10^{-2}J$.

Exercice3 :

Partant du repos d'un point A, un chariot devale le plan incliné à 45° sur l'horizontale. On néglige les frottements. Au passage en B sur le schéma ci-dessous, grâce à un raccordement convenable, le mobile aborde, sans perdre de vitesse un deuxième plan BC d'inclinaison 30° sachant qu'il rebrousse chemin en C.

1. Montrer sans calcul que l'énergie mécanique se conserve au cours du parcours.
2. Montrer sans calcul à partir de la conservation de l'énergie mécanique que les altitudes h_A et h_c des points A et C comptés à partir du plan horizontal (référence).



Solution:

1. Le théorème de l'énergie cinétique entre A et B s'écrit:

   $E_C(B) - E_C(A) = W(\vec{P}) = mgh_A$ (1)

   La diminution de l'énergie potentielle de pesanteur entre A et B est :

   $E_P(A) - E_P(B) = mgh_A$ (2)

   (1) = (2) $\Leftrightarrow E_C(B) - E_C(A) = E_P(A) - E_P(B) \Rightarrow E_C(B) + E_P(B) = E_P(A) + E_C(A)$

d'où $E_A = E_B$ (1)

   En procédant de la même façon entre B et C on obtient :

   $E_C(C) - E_C(B) = -mgh_C$ car le poids ici est résistant

   $E_P(C) - E_P(B) = mgh_C$ d'où $E_C = E_B$ (2).

   (1) et (2) montrent que $E_A = E_C$ d'où l'énergie mécanique se conserve tout au long du parcours.

2. Montrons sans calcul que $h_A = h_C$

on a: $E_A = E_C$ (d 'après 6.1) $\Leftrightarrow$ $E_C(A) + E_P(A) = E_C(C) + E_P(C)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mV_C^2 + mgh_C$ or $V_A = V_C = 0$ d'où $h_A = h_C$.

Exercice4 :

Pour provoquer un allongement d'un ressort de 0,20m, il faut exercer une force de 15N.

1. Que vaut la raideur de ce ressort ?
2. Quelle est l'énergie potentielle élastique du ressort ainsi étiré ?

Solution:

1. Raideur du ressort.

F= kx $\Rightarrow k = \frac{F}{x}$ AN: $k = \frac{15}{0,2} = 75 \Rightarrow$ k= 75N/m.

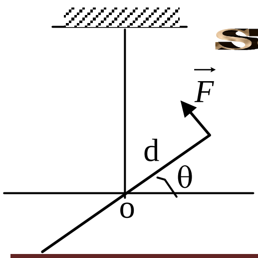
2. Energie potentielle du ressort étiré.

$E_P = \frac{1}{2}kx^2$ AN : $E_P = \frac{1}{2} \times 75 \times (0,2)^2 = 1,5 \Rightarrow E_P = 1,5J$.

Exercice5 :

Une barre est suspendue en son milieu à un fil de torsion vertical de constante de torsion C. En exerçant perpendiculairement à la barre, et à 10cm de l'axe, une force horizontale de 0,16N, on fait effectuer au système une rotation de 45°.

1. Déterminer la valeur de la constante de torsion du fil.
2. Calculer l'énergie potentielle élastique du système fil-barre. On prendra comme référence le fil non tordu.
3. Quel est l'angle de torsion encore appelé élongation angulaire de la barre quand l'énergie potentielle du système fil-barre est 0,01J ?



Solution:

1. Valeur de la constante de torsion du fil.

$M = Fd = C\theta \Rightarrow C = \frac{Fd}{\theta}$ AN: $C = \frac{0,16 \times 0,1}{\frac{3,14}{4}} = 0,02$

$\Rightarrow C = 0{,}02$ N.m/rad.

2. Energie potentielle du système.

$$E_P = \frac{1}{2}C\theta^2 \quad \text{AN : } E_P = \frac{1}{2} \times 0{,}02 \times \frac{\pi}{4} = 7{,}85.10^{-3} \Rightarrow E_P = 7{,}85.10^{-3}\,J\,.$$

3. Angle de torsion.

$$E_P = \frac{1}{2}C\theta^2 \Rightarrow \theta = \sqrt{\frac{2E_P}{C}} \quad \text{AN: } \theta = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}01}{0{,}02}} = 1 \Rightarrow \theta = 1\text{rad}.$$

Exercice6 :

D'un point situé à 20 m au-dessus de la surface de la terre, on lance, à l'instant t_1 vers le haut, une pierre de masse 0,2kg. La vitesse initiale est de $20ms^{-1}$.

1. Quelles sont les différentes formes d'énergie qui apparaissent, indiquer leurs transformations ?
2. Calculer son énergie mécanique à l'instant t_1 de lancement.
3. Quelle sera son énergie mécanique à l'instant t_2 lorsqu'elle sera à 15m de la surface de la terre?
4. Calculer sa vitesse à l'instant t_2.

Solution:

1. * Différentes formes d'énergie qui apparaissent
   - Energie potentielle de pesanteur.
   - Energie cinétique
   - Energie mécanique

   * Transformations

   Initialement on a l'énergie cinétique au cours de la montée, cette énergie se transforme progressivement en énergie cinétique et à la fin de la montée on a plus que l'énergie cinétique. A cet instant, le corps se trouve à l'altitude h.
2. Energie mécanique à l'instant t_1 de lancement.

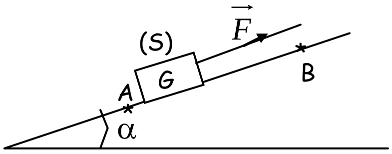
   $$E = Ec + Ep = \frac{1}{2}mV^2 + mgh \Rightarrow E = m(\frac{V^2}{2} + gh) \quad \text{AN : } E = 0{,}2(\frac{400}{2} + 10x20) = 80J.$$
3. L'énergie mécanique à l'instant t_2 est égale à celle à l'instant t_1. E= 80J car le système est conservatif.
4. Vitesse à l'instant t_2

$$E = Ec + Ep = \frac{1}{2}mV^2 + mgh \Rightarrow V = \sqrt{2(\frac{E}{m} - \frac{g}{h})} \quad \text{AN : } V = \sqrt{2(\frac{80}{0{,}2} - 10 \times 15)} = 22{,}36 \Rightarrow V = 22{,}36ms^{-1}$$

Exercice7 :

Sur un plan incliné lisse, incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, on tire un solide (s) de masse 50kg par une force constante $\vec{F}$ parallèle au plan incliné qui se déplace d'un mouvement uniforme à la vitesse V= 2 cms^{-1}. Le centre d'inertie du solide (S) se déplace de A à B distants de l=10m (voir schéma ci-dessous).

1. Faire le bilan des restes de forces s'appliquant sur le solide.

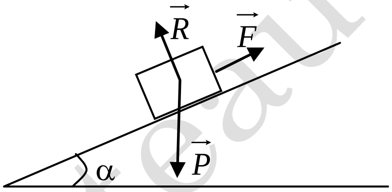


2. Déterminer l'expression donnant l'intensité de la force $\vec{F}$ en fonction de m, g et x sachant que la somme des forces s'exerçant sur un corps en mouvement de translation uniforme est nulle.
3. En déduire l'expression du travail de la force $\vec{F}$ effectuée au cours de ce déplacement.
4. Montrer que la variation de l'énergie mécanique du système charge-terre est égale au travail de la force $\vec{F}$.
5. On suppose maintenant qu'il y a des forces de frottement donc la résultante $\vec{f}$ à une intensité constante f =110N.
   a. Quelles sont les forces extérieures au système terre-solide
   b. Etablir la nouvelle expression du travail de la force $\vec{F}$ sachant que le mouvement du solide allant toujours de A à B est uniforme.

Solution:

1. Bilan des forces s'appliquant sur le solide.

on a : le poids $\vec{P}$ du solide; la réaction $\vec{R}$ du plan incliné et la force motrice $\vec{F}$.



2. Expression donnant l'intensité de $\vec{F}$ en fonction de m, g et α.

   Le mouvement étant uniforme on a : $\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ (1).

Avec $\vec{F}\begin{bmatrix} Fx = & F \\ Fy = & 0 \end{bmatrix}$; $\vec{R}\begin{bmatrix} Rx = & 0 \\ Ry = & R \end{bmatrix}$ et $\vec{P}\begin{bmatrix} Px = & -P\sin\alpha \\ Py = & -P\cos\alpha \end{bmatrix}$

En projetant (1) sur l'axe x'x on obtient :

$F_x + P_x + R_x = 0 \Leftrightarrow F - P\sin\alpha + 0 = 0 \Rightarrow F = mg\sin\alpha$.

3. Déduction de l'expression du travail de la force $\vec{F}$ effectuée au cours de ce déplacement.

   $W(\vec{F}) = F.l = mgl\sin\alpha$.

4. Montrons que la variation de l'énergie mécanique du système est égale au travail de la force $\vec{F}$.

   $\Delta E = E_B - E_A = (E_{CB} + E_{PB}) - (E_{CA} + E_{PA})$ or $E_{CA} = E_{CB}$ car mouvement uniforme $\Rightarrow$ V constante.

   $\Rightarrow \Delta E = E_{PB} - E_{PA} = mgh_B - mgh_A = mg(h_B - h_A)$ or $h_B - h_A = l\sin\alpha$.

d'où $\Delta E = mgl\sin\alpha = W(\vec{F})$. On conclut alors que le travail de la force $\vec{F}$ se transforme en énergie mécanique du système solide-terre.

5.

a. Forces extérieures au système terre-solide.

On a : la force $\vec{F}$, la réaction $\vec{R}$ qui est la résultante des forces de frottement $\vec{f}$ et de la réaction normale $\vec{R_N}$ ($\vec{R_N} + \vec{f}$).

b. Nouvelle expression du travail de la force $\vec{F}$.

1ère méthode : système uniforme on a : $\vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$. Ici $\vec{R}\begin{pmatrix} -f \\ R_N \end{pmatrix}$

Projection sur l'axe $x'x$: $F - f = 0 \Rightarrow F = f \Rightarrow W(\vec{F}) = Fl = fl$

2e méthode : Par le théorème de l'énergie cinétique.

$\Delta E_C = \sum WF_{ext} = 0$ car mouvement uniforme $\Rightarrow W(\vec{F}) + W(\vec{R}) = 0$. $W(\vec{F}) = -W(\vec{R})$ or $W(\vec{R}) = W(\vec{f}) + W(\vec{R_N}) = W(\vec{f})$ car $\vec{R_N}$ étant perpendiculaire à la trajectoire on a $W(\vec{R_N}) = 0 \Rightarrow W(\vec{F}) = -W(\vec{f}) = -(-fl) = fl$.

Exercice8 :

Un fil de torsion (f) de constante de torsion $C = 0{,}20\,\mathrm{Nm\,rad^{-1}}$ est fixé au centre de gravité G d'une tige homogène en fer de masse 12kg et de largeur 10^{-2}m. On tourne la tige et on maintient le fil tordu d'un angle $\theta = 45°$. A un instant t_1 on la lâche sans vitesse initiale et elle se met en mouvement de rotation dans le plan horizontal.

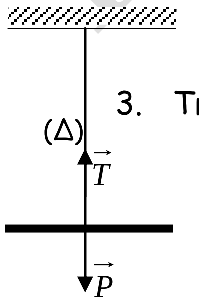
1. Calculer le moment d'inertie de la tige par rapport à son axe de rotation (Δ)
2. Calculer l'énergie potentielle du système fil-tige-terre à l'instant t_1
3. En appliquant à la tige le théorème de l'énergie cinétique, calculer le travail du couple de torsion du fil entre les instants t_1 et t_2 où l'angle de rotation du fil passe de 45° à 0°.
4. Montrer que la variation de l'énergie potentielle du système tige-fil-terre est égale à l'opposé du travail des forces intérieures à ce système.

Solution:

1. Moment d'inertie de la tige par rapport à son axe de rotation Δ.

$$J_\Delta = \frac{1}{12}ml^2 \quad AN : J_\Delta = \frac{1}{12} \times 12 \times 10^{-2} = 10^{-2} \Rightarrow J_\Delta = 10^{-2}\,kgm^2.$$

2. Energie potentielle du système fil-tige.



$$E_P = \frac{1}{2}C\theta^2 \quad AN : E_p = \frac{1}{2} \times 2.10^{-1} \times (\frac{\pi}{4})^2 = 6{,}16 \times 10^{-2} \Rightarrow E_P = 6{,}2 \times 10^{-2}\,J.$$

3. Travail du couple de torsion du fil entre les instants t_1 et t_2.

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}ext) \Leftrightarrow \frac{1}{2}J_\Delta \overset{\circ}{\theta}_2^2 - \frac{1}{2}J\overset{\circ}{\theta}_1^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) + W_C$ or $\overset{\circ}{\theta}_1 = 0$ et $W(\vec{P}) = W(\vec{T}) = 0$.

Car leur droite d'action rencontre l'axe. $\Rightarrow W_C = \frac{1}{2}J_\Delta \overset{\circ}{\theta}_2^2$ déterminons $\overset{\circ}{\theta}_2$

d'après la conservation de l'énergie mécanique entre les instants t_1 et t_2 on a $E_{t_1} = E_{t_2} \Leftrightarrow E_{C_1} + E_{P_1} = E_{C_2} + E_{P_2}$ or $E_{C_1} = 0$ $E_{P_2} = 0$ car on lâche le système sans vitesse initiale et $\theta_2 = 0$.

$$E_{C_1} = E_{P_1} \Leftrightarrow \frac{1}{2}J_\Delta \overset{\circ}{\theta}_2^2 = E_{P_1} \Rightarrow \overset{\circ}{\theta}_2 = \sqrt{\frac{2E_{P_1}}{J_\Delta}} \text{ d'où } W_C = \frac{1}{2}J_\Delta . \frac{2E_{P_1}}{J_\Delta} = E_{P_1} = 6,2x10^{-2}J.$$

4. Montrons que la variation de l'énergie potentielle du système tige-fil-terre est égale à l'opposé de la somme des travaux des forces intérieures au système.

Les forces intérieures à ce système sont : le poids $\vec{P}$ de la tige, la tension $\vec{T}$ du fil et la force de torsion.

$\Delta E_P = E_{P_2} - E_{P_1} = E_{P_1}$ car $E_{P_f} = 0$ on a vu que

$W(\vec{P}) + W(\vec{T}) + W_C = E_{P_1}$ d'où $\Delta E_P = -\sum W\vec{F}ext$.

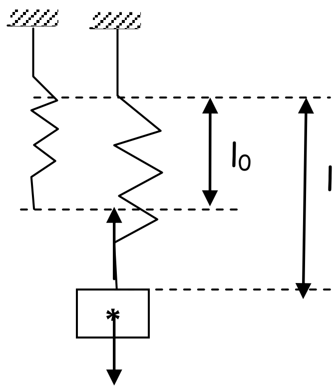
Exercice9 :

Un solide est attaché à l'extrémité inférieure d'un ressort de longueur à vide 8cm et de constante de raideur $50N.m^{-1}$ suspendu à un support. Lorsque le système est en équilibre, la longueur du ressort devient 10cm.

1. Calculer l'allongement du ressort.
2. Déterminer la masse m du solide.
3. On tire verticalement le solide vers le bas de x_o=3cm (la référence de l'énergie potentielle de pesanteur est prise au niveau le plus bas possible puis on le lâche sans vitesse initiale.
   a. Quelle est la nature du mouvement effectué par le solide ?
   b. Calculer l'énergie potentielle élastique du système solide-terre au moment du lâcher.
   c. En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, calculer la vitesse avec laquelle le solide repassera par la position d'équilibre.
   d. Par application du théorème de l'énergie cinétique au solide, calculer le travail de la tension du ressort lorsque le solide se déplace de la position extrême pour la position d'équilibre.

   Prendre g=10Nkg.

Solution:



1. Calcul de l'allongement du ressort.

$a = \Delta l = l - l_0$ AN : a = 10-8=2 $\Rightarrow$ a=2cm.

2. Masse m du solide.

A l'équilibre on a $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow P = T \Rightarrow mg = ka$

$$\Rightarrow m = \frac{ka}{g} \quad AN: m = \frac{50 \times 0,02}{10} = 0,1 \Rightarrow m = 0,1kg.$$

3.

a. Nature du mouvement.

Le mouvement est rectiligne sinusoïdal (parce le solide décrit un segment de droite en effectuant des oscillations).

b. Energie potentielle élastique du système au moment du lâcher.

A ce moment, l'allongement devient a + x_0 donc $E_{P_1} = \frac{1}{2}k(a+x_0)^2$.

AN : $E_{P_1} = \frac{1}{2}\times 50(0{,}02+0{,}03)^2 = 6{,}2\times 10^{-2}\,J$.

c. Déterminons la vitesse à la position d'équilibre.

La conservation de l'énergie mécanique nous permet d'écrire $E_1=E_2$ avec (1) lieu du lâcher sans vitesse initiale $E_1=E_{C1}+E_{P1}= E_{P1}$.

$E_2=E_{C2} + E_{P2}$ et $E_{P2} = E_{P0} + E_{Pe} = mgx_0 + \frac{1}{2}ka^2$ car en ce lieu on a l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie potentielle élastique. $\Rightarrow E_{P_1} = \frac{1}{2}mV_2^2 + mgx_0 + \frac{1}{2}ka^2$

$\Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2E_{P_1} - (2mgx_0 + ka^2)}{m}}$ AN : $V_2 = 0{,}67 ms^{-1}$

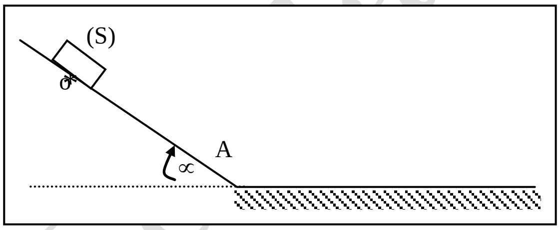
d. Calcul du travail de la tension.

Par application du théorème de l'énergie cinétique au solide on a :

$$E_{C_2} - E_{C_1} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})\ or\ E_{C_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_2^2 = -mgx_0 + W(\vec{T}) \Rightarrow W(\vec{T}) = m\left(\frac{V_2^2}{2} + gx_0\right)$$

AN : $W(\vec{T}) = \frac{1}{2}\times 0{,}1(0{,}67^2 + 10\times 0{,}03) = 5{,}2\times 10^{-2} \Rightarrow W(\vec{T}) = 5{,}2.10^{-2}\,J$.

Exercice10 :



La piste représentée par la figure ci-avant est constituée par un plan incliné faisant un angle α = 30° avec l'horizontal. Ce plan est lié en A, par une articulation, à une partie fixe horizontale.

Le solide (S) glissant sur le plan incliné OA subit des frottements que l'on suppose équivalents à une force unique $\vec{f}$ parallèle au plan et s'opposant au déplacement. L'intensité de cette force est f = 20N. Le solide (S) passe au point O avec une vitesse V_0 = 3,0m.s^{-1}. On note E_0 et E_A respectivement l'énergie mécanique du système Terre-solide aux points O et A, on note V_A la vitesse du solide en A.

On donne OA = 6m ; m = 24 kg.

1. Faire le bilan des forces.
2. Exprimer puis calculer numériquement E_0.

3. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer V_A en fonction de f, m, V_0, α et g.
4. Calculer numériquement E_A.
5. Comparer E_0 et E_A . Le résultat était-il prévisible ? Justifier votre réponse.
   On prend comme niveau de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur, le niveau correspondant à celui de la partie horizontale de la piste.

Solution:

1. Bilan des forces.

On a le poids $\vec{P}$ du solide et la réaction $\vec{R}$ du plan incliné(voir explication à l'exercice 7 question 7.5.1).

2. Expression et calcul de E_0.

$$E_0 = E_{C_0} + E_{P_0} = \frac{1}{2}mV_0^2 + mgh \ \ or\ h = OA\sin\alpha \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2}mV_0^2 + mg.OA\sin\alpha \ \ \text{AN :}$$

$$E_0 = \frac{1}{2}\times 24\times(3)^2 + 24\times 10\times 6\times\sin 30° = 120 \Rightarrow E_0 = 120J\ .$$

3. Expression de V_A en fonction de f, m, V_0 , α, g et OA.

On a : $\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \quad \vec{R} = \vec{R_N} + \vec{f} \Rightarrow W(\vec{R}) = W(\vec{R_N}) + W(\vec{f}) = W(\vec{f})$.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = mgh - f.OA \Rightarrow V_A = \sqrt{V_0^2 + 2gOA\sin\alpha - \frac{fOA}{m}}\ .$$

4. Calcul de E_A.

$$E_A = E_{C_A} + E_{P_A} \ \ or\ \ E_{P_A} = 0(niveau\,de référence)$$

$$\Rightarrow E_A = \frac{1}{2}V_A^2 = \frac{1}{2}m\left[V_0^2 + OA(2g\sin\alpha - \frac{f}{m}\right]$$

$$\text{AN : } E_A = \frac{1}{2}\times 24\left[(3)^2 + 6\left(2x10\sin 30° - \frac{20}{24}\right)\right] \Rightarrow E_A = 768J.$$

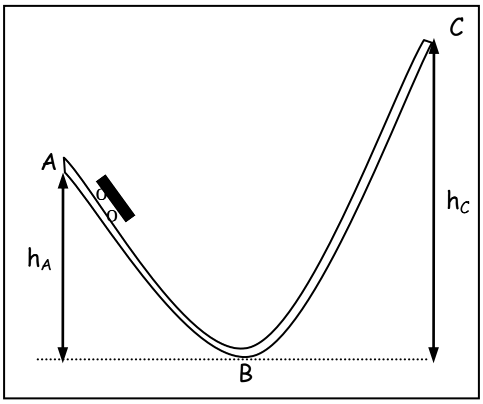
5. Comparaison de E_0 et E_A.

On a $E_A < E_0$. Le résultat était prévisible car la présence des forces de frottement provoque une perte d'énergie sous forme de chaleur.

Exercice11 :

Un wagonnet conçu pour rouler dans les deux sens, parcourt sans frottement le trajet de la figure ci-dessous.

Les hauteurs des points A et C sont h_A = 60 cm et h_C = 80 cm. Le wagonnet est abandonné en A sans vitesse initiale.



1. Calculer la vitesse du wagonnet au point B.
2. Le wagonnet pourra-t-il atteindre le point C ? Sinon, quelle est la hauteur maximale du point atteint ?
3. Décrire le mouvement du mobile au cours du temps.

4. Cette conclusion vous paraît-elle possible ? Pourquoi ?

Solution:

1. Calcul de la vitesse du wagonnet au point B.

D'après le théorème de l'énergie cinétique on a :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{p}) + W(\vec{R}) \ or \ W(\vec{R}) = 0 \ car \ pas \ de \ frottement$$

$\vec{R}$ est donc perpendiculaire à la trajectoire et $W(\vec{P}) = mgh_A$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh_A \Rightarrow V_B = \sqrt{2gh_A} \ \ AN : V_B = \sqrt{2x10x0{,}6} = 3{,}464 \Rightarrow V_B = 3{,}464 ms^{-1}$$

2. Vérifions si le wagonnet pourra atteindre le point C.

Il suffit de déterminer la hauteur h'$_C$ en supposant qu'il arrive en C. Dans ce cas V_C=0.

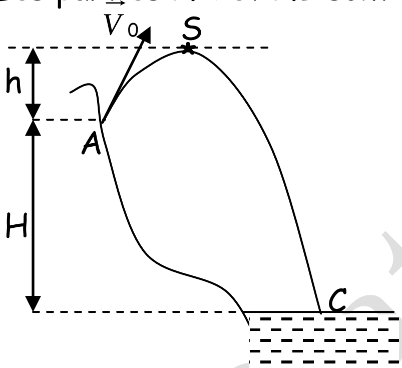
On peut écrire : $\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P}) = -mgh_C^{'} \Rightarrow h_C^{'} = \frac{V_B^2}{2g} = 0{,}6m = 60cm = h_A \neq h_C$.

Il s'arrête à la hauteur maximale h =60cm.

3. Le mobile décrit son mouvement de va et vient à la même hauteur dans les deux sens.
4. Oui cette conclusion nous paraît possible car il y a absence des forces de frottement et de la résistance de l'air.

Exercice12 :

Les parties I.A et I.B sont indépendantes.



1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
2. Un projectile de masse m = 3 kg est lancé d'un point A avec une vitesse Vo de valeur Vo = 24 m.s^{-1}. Le sommet S de sa trajectoire est situé à la hauteur h = 14,6 m par rapport au point A.

On néglige les frottements et on prend g = 9,8 N.kg^{-1}.

a. Avec quelle vitesse passe-t-il en S ?
b. Y a-t-il un (ou plusieurs) point(s) de sa trajectoire où la vitesse du projectile a ma même valeur qu'en A ? Dans l'affirmative, quel est (ou quels sont) ce(s) point(s) ? Justifier la réponse.
c. Avec quelle énergie cinétique le projectile tombe-t-il dans l'eau en C, situé à H =80m en dessous de ? Quelle est alors sa vitesse ?
d. Faire le bilan numérique des énergies cinétiques, potentielles et mécaniques au niveau des points A, S et C. On prendra e niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur sur le plan horizontal passant par A. Conclure quant au système.

Solution:

1. Enoncer du théorème de l'énergie cinétique.

La variation de l'énergie cinétique entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures qui s'appliquent au solide entre ces deux instants.

2.

a. Vitesse de passage en S.

On a $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}ext) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_S^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) = mgh$

$V_S = \sqrt{V_A^2 - 2gh}$ $AN: V_S = \sqrt{24^2 - 2\times 9{,}8\times 14{,}6} = 17{,}02 \Rightarrow V_S = 17{,}02J$.

b. Oui il y a un point qui a la même vitesse qu'en A. C'est le point d'intersection de la trajectoire et le plan horizontal passant par A.

Note : Dans un mouvement parabolique, tous les points situés à la même hauteur ont la même vitesse.

c. * Energie cinétique en C.

On applique la variation de l'énergie cinétique :

entre S et C. $-\frac{1}{2}mV_S^2$=p(h+H).

entre A et C . $-\frac{1}{2}mV_0^2$ =PH.

Dans le dernier cas on E_C =m($\frac{1}{2}V_0^2$ + gH). AN :E_c =3(0,5x24^2 +9.8x80)=3216J.

*Vitesse en C.

$$E_C = \frac{1}{2}mV_C^2 \Rightarrow V_C = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} \quad AN: V_C = \sqrt{\frac{2x3216}{3}} = 46{,}30 \Rightarrow V_C = 46{,}30ms^{-1}$$

d. Bilan numérique des énergies.

points			
Energie	A	S	C
Cinétique(J)	$E_C = \frac{1}{2}mV_A^2 = 864$ J	$E_C = \frac{1}{2}mV_S^2 = 434{,}76$ J	$E_C = \frac{1}{2}mV_C^2 = 3216J$
Potentielle(J)	$E_P = 0$	$E_P = mgh = 429{,}24$ J	$E_P = -mgH = -2352$ J
Mécanique(J) (E=E_c + E_P)	864J	864J	864J

Conclusion : L'énergie mécanique se conserve d'où le système est pseudo-isolé.

Chapitre 4 : LA PROPAGATION RECTILIGNE DE LA LUMIERE

1. Définition et généralités.

La lumière est tout ce qui impressionne l'œil. Un objet n'est visible que si l'œil reçoit de la lumière en provenance de celui-ci ou encore si l'objet est lumineux.

On distingue deux types de corps lumineux :

-les sources de lumière (émettent la lumière) ex: Soleil, étoile, lampe à incandescence, bougie etc ;

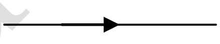
-les objets éclairés (diffusent la lumière) ex: lune, l'homme etc.

Il existe trois types de milieu de propagation.

- Le milieu transparent : laisse passer de la lumière ex : l'eau ,l'air, le verre ...
- Le milieu opaque: Ne laisse pas passer de la lumière ex : le bois, le mur…
- Le milieu translucide: laisse passer de la lumière sans toutefois permettre à l'œil d'identifier l'objet lumineux qui l'émet. Ex. papier huilé…

2. Principe de propagation rectiligne de la lumière.

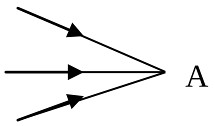
Dans un milieu transparent et homogène, la lumière provenant d'un point lumineux se propage suivant les lignes droites appelées rayons lumineux.

On représente un rayon lumineux par une droite fléchée 

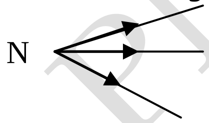
On appelle faisceau lumineux un ensemble de rayons lumineux.

On distingue plusieurs types de faisceau lumineux : faisceaux parallèles ou cylindriques;faisceaux convergents ; faisceaux divergents ; pinceaux lumineux (faisceaux lumineux très étroit).

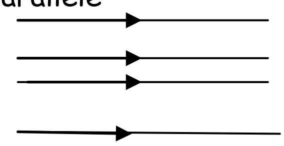
- Le faisceau convergent :



- Le faisceau divergent :



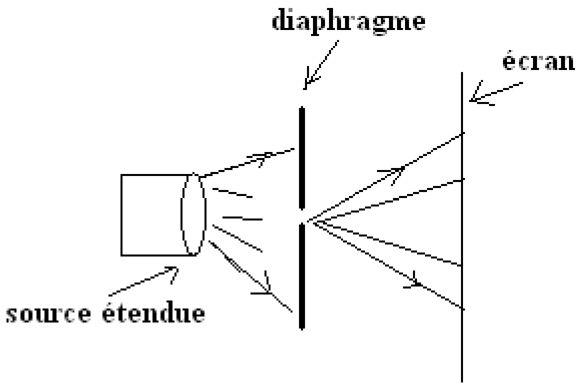
- Le faisceau cylindrique ou parallèle



3. La diffraction de la lumière.

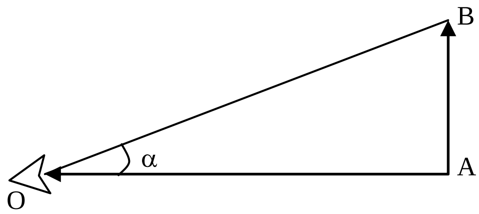
Le phénomène de diffraction apparaît lorsqu'on cherche à isoler un rayon lumineux à partir d'une source étendue.

Pour cela, on fait passer la lumière à travers un diaphragme et on la reçoit dans un écran. Quand le diamètre du diaphragme devient très petit (de l'ordre du 10ème du millimètre), le trou se comporte comme une source et envoi la lumière dans toutes les directions, on dit que l'on à obtenu le phénomène de **diffraction**.



4. Diamètre apparent d'un objet.

Le diamètre apparent d'un objet rectiligne AB pour un œil placé au point O est l'angle α sous lequel cet objet est vu du point O.



α petit, $\tan\alpha \approx \alpha$

$$\alpha = \frac{AB}{OA} \text{ en rad.}$$

5. APPLICATIONS.

a. ombre et pénombre.

- Cas d'une source ponctuelle.

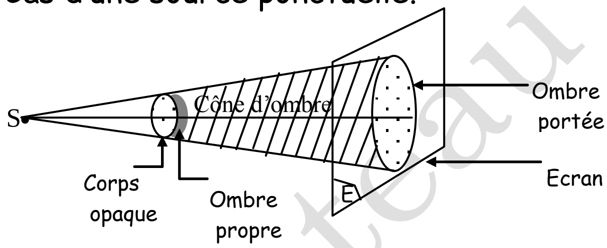
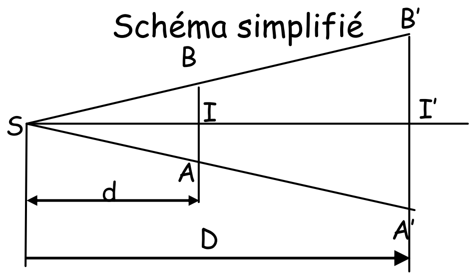
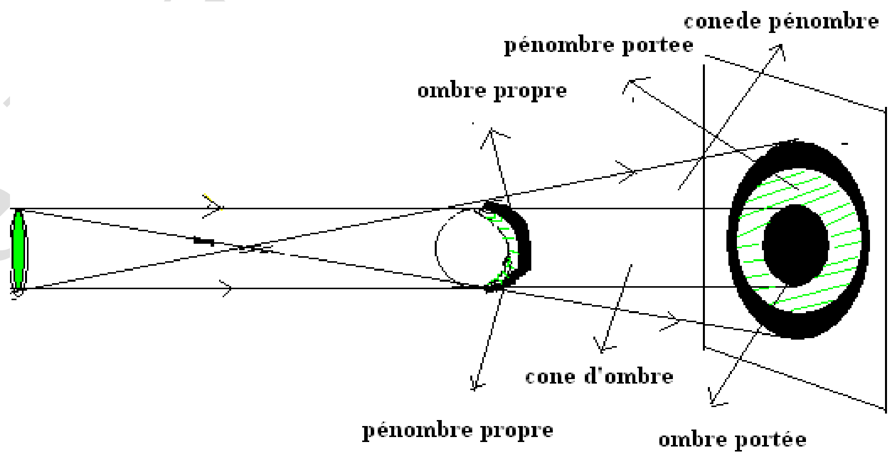


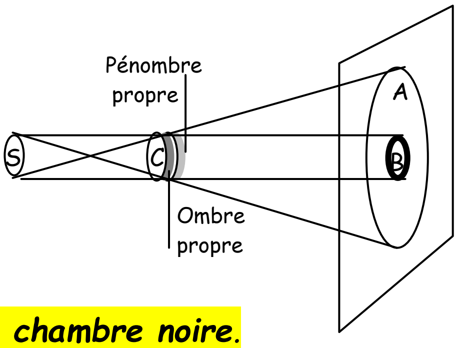
Schéma simplifié





D'après la propriété deThalès on a: (AB)//(A'B') $\Leftrightarrow \frac{AB}{d} = \frac{A'B'}{D}$

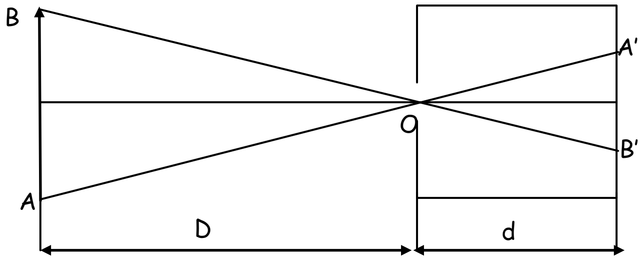
- **Cas d'une source lumineuse étendue.**



S =source étendue
C= corps opaque
A= pénombre portée
B= ombre portée

b. *La chambre noire.*

Elle est constituée par une boite à parois minces, dont l'une des faces est percée d'une petite ouverture. Un tel dispositif permet d'obtenir d'un objet lumineux AB, une image A'B' reduite et renversée.



On a: $\frac{AB}{D} = \frac{A'B'}{d}$

D=distance objet-chambre
d =profondeur de la chambre
AB= grandeur de l'objet
A'B'=grandeur de l'image

Note: - Si l'objet se rapproche du trou O, son image grandit.

- Si l'écran s'éloigne du trou c'est-à-dire si la chambre est plus profonde, l'image grandit.
- Si le diamètre du trou devient plus gros, la chambre étant plus éloignée de l'objet, l'image devient plus petite, plus lumineuse mais floue.

6. PHENOMENE D'ECLIPSE.

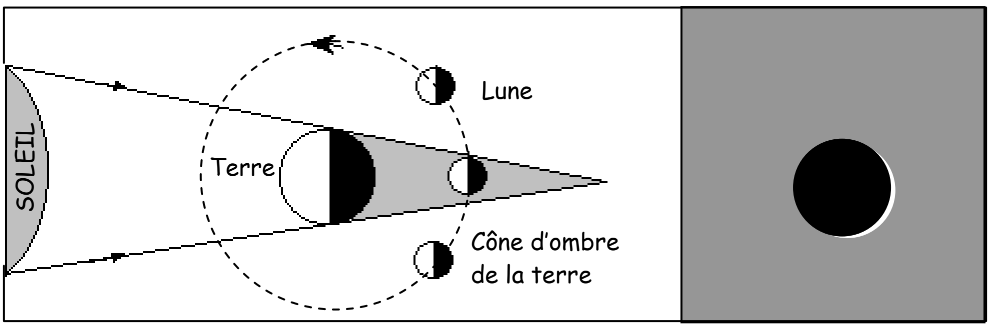
Il y a éclipse lorsqu'un astre cache un autre.

Eclipse de lune.

Elle a lieu lorsque la lune traverse le cône d'ombre de la terre.

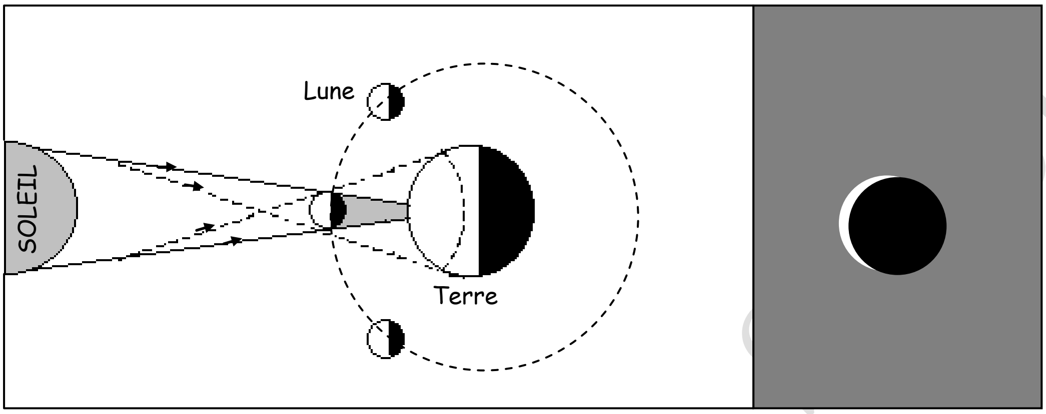
Si la lune passe entièrement dans le cône d'ombre de la terre, l'éclipse est dite totale.

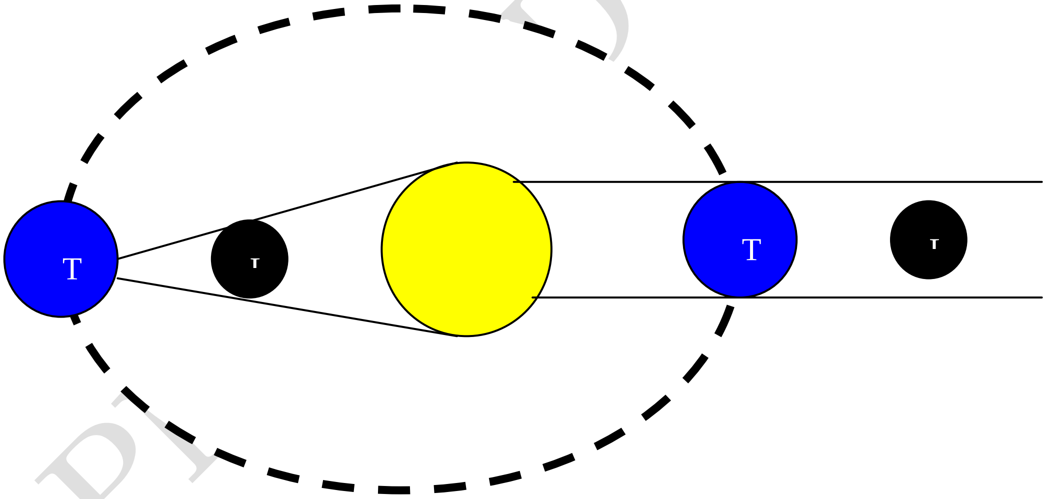
Si une partie seulement de la lune passe dans le cône d'ombre de la terre, l'éclipse est dite partielle. Une éclipse de lune se produit en période de pleine lune quand le soleil, la terre et la lune sont alignés.



Eclipse de soleil.

Elle se produit quand le cône d'ombre de la lune rencontre la terre.
L'eclipse est totale pour la région située dans le cône d'ombre.
L'eclipse est dite partielle pour la région située dans la zone de pénombre.
Le cône d'ombre de la lune est étroit, ce qui explique que seule une partie de la face éclairée de la terre se trouve dans l'obscurité.



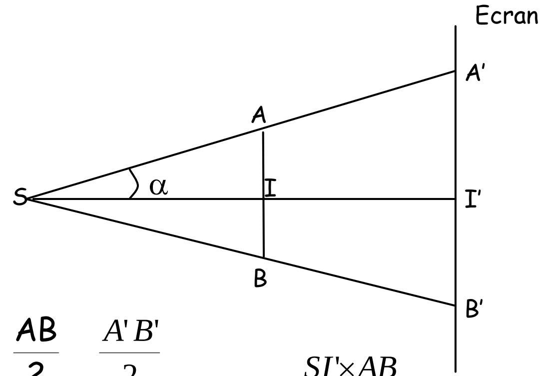


Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

Entre une source lumineuse ponctuelle et un écran, on place une plaque rectangulaire de 5cm de largeur et 10cm de longueur. La plaque est équidistante de la source et de l'écran. Quelle sont les dimensions de l'ombre portée de la plaque sur l'écran ?

Solution:



On a : $tg\alpha = \dfrac{\frac{AB}{2}}{SI} = \dfrac{\frac{A'B'}{2}}{SI'} \Leftrightarrow A'B' = \dfrac{SI' \times AB}{SI}$

Si AB=5cm $\Rightarrow$A'B'=10cm.

Si AB=10cm $\Rightarrow$A'B'= 20cm.

Les dimensions de l'ombre portée de la plaque sur l'écran sont 10cm pour la largeur et 20cm pour la longueur.

Exercice2 :

Calculer la hauteur d'un poteau télégraphique sachant que son ombre mesure 5 mètres au moment où l'ombre d'une règle verticale de 1 mètre mesure 0,62 mètre.

Solution:

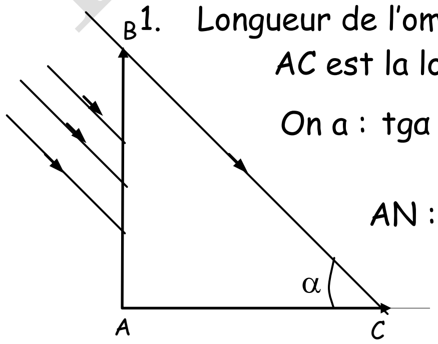
Pour $\begin{array}{l} AB = 1m \rightarrow 0,62m \\ h \rightarrow 5m \end{array} \Leftrightarrow h = \dfrac{5x1}{0,62} \Rightarrow h = 8,06m$.

Exercice3 :

Calculer, à un moment de la journée où les rayons du soleil sont inclinés de 30° sur l'horizontale :

1. La longueur de l'ombre portée sur le sol d'un homme de 1,80m
2. La hauteur d'un arbre dont l'ombre portée sur le sol mesure 8m.

Solution:



1. Longueur de l'ombre portée sur le sol horizontal.

AC est la longueur de cette ombre et AB la hauteur de l'homme

On a : $tg\alpha = \dfrac{AB}{AC} \Leftrightarrow AC = \dfrac{AB}{tg\alpha}$.

AN : $AC = \dfrac{1,8}{tg30°} = 3,12 \Leftrightarrow AC = 3,12m$.

2. Hauteur de l'arbre.

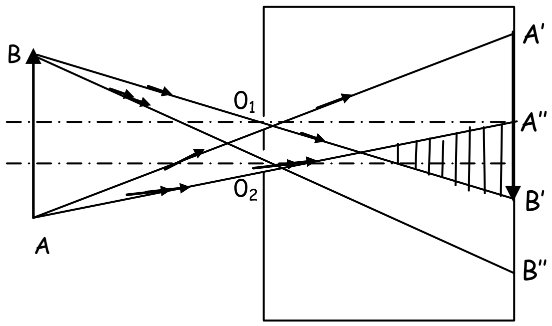
On a toujours $tg30° = \dfrac{AB}{AC} \Leftrightarrow AB = ACtg30°$ AN : $AB = 8tg30° \Rightarrow AB = 4{,}62m$.

Exercice4 :

Expliquer à l'aide d'un schéma, ce qui se passe dans une chambre noire lorsqu'on perce une deuxième ouverture à côté de la première.

Solution:

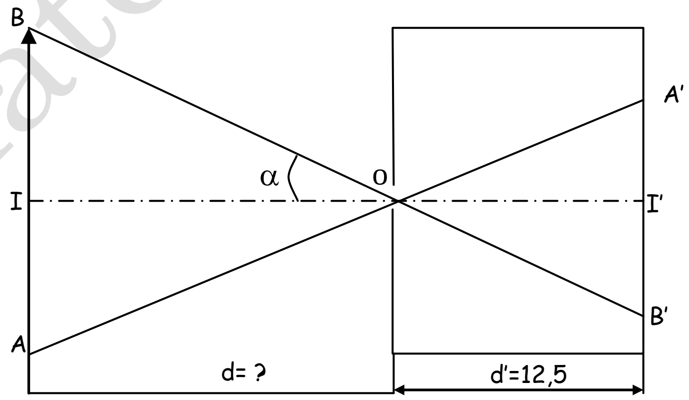
Lorsqu'on perce une deuxième ouverture à côté de la première, il y a interférence lumineuse des faisceaux issus de l'objet AB sur l'écran placé dans la chambre. Dans ce cas, l'image sera floue en certains points.



Exercice5 :

La distance qui sépare l'ouverture de la chambre noire de l'écran translucide est de 12,5cm et l'écran a 20cm de hauteur. A quelle distance minimale de l'ouverture de la chambre noire doit se tenir un homme de 1,8m de hauteur pour être vu en entier sur l'écran ?

Solution:



On a : $tg\alpha = \dfrac{AB/2}{d} = \dfrac{A'B'/2}{d'} \Leftrightarrow d = \dfrac{AB}{A'B'} x d'$ AN : $d = \dfrac{1{,}8}{20} x 12{,}5 = 1{,}125 \Rightarrow$ d=1,125m=112,5cm

Exercice6 :

1. L'ouverture d'une chambre noire a 1mm de diamètre et la profondeur de cette chambre est 1m. L'image du soleil qui se forme sur l'écran a 10mm de diamètre. Expliquer la formation de cette image.
2. Que devient le diamètre de cette image si la profondeur de la chambre passe de 1 à 2m ?

Solution:

1. Un observateur placé derrière cette chambre, fermé en arrière par un corps translucide voit de ce soleil une reproduction (image) renversée plus petite que l'objet.

On a : $\frac{AB}{d} = \frac{A'B'}{d'}(1)$

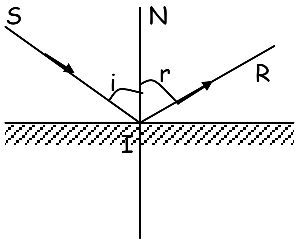
2. Si d' passe à d''=2m on a également $\frac{AB}{d} = \frac{A''B''}{d''}(2)$

(1) =(2) $\Leftrightarrow \frac{AB}{d} = \frac{A'B'}{d'} = \frac{A''B''}{d''} \Leftrightarrow A''B'' = \frac{d''xA'B'}{d'}$ $AN: A''B'' = 2x10 \Rightarrow A''B'' = 20cm$.

Chapitre 5 : LA REFLEXION DE LA LUMIERE

1. Définition.

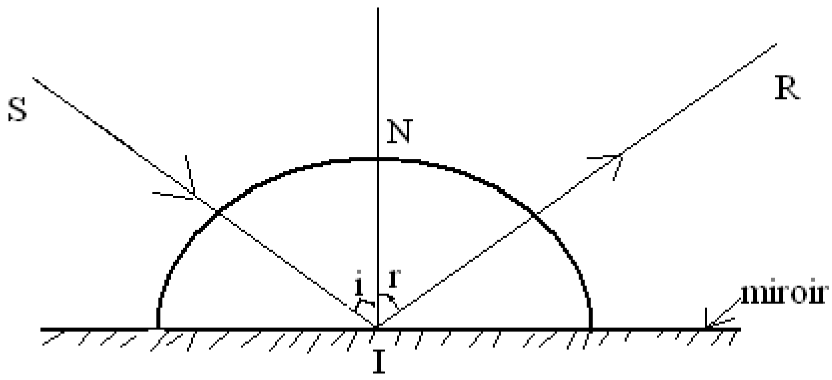
Elle est le renvoie de la lumière par une surface plane et polie dans une direction privilégiée.



SI= rayon incident
IR=rayon réfléchi
IN=normale à la surface plane
I= point d'incidence; i=angle d'incidence; r=angle de reflexion.

On appelle réflexion, le phénomène de renvoi de la lumière dans une direction privilégiée par une surface polie.

Le plan d'incidence est le plan formé par le rayon réfléchi et le rayon incident (plan du rapporteur).



Remarque :

Le trajet suivi par la lumière n'est pas modifié lorsqu'on inverse le sens de propagation : ***C'est la loi du retour inverse de la lumière***.

2. Lois de la reflexion ou lois de déscartes.

1ère loi : Le rayon réfléchi et le rayon incident sont contenu dans le même plan.

2ème loi : L'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion : i=r.

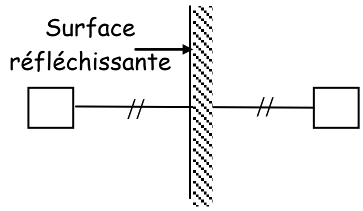
Notes **: si i=0 alors r=0 on parle d'incidence normale.**
Si i =90° alors r=90° on parle d'incidence rasante.

3. Loi du retour inverse de la lumière.

Le trajet suivi par la lumière n'est pas modifié quand le sens de propagation est inversé.

a. Le miroir plan.

Un miroir plan est une surface plane et réfléchissante. Il donne d'un objet réel une image virtuelle symétrique de l'objet par rapport au miroir.

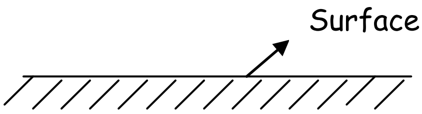


b. Rotation d'un miroir.

Lorsqu'on tourne un miroir d'un angle α autour d'un axe situé dans son plan, l'image d'un point objet fixe tourne d'un angle 2α autour du même axe et dans le même sens.

On appelle miroir plan, une surface plane réfléchissante.

Exemple : surface libre d'un liquide au repos, la glace, une vitre. Le symbole d'un miroir plan est :



4. Image d'un objet dans un miroir.

a. Expérience de deux bougies.

Plaçons 2 bougies AB et A'B' identiques symétriquement à une vitre semi-transparente. Lorsque nous allumons la bougie AB, on à l'impression que la bougie A'B' est allumée.

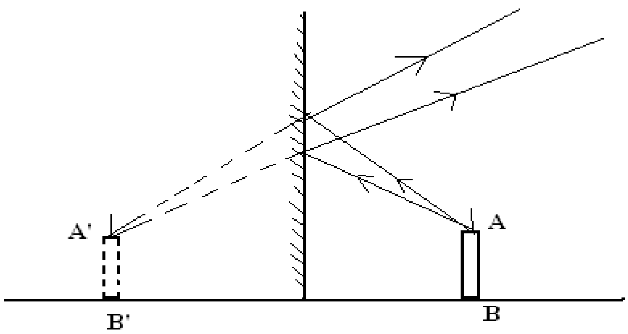


fig 1

Il ressort de cette expérience que les bougies AB et A'B' sont confondues puisque cette image n'a pas d'existence réelle, on dit qu'elle est **virtuelle**. La figure 2 ci-dessous est obtenue à partir de la figure 1 par la loi de retour inverse de la lumière.

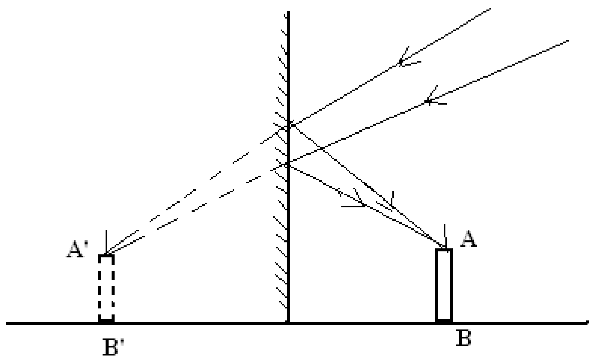


fig 2

AB : image réel car la lumière y passe effectivement.
A'B' : objet virtuel car le miroir vient intercepter le rayon incident.
Un miroir plan donne d'un objet réel une image virtuelle de même grandeur et symétrique par rapport au miroir.

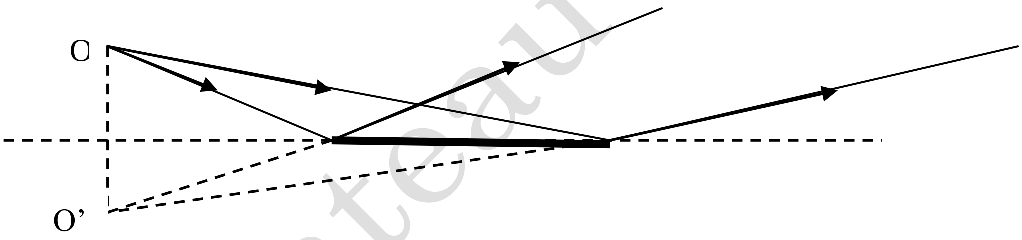
b. *Définition.*

- ***Le point objet :***

Pour tout instrument d'optique un point est objet lorsqu'il est à l'intercepter des rayons qui arrivent sur l'instrument formant un rayon incident.
Le point objet est réel quand les rayons partent effectivement de ce point, dans ce cas le faisceau incident est divergent (fig.1).
Le point objet est virtuel lorsque les rayons lumineux incidents sont interceptés par le système otique avant leur concours (fig. 2).

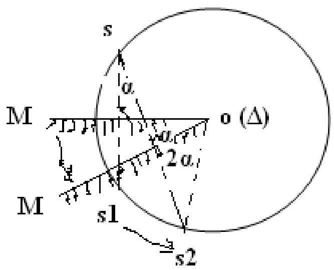
- Le point image :

Le point image est réel quand les rayons lumineux sortant du système d'optique passent effectivement par ce point (fig. 2).
Le point image est virtuel lorsqu'il est sur le prolongement des rayons. Le faisceau émergent est alors divergent.
NB :
Le champ d'un miroir plan pour une position donnée de l'œil de l'observateur est la portion d'espace vue par réflexion dans ce miroir.



5. *la rotation d'un miroir plan.*

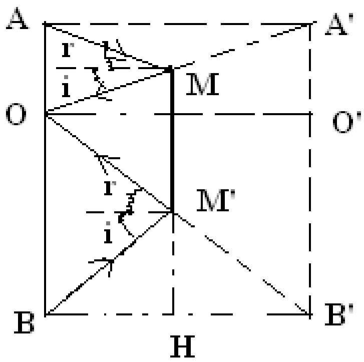
Lorsqu'on fait tourner un miroir plan d'un angle α autour d'un axe situé dans son plan, l'image d'un point objet fixe tourne d'un angle 2α autour du même axe dans le même sens.



Exercice d'application1 :
Un observateur de 1,80m de hauteur se trouve devant une glace. Son œil se trouve à 1,70m du sol. En se servant de la définition du champ d'un miroir, calculer :

1. la distance au sol du bord inférieur du miroir pour que l'observateur voie juste ses pieds.
2. La hauteur minimale de la glace pour qu'il se voit en entier.

Solution :



Soit AB l'observateur, A'B' son image symétrique par rapport au miroir MM'. L'œil de l'observateur est en O. Le rayon AM se réfléchit en M suivant MO et semble provenir de A', AM = MA' = OM. Le rayon BM' se réfléchit en M' suivant M'O et semble provenir de B', BM' = M'B' = OM'.

1. M'H ? Soit les triangles OB'B et M'B'H, OB/M'H = BB'/HB' or BB' = 2HB'

OB/M'H = 2, M' = OB/2 = 85cm.

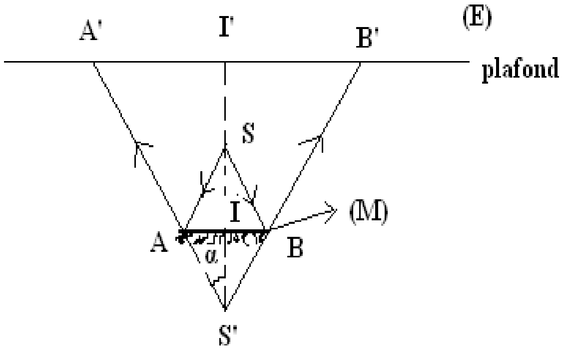
2. Les triangles OMM' et CA'B' étant homothétiques, A'B'/MM' = OA'/OM, or OA' = 2OM, A'B'/MM' = 2, MM' = A'B'/2 comme

   AB = A'B' alors MM' = AB/2 = 90cm

***Exercice d'application*2 :**

Un point lumineux est placé à 40cm au-dessus et sur la normale au centre d'un miroir plan circulaire de 10cm de diamètre, disposé horizontalement. Le miroir étant à 2m du plafond, calculer le diamètre du cercle éclairé au plafond par la lumière réfléchie sur le miroir.

Solution :



Le miroir M donne de la source S une image S' symétrique par rapport à son plan : SI = S'I. Le rayon SA se réfléchit en A suivant S'A' et SB se réfléchit en S'B'. Tous ces rayons qui se réfléchissent sur le miroir semblent provenir de s'. Soit les triangles

S'AB et S'A'B' : tgα = AI/S'I = A'I'/S'I' ou encore A'I'/AI = S'I'/S'I↔ A'B'/2/AB/2 = S'I'/S'I d'où
A'B'/AB = S'I'/S'I↔A'B'/A = (S'I+ II') /S'I **A'B' = (S'I+II').AB/S'I**
AN) A'B' = 60cm.

6. Application des miroirs.

Les miroirs sont utilisés au quotidien pour :

- Augmenter notre champ visuel (rétroviseur, dispositif de surveillance…)
- Équiper de nombreux appareils optiques (microscope).
- Décorer, en effet, en décoration, le miroir donne ne impression de profondeur ou d'infini.

Exercices et problèmes résolus

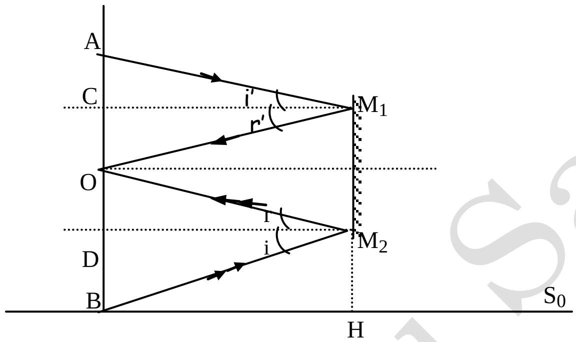
Exercice1 :

Un observateur de 1,80m de hauteur se trouve devant une glace. Son œil se trouve à 1,70m du sol. En se servant de la définition du champ d'un miroir. Calculer :

1. La distance au sol du bord inférieur du miroir pour que l'observateur voit juste ses pieds.
2. La hauteur minimale de la glace pour qu'il se voie en entier.

Solution:

1. Distance au sol du bord inférieur du miroir : (HM_2)



Le triangle OBM_2 est isocèle, DM_2 est la médiatrice du segment (OB)

$\Rightarrow DB = OD = M_2H = \frac{DB}{2} = \frac{1,7}{2} = 0,85 \Rightarrow M_2H = 0,85m = 85cm.$

2. Hauteur minimale de la glace pour qu'il se voie en entier. (M_1,M_2 = CD).

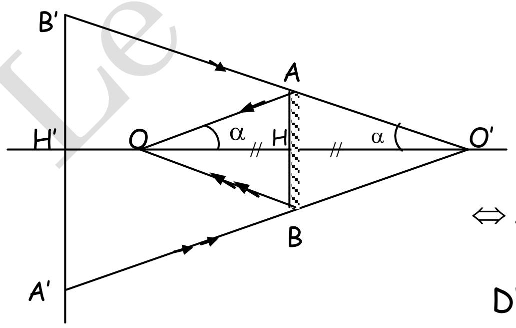
De même AOM_1, est un triangle isocèle on a alors:

$CO = \frac{AO}{2}$ d'où $M_1M_2 = \frac{AO}{2} + OD$ AN: $M_1M_2 = \frac{10}{2} + 85 = 90 \Rightarrow M_1M_2 = 90$ cm.

Exercice2 :

L'œil d'un observateur est placé devant un miroir circulaire de 6cm de rayon, sur la normale au miroir qui passe par son centre et à 20cm de centre .Quelle portion verra-t-il par réflexion d'un mur placé derrière lui, parallèlement au miroir, à 1,80m de ce miroir ?

Solution:



Les triangles O'AB et O'A'B' sont semblables

on a : $\tan\alpha = \frac{\frac{AB}{2}}{O'H} = \frac{\frac{A'B'}{2}}{O'H'}$

$\Leftrightarrow A'B' = \frac{O'H'.AB}{O'H}$ or $O'H' = O'H + HH'$ et $OH = O'H$

D'où $A'B' = \frac{(OH+HH')}{OH}.AB$ AN : $A'B' = \frac{20+180}{20} x12$

$\Rightarrow$ A'B' = 120cm = 1,2m..

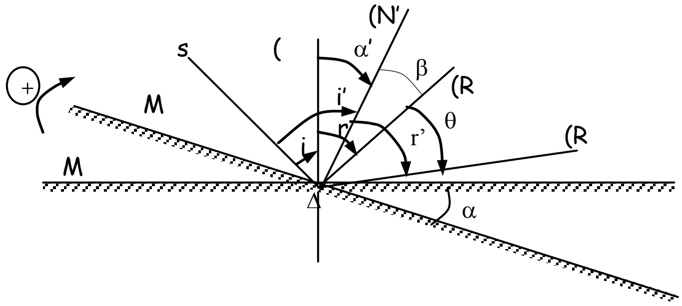
Il verra une portion circulaire de 1,2m de diamètre.

Exercice3 :

Un petit miroir plan, mobile autour d'un axe vertical réfléchit un pinceau de rayons parallèles, perpendiculairement à une règle translucide horizontale placée à 2 mètres du miroir. Une rotation du miroir amène un déplacement de la raie lumineuse qui se perçoit sur la règle de20mm : Calculer l'angle de rotation du miroir, en radian.

Solution :

Angle θ que tournera le rayon réfléchi.



$\alpha' = \alpha$ angle à côtés perpendiculaires.

$i = r$ et $i' = r'$ d'après la première loi de réflexion.

On a $\theta = r' - \beta$ et $\beta = r - \alpha' = r - \alpha$

$\Rightarrow \theta = r' - r + \alpha$ on a aussi $i' = r' = i + r - \beta = 2i - r + \alpha$

$\Rightarrow \theta = 2i - r + \alpha - r + \alpha = 2\alpha$.

Le rayon réfléchi tournera dans le même sens, d'angle 2α.

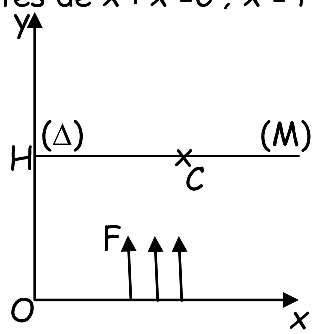
Exercice4 :

On considère un faisceau lumineux F dont les rayons se propagent parallèlement à l'axe oy du repère orthonormé xoy.

Soit un miroir plan (M), de très petites dimensions, dont le centre C est astreint à se déplacer le long d'un axe (Δ) parallèle à ox, à une distance H de celui-ci. On repérera la position du miroir par l'abscisse x de son centre C.

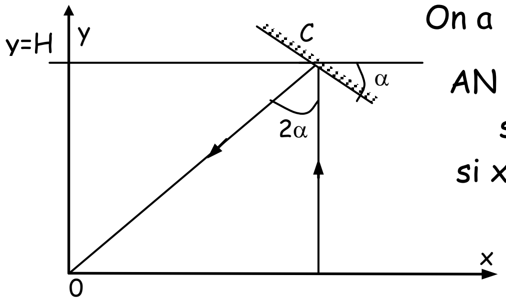
Quelle inclinaison α faut-il donner au miroir(M) pour que le pinceau lumineux qu'il intercepte se réfléchisse en passant par le point O ?

AN : Calculer α pour les valeurs suivantes de *x* : *x =0 ; x =4 ; x=+∞*



Solution :

Quand on tournera le miroir d'un angle α le rayon réfléchit tournera d'un angle 2α .



On a $\tan 2\alpha = \frac{y}{x} \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}(\frac{H}{x})$.

AN : si x = o on a α = o

si x = H on a α = 22,5°

si x = ∞ on a α = 45°

Exercice5 :

On dispose d'une source lumineuse émettant un pinceau lumineux très étroit. En quel point I du miroir M doit tomber le pinceau lumineux pour que, passant par A il se réfléchisse en passant par B.

Données : AH=10cm ; BK=20cm ; HK=30cm.

Solution:

On a $\tan\alpha = \frac{AH}{HI} = \frac{BK}{KI}$ or HI + IK = HK ⇒ IK=HK – HI

$$\frac{AH}{HI} = \frac{BK}{HK - HI} \Leftrightarrow HI = \frac{AH.HK}{AH + BK} \quad AN:\ HI = \frac{10\times 300}{10+20} \Rightarrow HI = 10\text{ cm}.$$

Exercice6 :

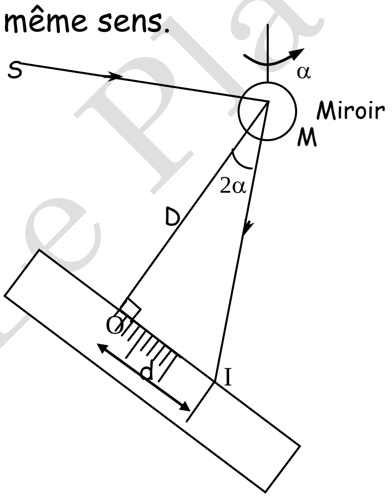
Un rayon lumineux SI tombe sur un miroir plan M, on fait tourner le miroir d'un angle α autour de l'axe (Δ) perpendiculaire au plan de la figure en I.

De combien et dans quel sens tourne le rayon réfléchit ? On envisagera les deux sens possibles de rotation du miroir.

Solution:

Angle de rotation du miroir.

Lorsqu'on fait tourner le miroir d'un angle α, la raie lumineuse tourne d'un angle 2α et dans le même sens.



On écrit alors $\tan 2\alpha = \frac{OI}{D} = \frac{d}{D} \Leftrightarrow 2\alpha = \frac{d}{D}$

car l'angle est petit.

D'où $\alpha = \frac{1}{2}\frac{d}{D}$ $AN: \alpha = \frac{20.10^{-3}}{2\times 2} \Rightarrow \alpha = 5.10^{-3} rad$.

Chapitre 6 : LA REFRACTION DE LA LUMIERE

1. Définition.

La réfraction de la lumière est le brusque changement de direction que subit la lumière en passant d'un milieu à un autre transparent.

On appelle réfraction le brusque changement de direction que subit la lumière à la traversée de la surface de séparation entre deux milieux transparents (dioptre).

Un dioptre est la surface de séparation entre deux milieux transparents. Il est dit plan (dioptre plan) lorsque cette surface est plane.

Le dioptre est la surface de séparation de deux milieux transparents.

Exemple: air – eau.

SI = rayon incident

IR = rayon refracté

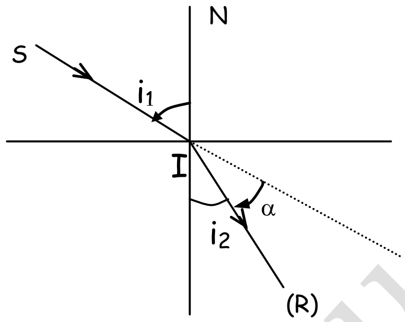
I = point d'incidence

IN =normale au dioptre

i_1 = angle d'incidence

i_2 = angle de refraction

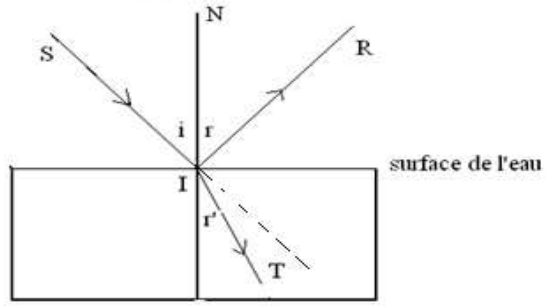
$\alpha = i_1 - i_2$ = déviation.



mise en évidence.

Si nous faisons tomber un faisceau lumineux étroit d'un laser dans l'eau d'une cuve, on constate qu'au contact de la surface de l'eau :

- Une partie est renvoyée dans l'air (réflexion),
- Une autre partie pénètre dans l'eau avec changement de direction :



2. Loi de réfraction.

1ère loi : Les rayons incidents et refractés sont contenus dans un même plan qui est le plan d'incidence.

2ème loi : Le rapport du sinus de l'angle d'incidence sur le sinus de l'angle de refraction est égal à une constante. $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin i'_1}{\sin i'_2} = ...constante$

3. Les indices de refraction.

a. Indice absolu d'un milieu.

Il est l'indice d'un milieu par rapport au vide qu'on note n_{milieu}/vide = C/V où C est la vitesse ou célérité de la lumière dans le vide (C = 3.10^8 m/s) et V la vitesse de la lumière dans le milieu consideré.

<u>***Notes***</u> **:** $C \geq V \Rightarrow n \geq 1$

- n_{milieu} /vide = n_{milieu} /air car $V_{vide} \approx V_{air}$

<u>Exercice d'application</u> : Calculer l'indice absolu de l'eau sachant que la vitesse de propagation de la lumière dans ce milieu est $225.10^6 m.s^{-1}$

$n = \frac{C}{V}$ AN : $n = \frac{3.10^8}{225.10^6} = 1,33 \Rightarrow n = 1,33$ AN : $n = 3.10^8/225.10^6 = 1,33 \Rightarrow n = 1,33$

Si le milieu consideré est le vide ou l'air alors $n = \frac{C}{C}$ =1.

b. Indice relatif.

Il est l'indice absolu du second milieu sur l'indice absolu du premier milieu. On le note $n_{2/1} = n_2/n_1$ or $n_2 = c/v_2$ et $n_1 = c/v_1$ $\Rightarrow n_{2/1} = v_1/v_2 = n_2/n_1$

D'après la deuxième loi de descartes, $n_{2/1} = \sin i_1/\sin i_2 = n_2/n_1$ d'où $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ ou $v_2 \sin i_1 = v_1 \sin i_2$.

4. Les conséquences des lois de refraction.

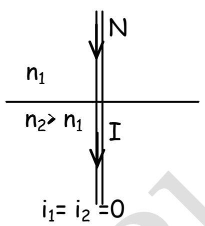
a. La refraction limite.

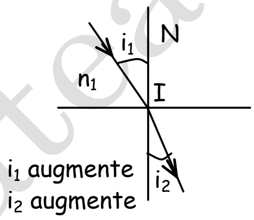
<u>***Note:***</u> - Lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu donné à un milieu d'indice plus grand, le rayon réfracté se rapproche de la normale.

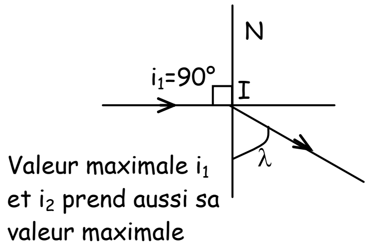
- Un milieu est dit plus réfringent qu'un autre si son indice de réfraction est plus élèvé.

- Lorqu'on augmente l'angle d'incidence, l'angle de refraction augmente aussi.

- Lorsque l'angle d'incidence atteint sa plus grande valeur ($i_1 = 90°$), i_2 atteint également sa plus grande valeur qu'on note λ et qu'on appelle angle de réfraction limite.

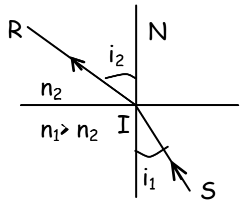


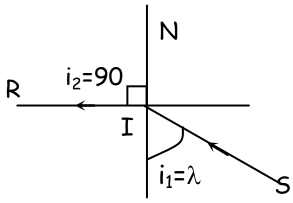


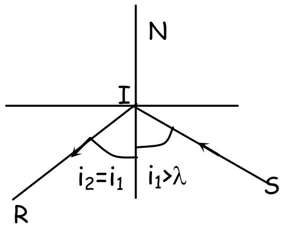


b. La réflexion totale.

Dans ce cas, la lumière passe d'un milieu plus réfringent à un autre moins réfrigent, le rayon réfracté s'éloigne de la normale d'après le principe de retour inverse de la lumière. On constate que lorsque l'angle d'incidence est superieur à λ, le rayon lumineux ne traverse plus le dioptre mais est plutôt réflechi comme si le dioptre était un miroir plan. On parle alors de réflexion totale.

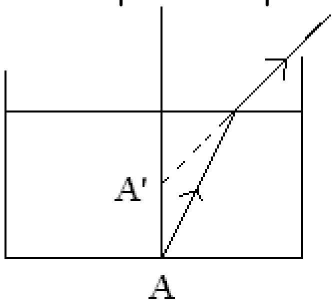






c. construction de l'image d'un objet donné par un dioptre plan.

Construisons l'image d'un objet A donné par un dioptre plan.



- on observe un rayon issu du point A et perpendiculaire au dioptre plan, il n'est pas dévié.
- Un rayon issu du même point A et faiblement incliné.

  L'image A' est le point de contour des rayons réfractés, l'image A' est virtuelle.

  Exemple : Un poisson dans l'eau nous semble être proche alors qu'il n'en ait rien.

d. Application de la réfraction.

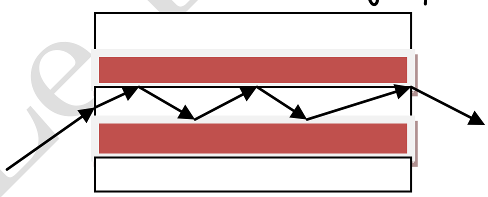
La réfraction et surtout le phénomène de réflexion totale qui l'accompagne est très utilisé dans la confection :

- Des fontaines lumineuses.

Dans ce système, le rayon lumineux subit une succession de réflexion totale le long du jet d'eau

- Des fibres optiques.

Une fibre optique est constituée du cœur de la gaine et de l'habillage de protection. Le cœur et la gaine sont faits de verre pur d'indice de réfraction voisins avec $n_C > n_g$. Un rayon lumineux atteignant tangentiellement le dioptre cœur-gaine subit une succession de réflexion totales jusqu'à sa sortie.

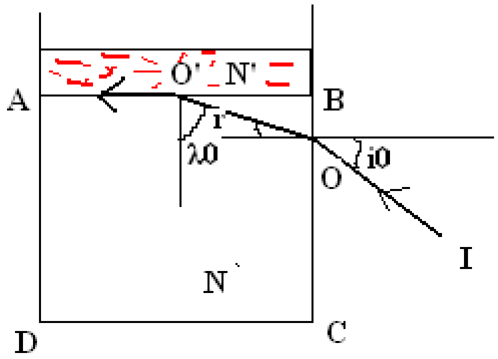


- La réfraction permet la décomposition de la lumière blanche et de la fabrication de l'arc-en-ciel et des mirages.

Exercice d'application :

Un cube de verre d'indic N et de plan de section principale ABCD est surmonté d'une cuve contenant un liquide d'indice N' (N>N'). Un rayon IO tombant sur la face BC se réfracte en O sur le dioptre BC. Le rayon réfracté OO' tombant sur la face AB peut soit subir une nouvelle réfraction, soit être totalement réfléchi.

1. A partir de quelle valeur λ_0 observe-t-on le phénomène de réflexion totale ?
2. A cette valeur λ_0 correspond un angle d'incidence i_0 ? Exprimer i_0 en fonction de N et de λ_0.
3. Démontrer que ce dispositif permet, connaissant i_0 et N, de calculer N'. Exprimer N'en fonction de N et i_0. AN : N = 1,51 et i_0 = 30°.



Solution :

1. Il y'a émergence rasante (le rayon réfracté est rasant) : $N\sin\lambda_0 = N'\sin 90 \leftrightarrow \sin\lambda_0 = N'/N$, pour tout angle $\lambda > \lambda_0$ il y'a réflexion totale.
2. Exprimons i_0 en fonction de N et λ_0 : $N_{air}\sin i_0 = N\sin r \leftrightarrow \sin i_0 = N\sin r$, r et λ_0 étant des angles complémentaires, $\lambda_0 + r = \pi/2 \leftrightarrow r = \pi/2 - \lambda_0$, d'où $\sin r = \sin(\pi/2 - \lambda_0) = \cos\lambda_0$ (2), (2) dans (1) on a :

$\mathbf{\sin i_0 = N\cos\lambda_0}$.

3. N' en fonction de N et i_0.

De la relation (2) $\sin r = \cos\lambda_0$, on a $\cos\lambda_0 = \sin i_0/N$, on sait que $\cos^2\lambda_0 + \sin^2\lambda_0 = 1 \leftrightarrow (\sin i_0/N)^2 + (N'/N)^2 = 1 \leftrightarrow$ $\mathbf{N' = \sqrt{N^2 - \sin^2 i_0}}$. AN N' = 1,425.

Exercices et problèmes résolus

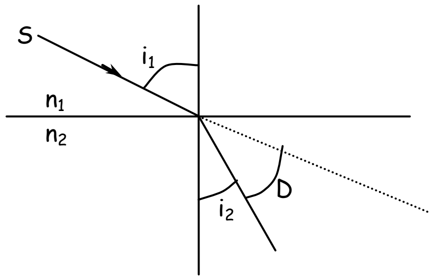
Exercice1 :

Un pinceau lumineux cylindrique arrive sur une surface réfringente plane, séparant l'air d'un devrait avoir l'indice de réfraction de ce milieu pour que l'angle de réfraction soit 30°.

1. Déterminer l'indice de refraction.
2. Déterminer la déviation du pinceau lumineux.

Solution:

1. Indice de refraction.



On a d'après la première loi de Descartes

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \Rightarrow n_2 = \frac{n_1 \sin}{i_1}$

$AN: n_2 = \frac{1 \times \sin 60°}{\sin 30°} = \sqrt{3} \Rightarrow n_2 = \sqrt{3}$

2. Déviation du pinceau.

$D = i_1 - i_2$ AN: $D = 60° - 30° = 30° \Rightarrow D = 30°$

Exercice2 :

1. *Définir le terme réfraction.

* Expliquer très brièrement les phénomènes de réfraction limite et de réflexion totale.

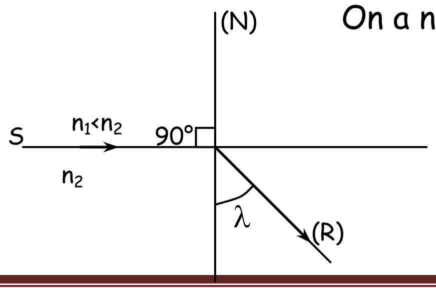
2. Applications.
   a. Un prisme isocèle est immergé dans l'eau; quelle valeur devrait avoir au moins l'indice de réfraction de sa substance pour qu'un rayon normal à une petite face subisse la réflexion totale sur la face hypothénuse?
   b. Un rayon lumineux venant du verre d'incidence n =1,6 tombe sur une surface de séparation verre-eau sous une incidence i = 60°.

Pénétre-t-il dans l'eau ? justifier et déterminer l'angle que le rayon partant de la surface de séparation fait avec la normale.

Solution:

1. Définition des termes :

- Refraction limite : lorsque la lumière passe d'un milieu moins réfringent sous une incidence rasante (i_1=90°), à un milieu plus réfringent, elle subit une réfraction et l'angle de réfraction maximal est appelé angle de réfraction limite qu'on note λ.

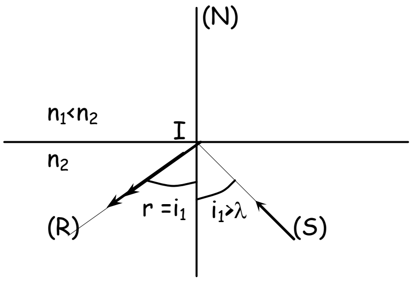


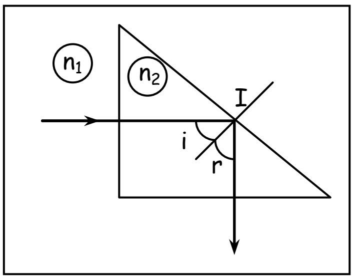
On a $n_1 \sin 90° = n_2 \sin\lambda$ $\sin\lambda = n_1/n_2$

- <u>reflexion totale</u> : Lorsque la lumière passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, une fois que l'angle d'incidence devient supérieur λ, le rayon subit plutôt une reflexion au point d'incidence comme si on avait affaire un miroir plan. On parle alors de reflexion totale.

2. Applications.

a.

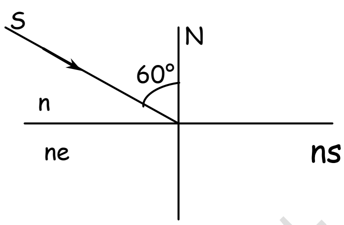




Pour que le rayon normal à une petite face subisse la réflexion totale sur la face hypoténuse, il faut que $i > \lambda$ or $i = r = 45°$ $\Rightarrow$ $\lambda < 45°$. $\Leftrightarrow$ $\sin\lambda < \sin 45°$ or $n_2 \sin\lambda = n_1 \sin 90°$ $\Rightarrow$ $\sin\lambda = n_1/n_2$ $\Leftrightarrow$ $n_1/n_2 < \sin 45°$ $\Leftrightarrow$ $n_2 > n_1/\sin 45°$.
AN: $n_2 > 1,33/\sin 45° = 1,88$ $\Rightarrow$ $n_2 > 1,88$.

Il y aura réflexion totale sur la face hypoténuse si l'indice de réfraction de la substance du prisme vaut au moins 1,88.

b.

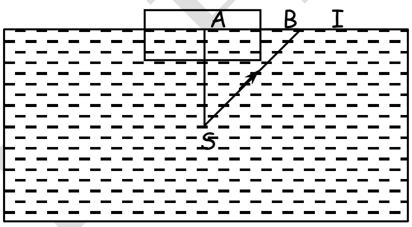


S'il pénètre dans l'eau, alors la relation de Descartes est applicable et on a :

$$n\sin 60° = n_e \sin i_2 \Leftrightarrow \sin i_2 = \frac{n}{n_e}\sin 60° = \frac{1,6}{1,3}\sin 60° = 1,06$$

Ce qui est impossible car $\sin\alpha \leq 1$. On conclut que le rayon ne pénètre pas dans l'eau. Il subit donc plutôt une reflexion totale, d'angle de reflexion 60°.

Exercice3 :



Un cristallisoir contient de l'eau à la surface de laquelle flotte un bouchon plat en liège muni d'une épingle AS. AS est choisi de manière que l'angle $\widehat{ASB}$ soit au moins égal à 49°.

1. Montrer qu'il est impossible de voir l'épingle AS pour toute position de l'œil de l'observateur au-dessus de la surface de l'eau.
2. Etudier la marche d'un rayon SI pour l'angle $\widehat{ASI} = 60°$.

Données : $n_{eau} = 4/3$ $n_{air} = 1$

Solution:

1. Montrons qu'il est impossible de voir l'épingle AS pour toute position de l'œil de l'observateur au dessus de la surface de l'eau.

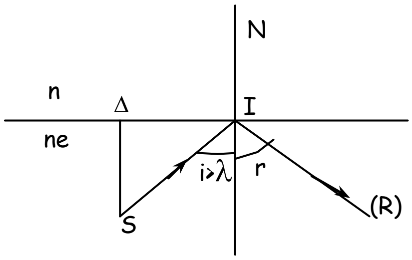
Déterminons l'angle de réfraction limite.

Ona : $\sin 90° = n\sin\lambda \Leftrightarrow \lambda = \sin^{-1}(1/n)$. AN: $\lambda = \sin^{-1}(1/1,33) = 48,75° = 48°45'$.

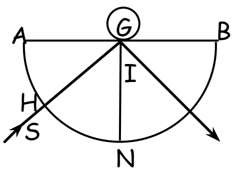
λ ayant la valeur de l'angle $\widehat{ASB}$, on s'aperçoit que cette valeur est inférieure à celle donné par l'exercice. On conclut que l'œil de l'observateur placé au dessus de la surface de séparation de l'eau ne peut pas voir l'aiguille.

2. Etude de la marche d'un rayon SI pour l'angle $\widehat{ASI} = 60°$.

Pour un rayon incident SI tel que l'angle $\widehat{ASI}$ soit de 60°, l'angle d'incidence est égal à 60°. Celui-ci est supérieure à l'angle de réfraction limite $\lambda = 48°45'$, d'où au point I le rayon incident va subir une reflexion totale. Ainsi l'œil d'un observateur qui regarde le rayon reflechi en I ne le verra pas, car il n'emerge pas.



Exercice4 :

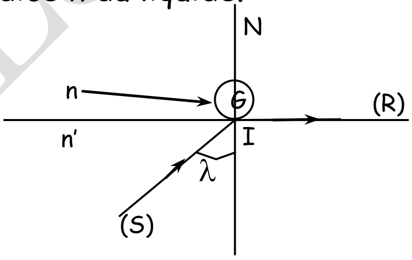


On désire mesurer l'indice absolu de réfraction n d'un liquide. Pour cela, on utilise le dispositif représenter par le schéma ci-contre. (A,N,B) est un démi-cylindre en verre d'indice absolu n' = 1,71. G est une goutte du liquide étudié. Un rayon incident SHI pénètre dans le cylindre en H et tombe sur le dioptre plan verre-liquide en I, milieu de AB. Il subit la reflexion totale pour une incidence supérieure à la valeur limite $\lambda = 60°$

1. Pourquoi n'ya-t-il pas de déviation en H ?
2. Quel est l'indice n du liquide?

Solution:

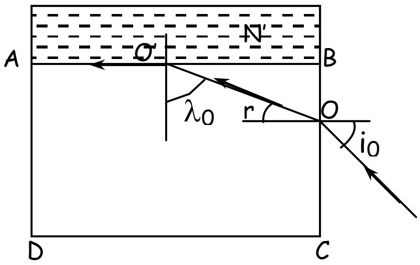
1. Il n' y a pas déviation en H parce que le rayon SI est normal à la surface de séparation air-verre (dioptre).
2. Indice n du liquide.



On a $n\sin\lambda = n'\sin 90° \longmapsto n = n'\sin\lambda$.

AN: $n = 1,71\sin 60° \Rightarrow n = 1,48$.

Exercice5 :

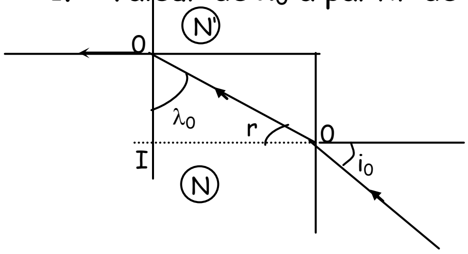


Un cube de verre d'indice N et de plan de section principale ABCD est surmonté d'une cuve contenant un liquide d'indice N' (N > N'). Un rayon IO tombant sur la face BC se réfracte OO' tombant sur la face AB peut soit subir une nouvelle réfraction soit être totalement réflechi.

1. A partir de quelle valeur λ_0 observe-t-on le phénomène de réflexion totale.
2. A cette valeur λ_0 correspond un angle d'incidence i_o. Exprimer i_o en fonction de N et λ_0.
3. Démontrer que ce dispositif permet, connaissant i_o et N, de calculer N'. Exprimer N' en fonction de N et i_o AN: N = 1,51 ; i_o = 30°.

Solution:

1. Valeur de λ_0 à partir de laquelle on observe le phénomène de reflexion totale.



On a : $\sin i_0 = N\sin r \Leftrightarrow \sin r = \sin i_0/N \Rightarrow$ $r = \sin^{-1}(\sin 30/1,51) = 19,33°$ or dans le triangle O'IO rectangle en I on a : $90° + \lambda_0 + r = 180° \Rightarrow$ $\lambda_0 = 70,76°$ à partir de cette valeur, on observe le phénomène de réflexion totale.

2. Expression de i_0 en fonction de N et λ_0.

On a $\sin i_0 = N\sin r$ or $90° + \lambda_0 + r = 180° \Rightarrow r = 90 - \lambda_0$.

$\Rightarrow \sin i_0 = N\sin(90 - \lambda_0) = N\cos\lambda_0 \Rightarrow \sin i_0 = N\cos\lambda_0$ (1)

3. Expression de N' en fonction de N et i_0.

On a $N\sin\lambda_0 = N'\sin 90° \Rightarrow N\sin\lambda_0 = N'$ (2) or $\cos^2\lambda_0 + \sin^2\lambda_0 = 1$ d'après(1)

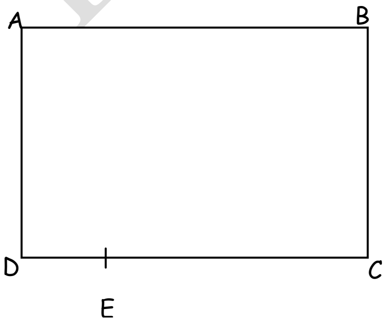
$\cos\lambda_0 = \sin i_0/N \Rightarrow (\sin i_0/N)^2 + \sin^2\lambda_0 = 1 \Rightarrow \sin^2\lambda_0 = 1 - (\sin i_0/N)^2 = (N^2 - \sin^2 i_0)/N^2$

$\Rightarrow N^2\sin^2\lambda_0 = N^2 - \sin^2 i_0$ (3) . (2) nous donne $N^2\sin^2\lambda_0 = N'^2$ (4). (4) dans (3) on obtient $N'^2 = N^2 - \sin^2 i_0$.

$\Rightarrow N' = \sqrt{N^2 - \sin^2 i_0}$ connaissant N et i_0 on a bel et bien N'.

AN: $N' = \sqrt{1,51^2 - \sin^2 30} = 1,42 \Rightarrow N' = 1,42$.

Exercice6 :



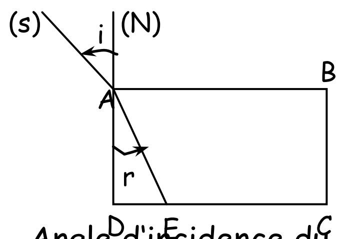
Une cuve parallélepipedique de 8 cm de profondeur est remplie d'eau. Un rayon lumineux incident passant par A est refracté et touche le fond de la cuve au point E tel que DE = 3 cm.

1. Calculer l'angle de refraction.
2. Calculer l'angle d'incidentce du rayon qui pénétre dans l'eau.

3. On remplace l'eau par un liquide d'indice N. On envoie un rayon lumineux qui passe par A sous une incidence de 31°, on constate que le rayon réfracté passe encore par le point E. Calculer N. Indice de l'eau 4/3.

Solution:

1. Angle de réfraction.



On a $\tan r = DE/AD \leftrightarrow r = \tan^{-1}(DE/AD)$

AN: $r = \tan^{-1}(3/8) = 20,55 \Rightarrow r = 20,55° = 20°33'$.

2. Angle d'incidence du rayon qui pénètre dans l'eau.

on a : $\sin i = N_e \sin r \Rightarrow i = \sin^{-1}(N_e \sin r)$. AN: $i = \sin^{-1}(4/3 \sin 20,55°) = 27,91$

$\Rightarrow i = 27,91° = 27°54'$.

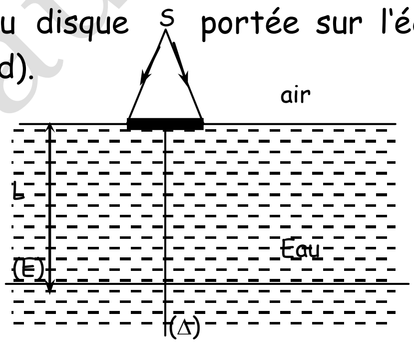
3. Indice N du liquide.

$\sin i' = N \sin r \Leftrightarrow N = \sin i'/\sin r$ AN : $N = \sin 31/\sin 20,55 = 1,47 \Rightarrow N = 1,47$.

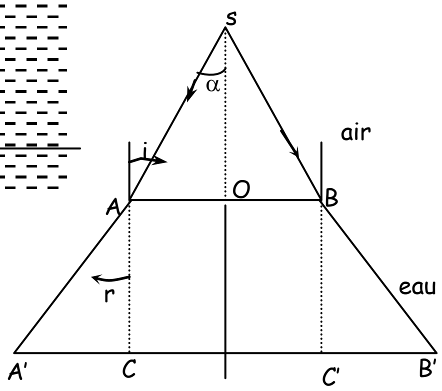
Exercice7 :

Un disque opaque (D) de rayon r = 1 cm flotte à la surface de l'eau. Un écran (E) est placé dans l'eau, parallèlement à (D), à une distance L = 1 m du disque. Une source supposée ponctuelle (S) est disposée dans l'air et éclaire le disque. (S) se trouve sur la perpendiculaire à (D) passant par son centre et à 1 m de ce dernier.

Calculer le diamètre de l'ombre du disque portée sur l'écran. On rappelle que pour un angle α petit $\sin\alpha \approx \tan\alpha = \alpha(rad)$.



Solution:



Diamètre de l'ombre du disque portée sur l'écran.

Le diamètre de l'ombre du disque porté sur l'écran est :

$D' = A'B' = 2A'C + CC' = 2A'C + AB = 2A'C + 25$

Trouvons A'C.

$\tan r' = A'C/AC \Rightarrow A'C = L\tan r'$ (1)or $N_e \sin r' = \sin i$ (2) et $i = \alpha$ (angles correspondants)

On a $\tan i = AO/OS = r/L$. $\Rightarrow i = \tan^{-1}(r/L)$ (3) dans (2) on obtient $N_e \sin r' = \sin(\tan^{-1} r/L)$

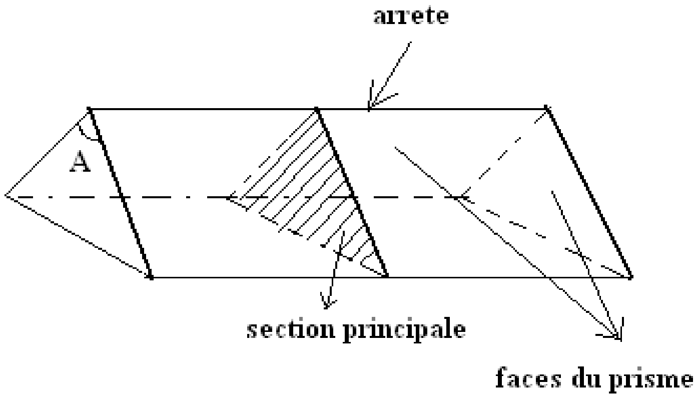
$\Rightarrow \sin r' = (1/N_e)\sin[\tan^{-1}(r/l)] \Rightarrow \sin r' = 0,007 \Rightarrow r' = 0,007rad$(cas des petits angles)

$\Rightarrow A'C = 1x\tan 0,007 = 0,0007m$. D'où $D' = 0,0349m = 3,5cm$.

Chapitre 7 : LE PRISME

1. Définition.

Le prisme est un milieu transparent limité par deux dioptres plan non parallèles.
Les faces d'un prisme font entre elles un angle *A* appelé angle du prisme, leur intersection est l'arrête du prisme.



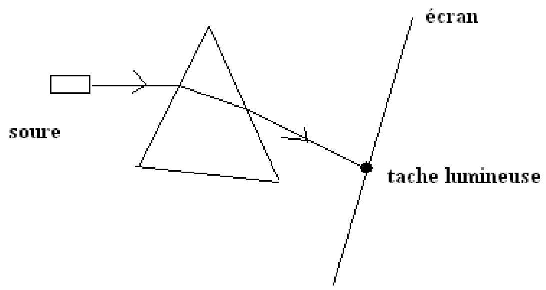
A = angle du prisme.

2. Rôle du prisme.

Un prisme sert à décomposer une lumière polychromatique en plusieurs lumières monochromatiques qui la composent.

- ***Effet du prisme sur une source monochromatique (une seule couleur)***

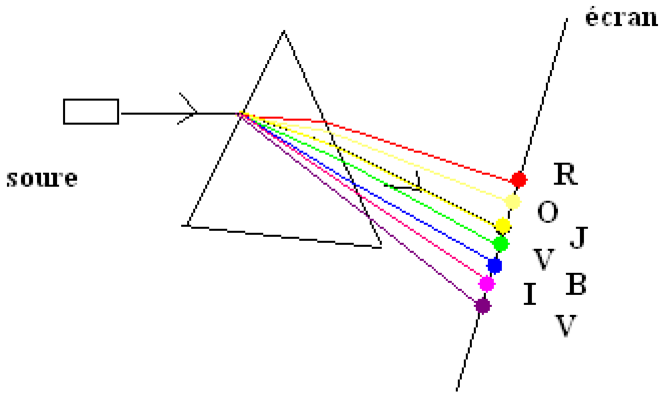
Sur une face principale d'un prisme, envoyons une source de lumière monochromatique, un écran étant placé en arrière du prisme.



On constate que le lumière est déviée vers le bas du prisme et forme une tache lumineuse sur l'écran.

- ***Effet du prisme sur une source polychromatique.***

Envoyons maintenant sur notre prisme une source de lumière polychromatique (cas de la lumière blanche), l'écran étant toujours placé derrière le prisme.



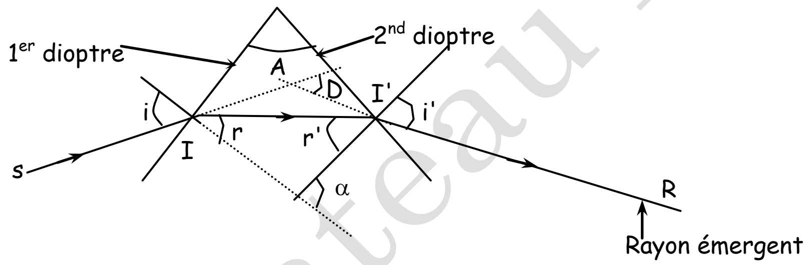
On constate une fois de plus qu'il y'a déviation vers le bas mais aussi, la lumière est décomposé en plusieurs radiations à déviation croissante du rouge au le violet.

- Conclusion.

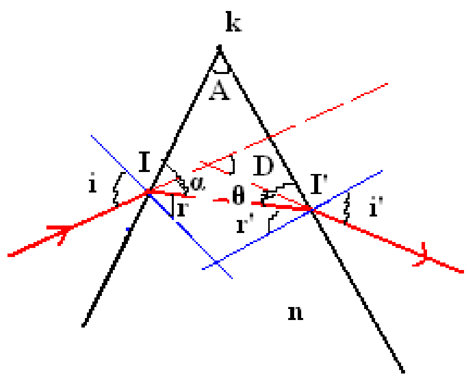
L'expérience montre donc que le prisme:

- Dévie vers la base tout faisceau lumineux qui le traverse.
- Décompose la lumière blanche en plusieurs couleurs (rouge orange jaune, vert, bleue, indigo, violet).

3. Marche d'un rayon lumineux à travers un prisme.



- Le rayon émergent est toujours dévié vers la base
- Considérons un prisme d'indice de réfraction **n**, d'angle **A** sur le quel on envoie une lumière monochromatique qui tombe au point I. Ce rayon traverse le prisme et y sort en I', après avoir été dévié d'un angle D tel que :



i= angle d'incidence
r=angle de réfraction
r'=angle d'incidence
i'=angle de réfraction
D=déviation totale

4. Formules du prisme.

- Lois de Descartes :

Pour le premier dioptre plan : sini = nsinr.

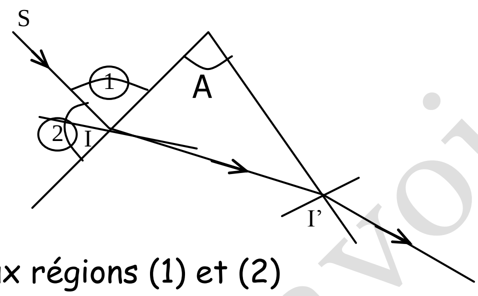
Pour le second dioptre plan : nsinr' =sini'.

- Angle du prisme : $A = r + r'$. -Déviation du rayon lumineux : $D = i + i' - A$

Pour les cas des petits angles, les formules du prisme déviennent : $i = nr$; $nr' = i'$

$\Rightarrow A = r + r'$; $D = A\,(n - 1)$

5. Condition d'émergence.



Condition nécessaire.

$A \leq 2\lambda$; λ étant l'angle de refraction limite.

Condition d'incidence.

Le rayon SI partage le plan d'incidence en deux régions (1) et (2)

Tout rayon incident compris dans la région (1) penètre dans le prisme avec un angle de refraction > à r, il attaque donc la face de sortie avec un angle d'incidence > à r', et subit la reflexion totale.

Tout rayon situé dans la région (2) donne par contre un rayon, intérieur dont l'angle d'incidence sur la face de sortie est inférieur à λ. Il sort donc du prisme.

On conclut alors en disant pour qu'un rayon incident sorte du prisme, il faut encore que son angle d'incidence à l'entrée soit compris entre certaines limites.

6. Minimun de déviation.

Il ya minimun de déviation lorsque $i = i' = \frac{Dm + A}{2}$ d'où $r = r' = \frac{A}{2}$ de la relation

sini=nsinr on déduit que $n = \frac{\sin i}{\sin A} = \frac{\sin \frac{Dm + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$

Exercices et problèmes résolus

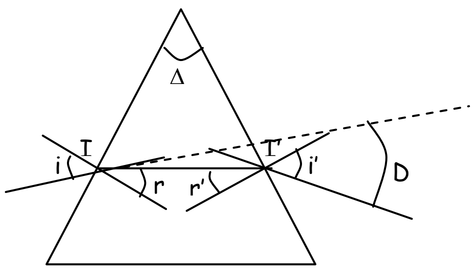
Exercice1 :

Un prisme d'angle 60° et d'indice 1,5 reçoit un rayon lumineux sous une incidence de 30°.

1. i' et la déviation D.
2. l'angle d'émergence i'et la déviation D' lorsqu'on plonge le prisme entièremlent dans l'eau.

Solution:

1. calcul de l'angle d'émergence i' et la déviation D.



On a en I: sini = nsinr $\Rightarrow$ $r = \sin^{-1}(\frac{1}{n}\text{sini})\sin^{-1}(\frac{1}{1,9}\sin 30°) = 19,47°$

Or A =r+r'$\Rightarrow$ r'= A- r = 60°-19,47°=40,53°

et en I' : nsinr' =sini'$\Rightarrow$ i' = $\sin^{-1}$(nsinr') AN: i' = $\sin^{-1}$ (1,5 x40,53°) = 77,09

$\Rightarrow$ i' = 77,09°

Δ = i + i' – A AN: D=30°+77,09°-60°=47,09 $\Rightarrow$ D=47,09°

2. Angle d'émergence i' et la déviation quand le prisme est plongé entièrement dans l'eau.

On a: $n_2$sini=nsinr $\Rightarrow$ $r = \sin^{-1}(\frac{n_e}{n}\text{sini}) = \sin^{-1}(\frac{1,33}{1,5}\sin 30°) = 26,32°$

A=r+r'$\Rightarrow$ r =A-r' =60°-26,32°=33,68° et nsinr' =$n_e$sini' $\Leftrightarrow$ $i' = \sin^{-1}(\frac{n}{n_e}\text{sinr}')$

AN: $i' = \sin^{-1}(\frac{1,5}{1,33}\sin 3,68°) = 38,72 \Rightarrow i = 38,72°$ D=i+i' –A

AN: D=30°+38,72-60=8,72 $\Rightarrow$ D=8,72°

Exercice2 :

1. Montrer que la condition nécessaire et pas suffisante. Pour qu'il yait émergence A $\leq 2\lambda$; λ étant l'angle limite de refraction.
2. Quelle est la condition d'incidence pour qu'un rayon sorte du prisme d'angle A $\leq 2\lambda$.

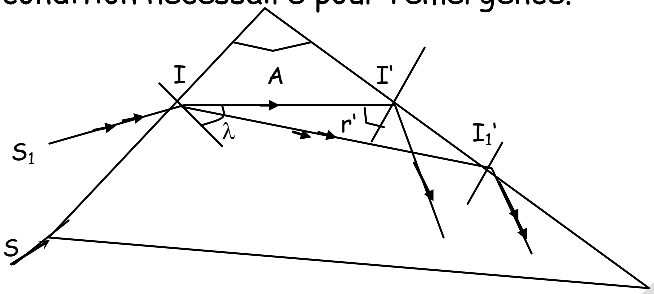
Solution:

1. Soit un prisme d'angle au sommet A tel que A >2λ, recevant un rayon SI à l'incidence rassante. L'angle de refraction déterminant le rayon intérieur est r= λ.

L'angle d'incidence sur la face de sortie est r'=A-r, comme r=λ et que A>2λ, on déduit que r'>λ. Cet angle étant supérieur à l'angle limite, il y a réflexion totale en I' et pas donc de rayon émergent.

Tout rayon S_1I d'incidence inférieur à 90° fournit un rayon intérieur II' attaquant la face de sortie sur un angle supérieur à r' et subissant également la réflexion totale.

Il n'est donc pas possible d'observer un rayon. émergent si l'angle du prisme n'est pas $A \leq 2\lambda$ qui est une condition nécessaire pour l'émergence.

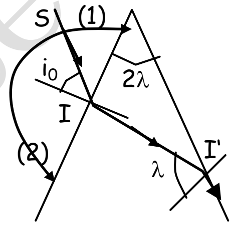


2. Condition d'incidence(i)

Supposons que $A \leq 2\lambda$. Considérons un rayon émergent rasant I'R. Il provient d'un rayon intérieur II', incident en I' sous l'angle λ. Celui-ci vient lui-même d'un rayon incident SI faisant en I un certain angle d'incidence i_0. Le rayon SI partage le plan d'incidence en deux régions (1) et (2).

Tout rayon incident compris dans la région (1) pénètre dans le prisme avec un angle de réfraction supérieur à r, il attaque donc la face de sortie avec un angle d'incidence supérieure à λ et subit la réflexion totale.

Tout rayon incident situé dans la région (2) donne par contre un rayon intérieur dont l'angle d'incidence sur la face de sortie est inférieur à λ, il sort du prisme. La condition d'émergence nécessaire $A \leq 2\lambda$ n'est pas suffisante; en effet pour qu'un rayon incidentémerge du prisme, il faut encore que son angle d'incidence à l'entrée soit compris entre certaines limites.



Exercice3 :

On donne un prisme d'angle A = 60° et d'incidence $\sqrt{3}$.

1. On considère un rayon tombant sur le prisme sous l'angle i = 90°; s'il soit du prisme sous l'angle i', calculer sin i'
2. Sous quel angle i_1, doit tomber un rayon pour sortir sous l'incidence $i'_1 = 90°$
3. Que devient le rayon tombant sous l'incidence de 45° ?
4. Quelle est l'incidence io correspondant au minimun de deviation? Calculer la deviation minimale correspondante.
5. Représenter sur une figure l'ensemble des rayons qui traversent le prisme en tombant en un point I de la face d'entrée. On déssinera en pointillés celui de ces rayons qui subit la déviation minimale.

Solution:

1. Calcul de sini'.

On a : sini=nsin$\lambda \Rightarrow \lambda = \sin^{-1}(\frac{1}{n}\text{sini}) = \sin^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}}\sin 90°) = 35{,}26°$

A= r+r' = λ+r'$\Rightarrow$ r' =A -λ =60° -35,26° =24,73°. Sini'=nsinr'AN:sini' = $\sqrt{3}\sin 24{,}73° = 0{,}72$

2. Angle i_1.

D'après la loi du retour inverse de la lumière, pour obtenir une émergence i'_1=90°, l'incidence i, doit être telle que sini_1=0,72 $\Rightarrow$ i_1=46,05°.

3. D'après ce qui précède, nous constatons que pour une émergence de 90°, le rayon incident est voisin de 45°. On conclut donc que le rayon émergent sera voisin de 90° lorsque l'angle d'incidence vaut 45°.

4. Calcul de l'angle i_0

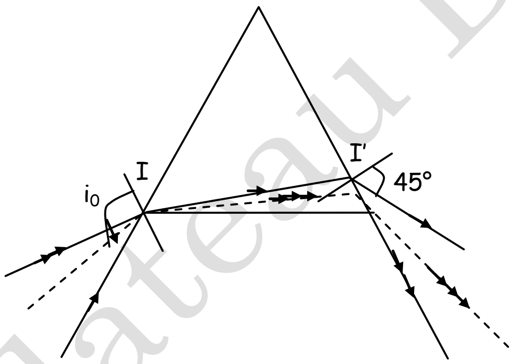
Il y a minimum de déviation quand l'angle d'émergence i'_0 est égal à l'angle d'incidence i_0 .

$i_0 = i'_0 \Rightarrow r_0 = r'_0 = \frac{A}{2}$ d'où sini_0 = nsinr_0=$\sin i_0 = n\sin r_0 = n\sin\frac{A}{2} \Rightarrow i_0 = \sin^{-1}(n\sin\frac{A}{2})$

AN: $i_0 = \sin^{-1}(\sqrt{3}\sin 30°) = 60 \Rightarrow i_0 = 60°$.

Déviation minimale correspondante : $D_m = 2i_0 - A \Rightarrow D_m = 60°$

5. Représentation sur une figure l'ensemble des rayons traversant le prisme



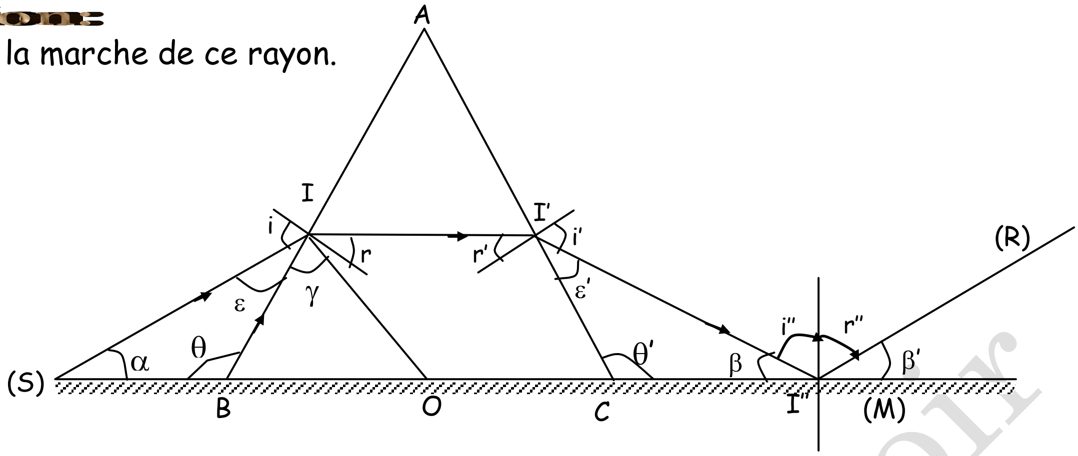
Exercice4 :

Un prisme dont la section principale est un triangle équilatéral est posé sur un miroir plan.

1. Tracer la marche d'un rayon lumineux traversant le prisme et se reflechissant sur le miroir.
2. Montrer que, dans le cas du minimun de deviation, le rayon reflechi sur le miroir est parallèle au rayon qui tombe sur le prisme.
3. La condition à la deuxième question étant réalisée, on constate que le rayon reflechi fait un angle de 18° avec le miroir. En déduire l'indice du prisme.

Solution:

1. Tracer de la marche de ce rayon.



2. Montrons qu'après réflexion sur le miroir,le rayon émergent est parallèle au rayon incident SI.

Dans le triangle S,B,I on a: $\alpha + \theta + \varepsilon = 180°$ or $\theta=180-60=120°$ et $\varepsilon = 90°-i$ d'où $\alpha=180-120°-90+i=i-30°$

Dans le triangle C,I',I'' on a également $\beta=i'-30°$. Or i=i' car minimum de déviation. D'où $\alpha = \beta$, et comme d'après les lois de réflexion, on a i''=r'', ceci entraîne que $\beta=\beta'$, on conclut que le rayon SI est parallèle au rayon I''r.

3. Calcul de l'indice de réfraction du prisme dans le triangle BI.

On a $\gamma + 60° + 70° = 180° \Rightarrow \gamma = 50°$ or $\varepsilon = 90-i = 90-\gamma \Rightarrow i=\gamma=50°$

De $\sin i = n\sin r = n\sin\frac{A}{2}$ car r=r' on obtient $n = \frac{\sin i}{\sin\frac{A}{2}}$ AN : $n = \frac{\sin 50}{\sin 30} = 1{,}53 \Rightarrow n=1{,}53$

Exercice5 :

1. Calculer les valeurs prises par la déviation due à un prisme, d'angle A = 60° et d'indice n = 1,5 quand l'incidence prend les valeurs io(incidence minimale que l'on calculera), 30°, 45,° 60°, 90°.
2. Tracer la courbe des variations de D en fonctionde i, en déduire la valeur approchée de déviation minimale et l'incidence correspondante.

Solution:

1. Valeurs prises par la déviation due au prisme on a : D=i+i'-A or il y a incidence minimale i_0 lorsque l'angle émergent vaut i'=90, d'où $\sin i' = n\sin\lambda' \Rightarrow$
$\sin\lambda' = \frac{1}{n}\sin i'_0 = \frac{1}{1{,}5} \Rightarrow \lambda' = 41{,}81°$. $r+\lambda'=D \Leftrightarrow r=D-\lambda'=60°-41{,}81° \approx 18{,}2°$ d'où $\sin i_0 = n\sin r$
$\Leftrightarrow i_0 = \sin^{-1}(1{,}5\sin 18{,}2°) = 27{,}93° \Rightarrow D = i_0 + i - A = 27{,}93° + 90 - 60 = 57{,}93°$

Pour $i_1=30°$ on a :

$\sin 30 = n\sin r_1 \Leftrightarrow \sin r_1 = \frac{1}{1{,}5}\sin 30° = 0{,}33 \Rightarrow r_1 = 19{,}47°$ et $r' = A - r_1 = 60° - 19{,}47° = 40{,}53°$

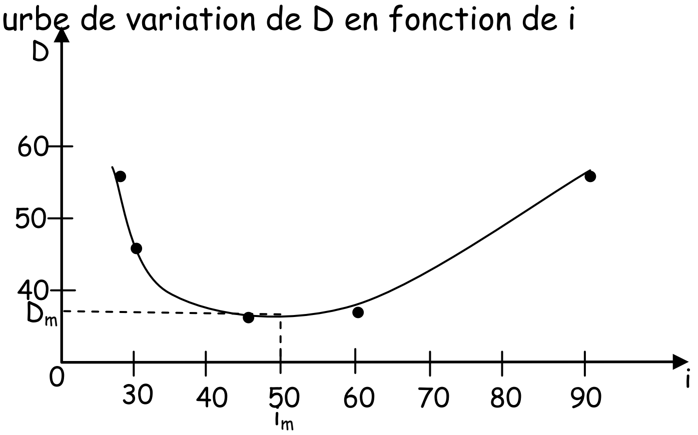
et $\sin i'_1 = n\sin r'_1 \Leftrightarrow i'_1 = \sin^{-1}(1{,}5\sin 40{,}53°) = 77{,}09°$

$D_1 = i_1 + i'_1 - A = 30 + 77°{,}09 - 60 = 47{,}09°$

En procédant de même pour les valeurs de i étant 45°, 60°, 90° on obtient en général le tableau suivant.

Incidence i	I_0 = 27,93°	30°	45°	60°	90°
Déviation D	D_0 = 57,93°	47,09°	37,40°	3888°	57,82°

2. Tracer de la courbe de variation de D en fonction de i



Déduction graphique de la déviation minimale et l'incidence correspondante. K
Le graphe nous donne D_m = 36°. L'angle incident correspondant est i_m = 50°

Exercice6 :

On rappelle que le minmun de déviation pour un prisme est obtenu pour i = i'

1. Calculer la déviation minimale pour un prisme d'angle 60° et d'incidence 1,5
2. Trouver la rélation qui lie en général, l'incidence d'un prisme, son angle et la déviation minimale.

Solution:

1. Déviation minimale: D_m

On a : $D_m = 2i - A$ et $A = 2r \Rightarrow r \frac{A}{2}$ Or $\sin i = n \sin r \Rightarrow i = \sin^{-1}(n \sin\frac{A}{2})$

D'où $D_m = 2\sin^{-1}(n \sin\frac{A}{2}) - A$

AN: $D_m = 2\sin^{-1}(1,5 \sin 30°) - 60° = 37,18° \Rightarrow D_m = 37,18°$

2. Relation entre i, A et D_m.

On a $Dm = 2i - A \Rightarrow i = \frac{D_m + A}{2}$ et $A = 2r \Rightarrow r = \frac{A}{2}$

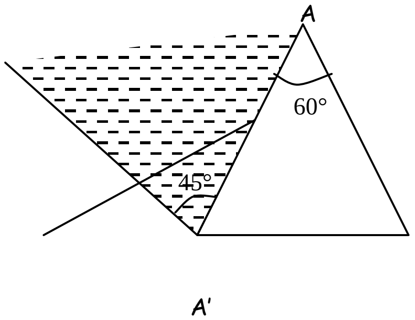
Or sini=nsinr $\Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow n = \frac{\sin\frac{D_m + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$

Exercice7 :

Un faisceau parallèle de lumière monochromatique tombe sur un prisme d'angle A =60° et d'indice n = $\sqrt{2}$.

1. Quelle incidence faut-il donner au faisceau sur la face d'entrée du prisme pour que la déviation soit minimale?
   Calculer l'angle de déviation.
2. Entre quelles limites doit se trouver l'angle d'incidence pour que le faisceau puisse sortir du prisme sans reflexion intérieure ?

3. On accole au prisme précédent une cuve prismatique d'angle A'= 45°, remplie d'eau, dont l'indice vaut n' = 1,33. Le faisceau lumineux frappe d'abord la cuve prismatique normalement à sa face d'entrée.
   Calculer la déviation du faisceau à travers le système.



Solution:

1. Calcul de l'incidence pour que la déviation soit minimale.

Pour une déviation minimale on a : i = i' et r = r'

$\Rightarrow A = 2r \Rightarrow r = \frac{A}{2} = \frac{60°}{2} = 30°$

On a : sin i = n sin r $\Rightarrow$ i = $\sin^{-1}$ (n sin r)   AN: i = $\sin^{-1}(\sqrt{2}\sin 30°)$ = 45° $\Rightarrow$ i = 45°.

Calcul de l'angle de déviation.

$D_m = 2i - A$ AN: $D_m = 2\times45 - 60 = 30 \Rightarrow D_m = 30°$.

2. Limites entre lesquelles doit se trouver l'angle d'incidence.

Soit le rayon incident arrive sur la face d'entrée avec une incidence rasante i = 90°

On a : sin i = n sin r $\Rightarrow r = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\sin i\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45°$

or r + r' = A $\Rightarrow$ r' = A – r = 60 – 45 = 15°.

n sin r' = sin i' $\Rightarrow$ i' = $\sin^{-1}$ (n sin r') = $\sin^{-1}(\sqrt{2}\sin 15°)$ = 21°30'

d'où pour i = 90° on a i' = 21°30'

Si i = 21°30' alors i' = 90° ainsi tout rayon tel que i<21°30' subira la réflexion totale sur la seconde face et ne pourra pas sortir du prisme.

Les conditions d'émergence sont alors 21°30' < i < 90°.

3. Déviation du faisceau à travers le système.

Comme le rayon lumineux ne subit pas de déviation dans le premier prisme, alors la déviation du faisceau à travers le système est égale à celle subit dans le deuxième prisme.

Déterminons r :

n' sin i = n sin r $\Rightarrow$ sin r = $\frac{n'}{n}$ sin i. $\Rightarrow$ r = $\sin^{-1}\left(\frac{n'}{n}\sin i\right) = \frac{1{,}33}{\sqrt{2}}\sin 45°$ = 41°51'

Calcul de r' : on a : A = r + r' $\Rightarrow$ r' = A – r = 60 – 41°51' = 18°9'

Calcul de i' : on a : n sin r' = sin i' $\Rightarrow$ i' = $\sin^{-1}$ (n sin r') = $\sin^{-1}(\sqrt{2}\sin 18°9')$ = 26°

D = i + i' – A

AN: D = 45° + 26° - 60° = 11° $\Rightarrow$ D = 11°

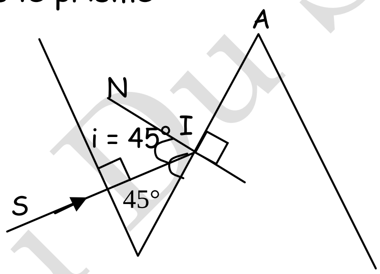
Exercice8 :

On fait tomber normalement, à la face d'entrée AB d'un prisme un rayon de lumière monochromatique. On constate que ce rayon soit du prisme en faisant, avec la normale à la face de sortie AC, un angle de 48°.

1. Faire un schéma clair précisant la marche du rayon lumineux précédent à travers le prisme.
2. Sachant que le verre dont est fait le prisme a un indice égal à 1,52. On demande quelle est la valeur de l'angle au sommet A, de ce prisme.
3. Que déviendrait l'angle d'emergence si, au contact de la face de sortie AC, on remplaçait l'air par l'eau d'incide 1,33 ?
4. On utilise maintenant le prisme au minimun de déviation et on l'éclaire avec la même radiation monochromatique. Quel est l'angle de réfraction ? Quel est l'angle que fait ce même rayon émergent avec la normale à la face de sortie AC?

Solution:

1. Marche du rayon lumineux à travers le prisme



2. Valeur de l'angle A du prisme

on a : $A = r+r'$ or $r = 0 \Rightarrow A = r'$ déterminons r'

Au point d'incidence I' on a: $n\sin r' = \sin 48° \Leftrightarrow \sin r' = \frac{\sin 48°}{n}$

AN : $\sin r' = \frac{\sin 48°}{1,52} = 0,489 \Rightarrow r' = 29°\,16'$. D'où $A = 29°16'$

3. Nouvel angle d'émergence

Toujours au point I' on a : $n \sin r' = n' \sin i' \Rightarrow \sin i' = \frac{n \sin r'}{n'} = \frac{1,52 \sin 29°}{1,33} = 0,558 \Rightarrow i' = 34°$

4. Angle de réfraction au minimum de déviation

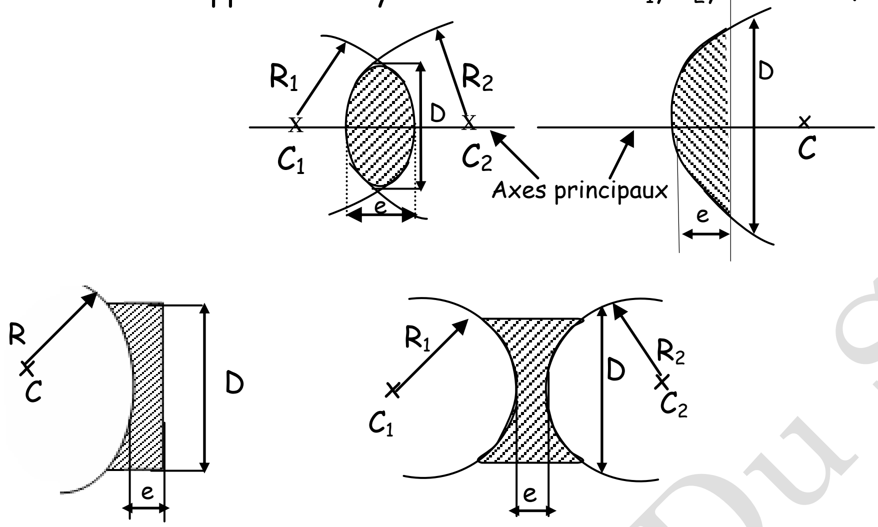
Au minimum de déviation on a : $i = i'$ et $r = r'$ comme $A = r + r' = 2r \Rightarrow r = \frac{A}{2} = \frac{29°,16'}{2} = 14°,38' \Rightarrow r = 14°38'$

Angle que fait la normale et le rayon émergent $n\sin r = \sin i \Rightarrow \sin i = 1,52 \sin 14,63 = 0,384 \Rightarrow i = 22°31$.

Chapitre 3 : LES LENTILLES SPHERIQUES MINCES

1. Définition :

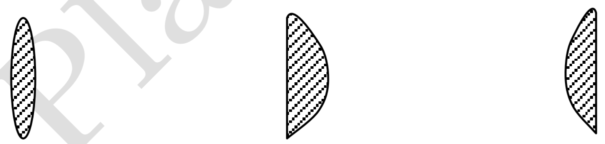
- Une lentille sphérique est un milieu transparent séparé par deux calottes sphériques ou par une calotte sphérique et un plan.
- Une lentille sphérique est dite mince lorsque son épaisseur est faible par rapport au rayon de courbure R_1, R_2,R de ses faces.



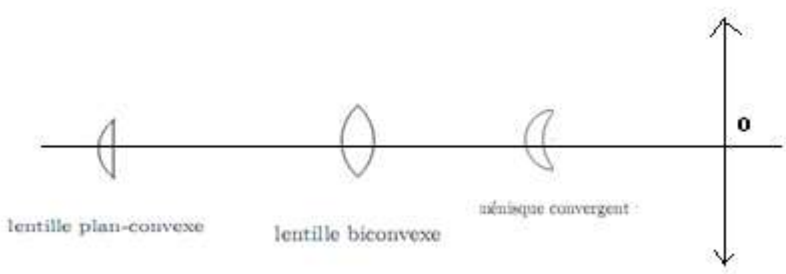
D = diamètre d'ouverture de la lentille.
C, C_1, C_2 sont les centres de courbure.
Le centre optique de la lentille est le point O de l'axe principal tel que tout rayon lumineux passant par ce point sort de la lentille sans être dévié.

2. Classification des lentilles.

On distingue :
- Les lentilles à bord mince ou lentille convergente.

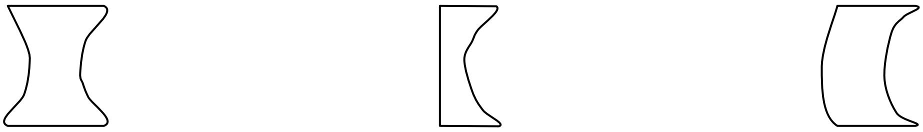


Lentille biconvexe Lentille plan convexe Ménisque convergent

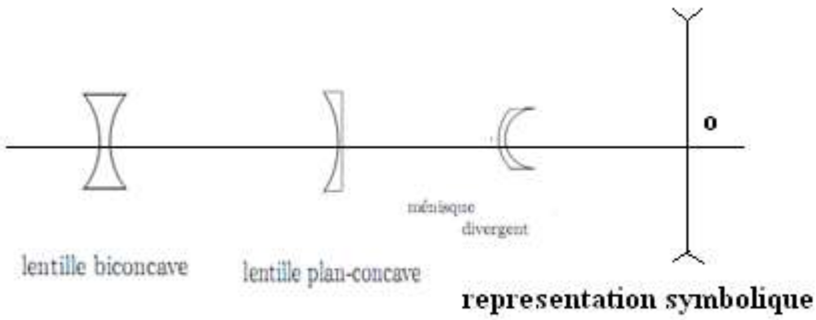


representation symbolique

- Lentilles à bords épais ou lentilles divergentes.



Lentille biconcave — Lentille plan concave — Ménisque divergent



3. *objets et images*

- ***Objet.***

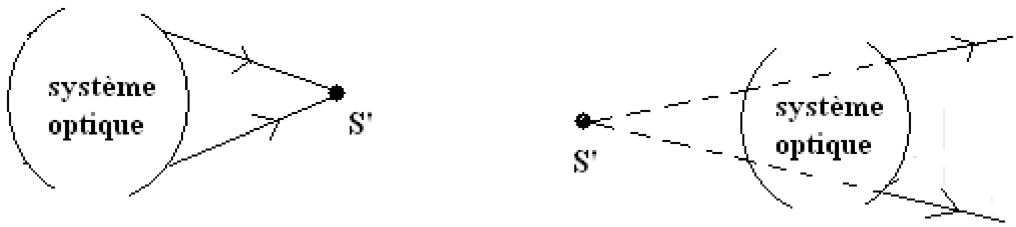
Considérons le système optique ci-dessous sur le quel tombe des rayons lumineux.

(fig.a): objet réel — (fig.b) objet virtuel

Le point S représente le point objet. C'est le point d'intersection des rayons incidents.

- **Le point S est le point objet réel** si ces rayons se coupent effectivement (fig. a).
- **Le point S est le point objet virtuel** si ces rayons sont interceptés par le système optique avant leurs concours (fig. b).
  - Image.

Soit le système otique ci-dessous à partir du quel émerge des rayons lumineux.



(fig.a): image réelle — (fig.b) image virtuelle

- **Le point S' est un point image réelle** si ces rayons émergeant se coupent effectivement en S' (fig. a).

- **Le point S' est un point image virtuelle** si les rayons émergeant semblent provenir du point S'.

Remarque :
Une image est réelle lorsqu'elle se forme après le système optique, on peut recueillir une telle image sur un écran.
Une image est virtuelle lorsqu'elle se forme en avant du système optique, on ne peut donc pas la recueillir sur un écran.

4. *Conditions d'obtention d'images nettes ou conditions de Gauss.*

* Une lentille convergente ou divergente ne donne les images nettes que si : l'objet est situé dans un plan de front (plan perpendiculaire à l'axe principal).

* On place devant la lentille un diaphragme pour que la lumière soit reçue sous un faible diamètre d'ouverture.

Pour qu'une image soit nette, les lentilles doivent être utilisées dans certaines conditions **dites conditions de Gauss.**

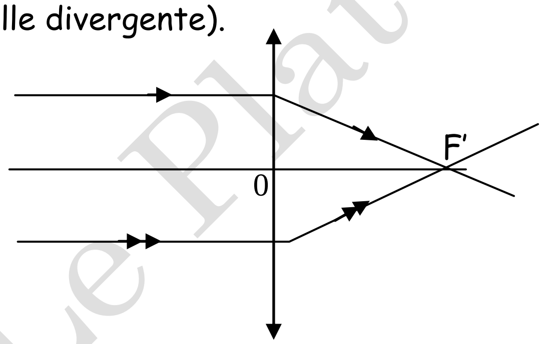
- **Les rayons lumineux doivent entre peu inclinés par rapport à l'axe principal.**
- **Les rayons lumineux doivent rencontrer la lentille au voisinage de son centre optique.**

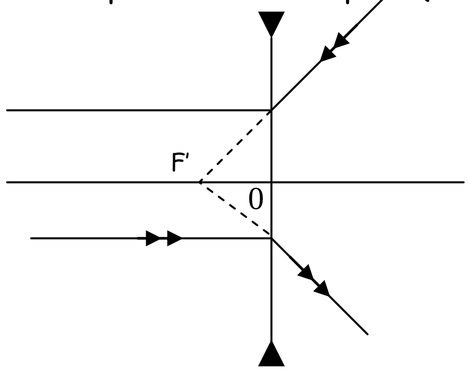
En pratique, ses images sont obtenues par utilisation d'un diaphragme.

5. *Les foyers – les plans focaux.*

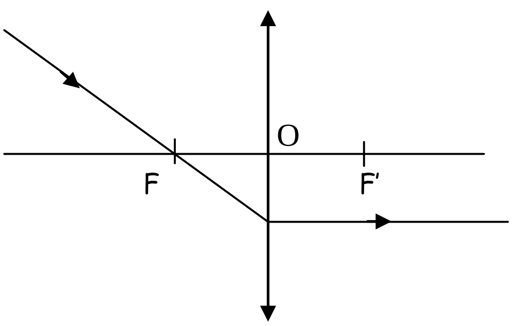
Les foyers : On distingue le foyer principal objet et le foyer principal image.

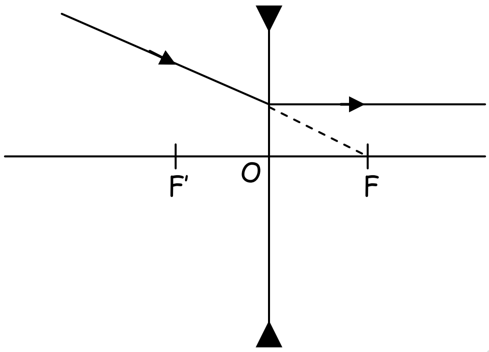
Le foyer principal image noté F' est le point de l'axe principal tel que tout faisceau incident parallèle à l'axe principal émergede la lentille soit en passant par ce point(cas d'une lentille convergente),soit en semblant provenir de ce point(cas d'une lentille divergente).





Le foyer principal objet noté F est le point de l'axe principal tel que tout faisceau incident passant par ce point(cas d'une lentille convergente) ou se dirigeant vers ce point (cas d'une lentille divergente) émerge de la lentille parallèlement à l'axe principal.

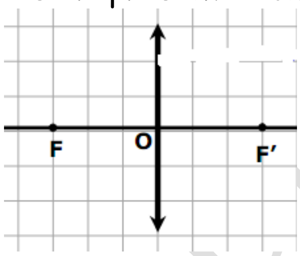




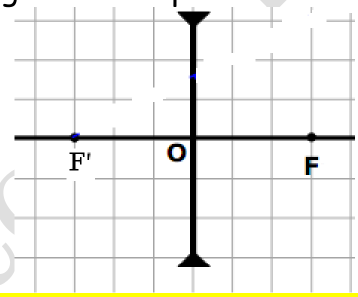
- Le plan focal image est le plan de front passant par F' et le plan focal objet est celui de front passant par le foyer objet.
- La valeur algébrique $\overline{OF'}$ est appelée distance focale de la lentille.

$\overline{OF'} > 0$ pour une lentille convergente ; $\overline{OF'} < 0$ pour une lentille divergente.

Une lentille convergente se représente donc avec ses foyers par :



Une lentille divergente se représente avec ses foyers par :

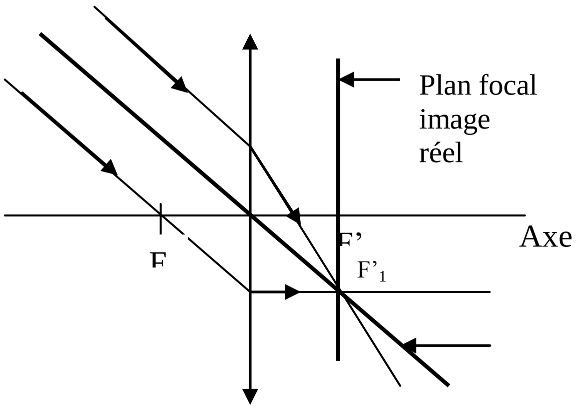


6. *les foyers secondaires, les plans focaux, les axes secondaires.*

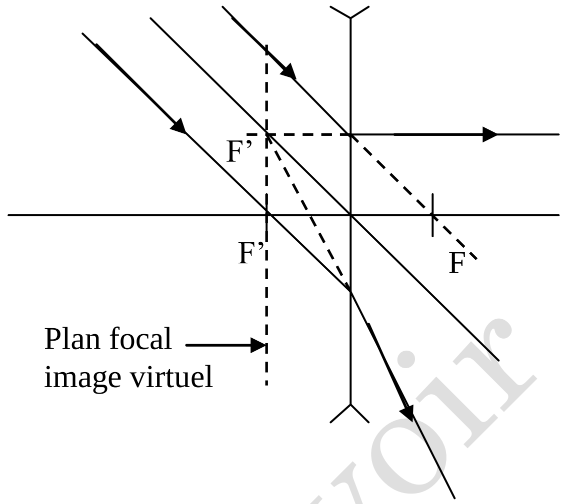
Un plan focal est un plan perpendiculaire à l'axe principal et qui contient un foyer principal. On distingue plan focal objet et le plan focal image.

L'axe secondaire est tout autre axe que celui principal et qui passe par le centre otique O.

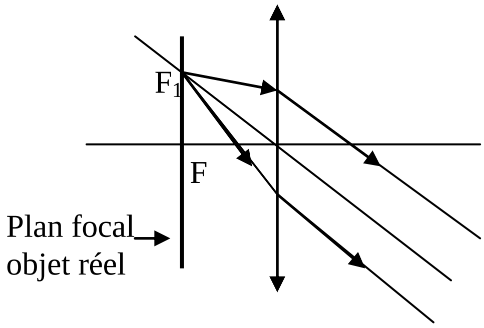
Le foyer secondaire de la lentille est le point d'intersection entre un plan focal et un axe secondaire. On distingue donc les foyers secondaires objets et les foyers secondaires images.



F'$_1$ foyer secondaire image



F'$_1$ foyer secondaire image



F$_1$ foyer secondaire

7. marche d'un rayon lumineux à travers une lentille et formation d'images.

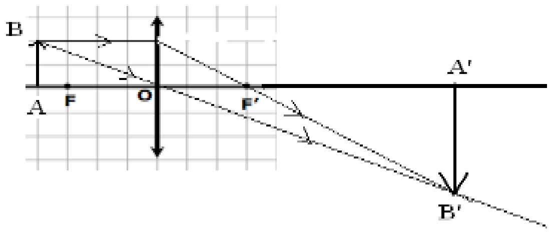
Pour construire l'image d'un objet donné par une lentille, on utilise les trois règles d'or suivantes :

- un rayon incident passant par le centre optique traverse la lentille sans être dévié.
- Un rayon incident parallèle à l'axe principal émerge de la lentille en passant par le foyer image F'.
- Un rayon incident qui passe par le foyer principale objet donne un rayon émergeant parallèle à l'axe principal.

L'objet AB est matérialisé par une flèche, le point A étant situé sur l'axe optique, son image A' s'y trouve aussi. L'image B' de B se situe à l'intersection de deux de ces trois rayons.

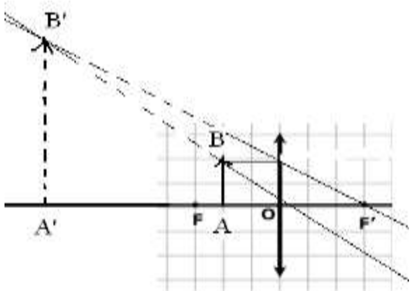
➢ ***cas d'une lentille convergente.***

- L'objet se trouve avant le foyer principale objet



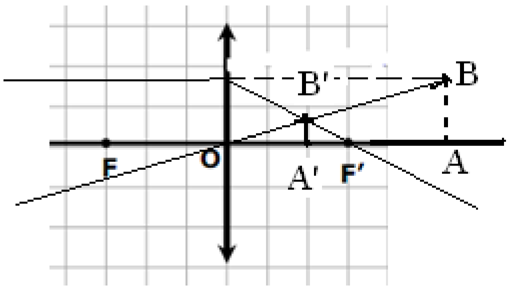
Caractéristiques de l'image :
Nature : réelle.
Sens : renversée.
Grandeur : plus grande que l'objet

- L'objet se trouve entre le foyer principal objet et le centre optique.



Caractéristique :
Nature : virtuelle.
Sens : droite.
Grandeur : plus grande que l'objet

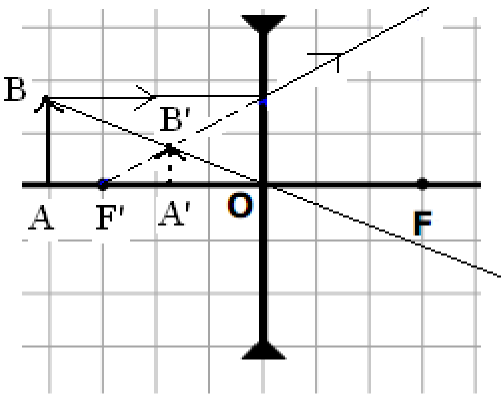
- L'objet est virtuel et placé après le foyer principal image.



Caractéristiques :
Nature : réelle.
Sens : droit.
Grandeur : plus grande que l'objet.

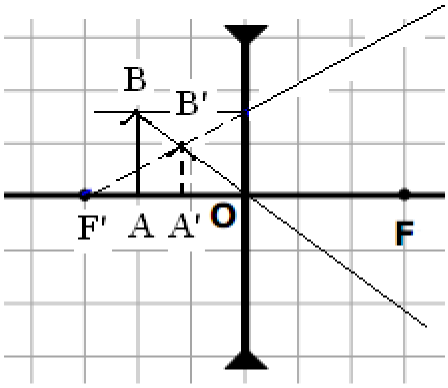
➤ ***cas d'une lentille divergente.***

- L'objet est placé avant le foyer principal image.



Caractéristiques :
Nature : virtuelle.
Sens : droite.
Grandeur : plus petite que l'objet.

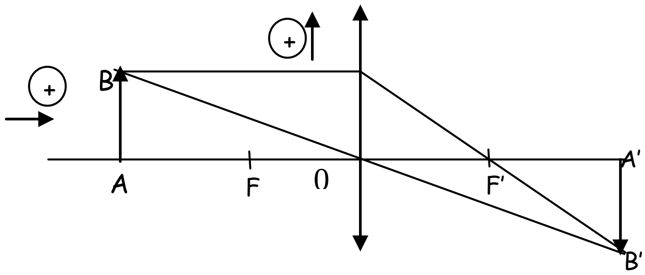
- L'objet se trouve entre le foyer principal image et le centre optique.



Caractéristiques :
Nature : virtuelle
Sens : droite.
Grandeur : plus petite.

8. Formule des lentilles.

a. Formule de position ou de conjugaison.



$$\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

b. Formule de grandissement.

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB'}}{\overline{AB}}$$

c. Formule de la vergence.

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

n = indice de verre de la lentille
R_1 et R_2 = rayon de courbure en mètre
C en dioptrie
$\overline{OF'}$ en mètre
Si face concave alors les rayons sont comptés positivement
Si face concave alors les rayons sont comptés négativement

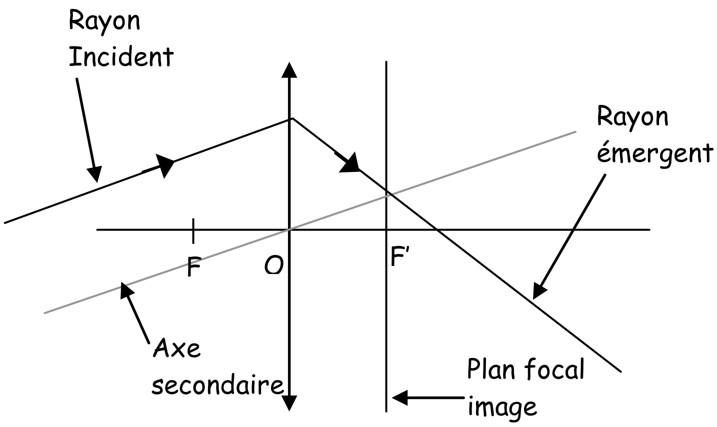
c. Théorème des vergences :

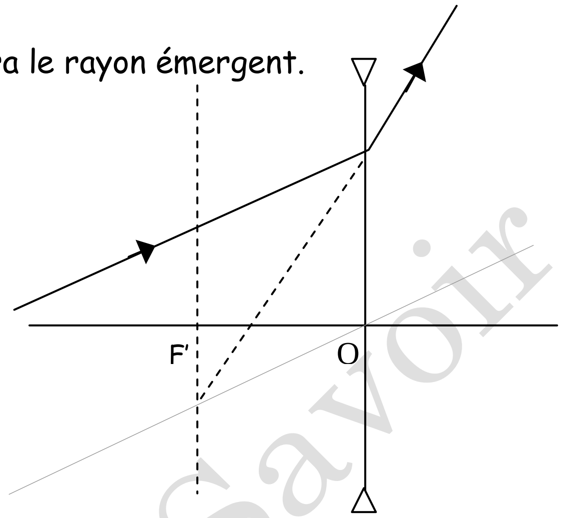
Plusieurs lentilles accolées sont équivalentes à une lentille unique de vergence égale à la somme des vergences de chaque lentille $C = C_1 + C_2 + C_n$……

9. *Comment tracer le rayon émergent d'une lentille d'un rayon incident ?*

Il suffit tout simplement de tracer le rayon lumineux passant par le centre optique (axe secondaire) parallèle au rayon donné qui coupe le plan focal image en un point.

Le point est alors celui par lequel passera le rayon émergent.

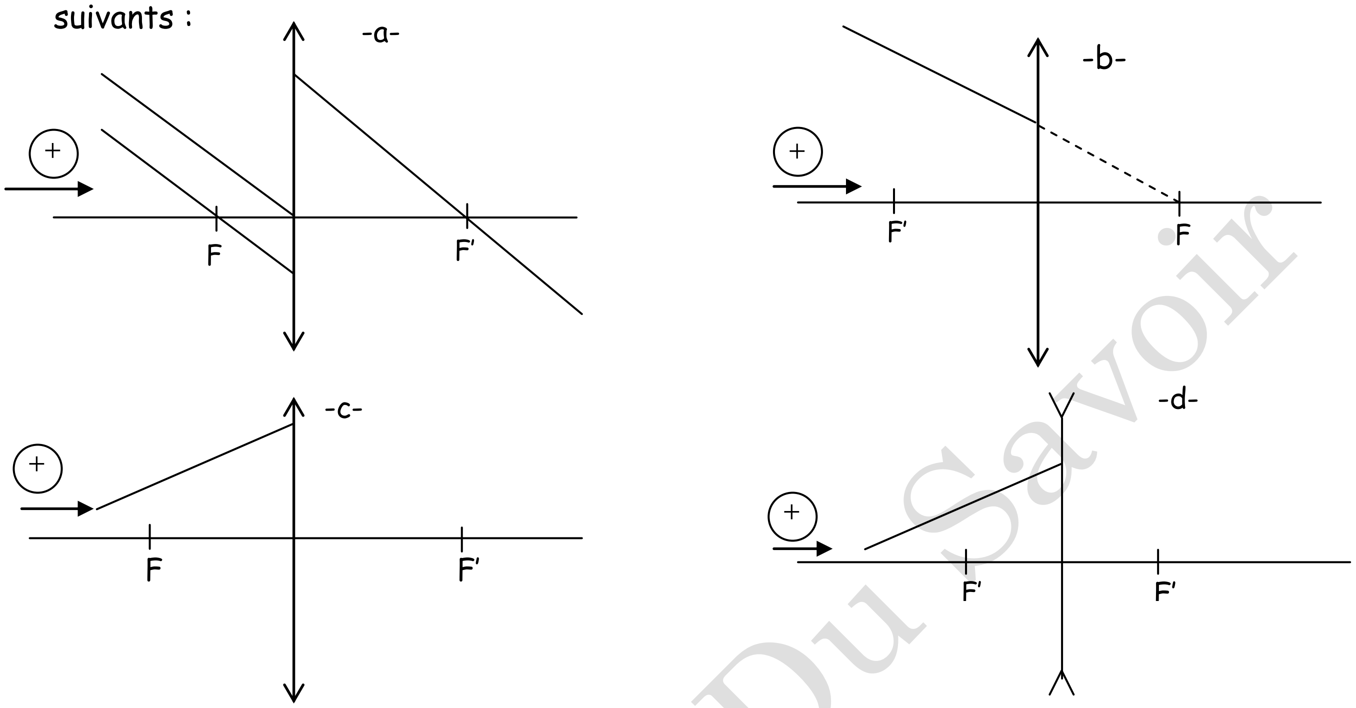




Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

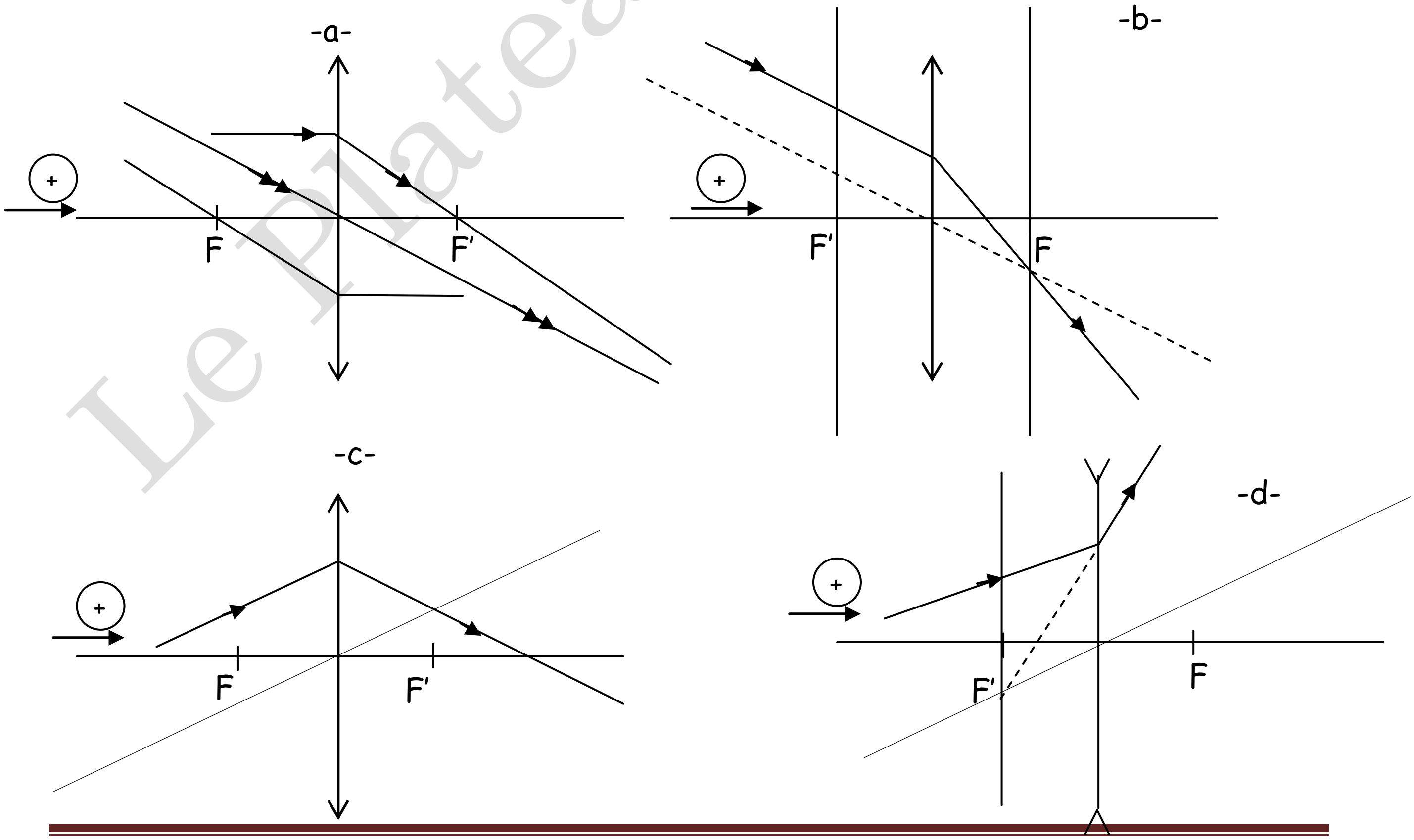
Représente la marche du rayon lumineux à travers la lentille dans les cas suivants :



Solution:

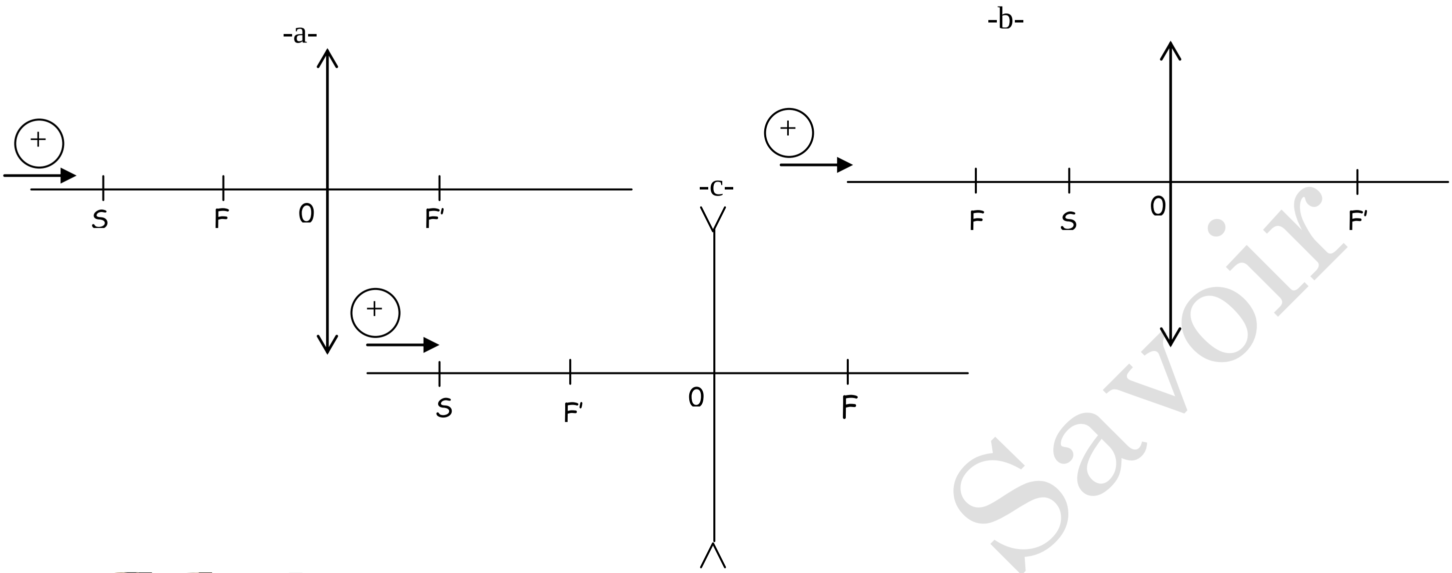
Complétons la marche de chaque rayon lumineux.

Il faut maîtriser le cours sur la construction des rayons lumineux (voir à la fin de l'exercice 3).

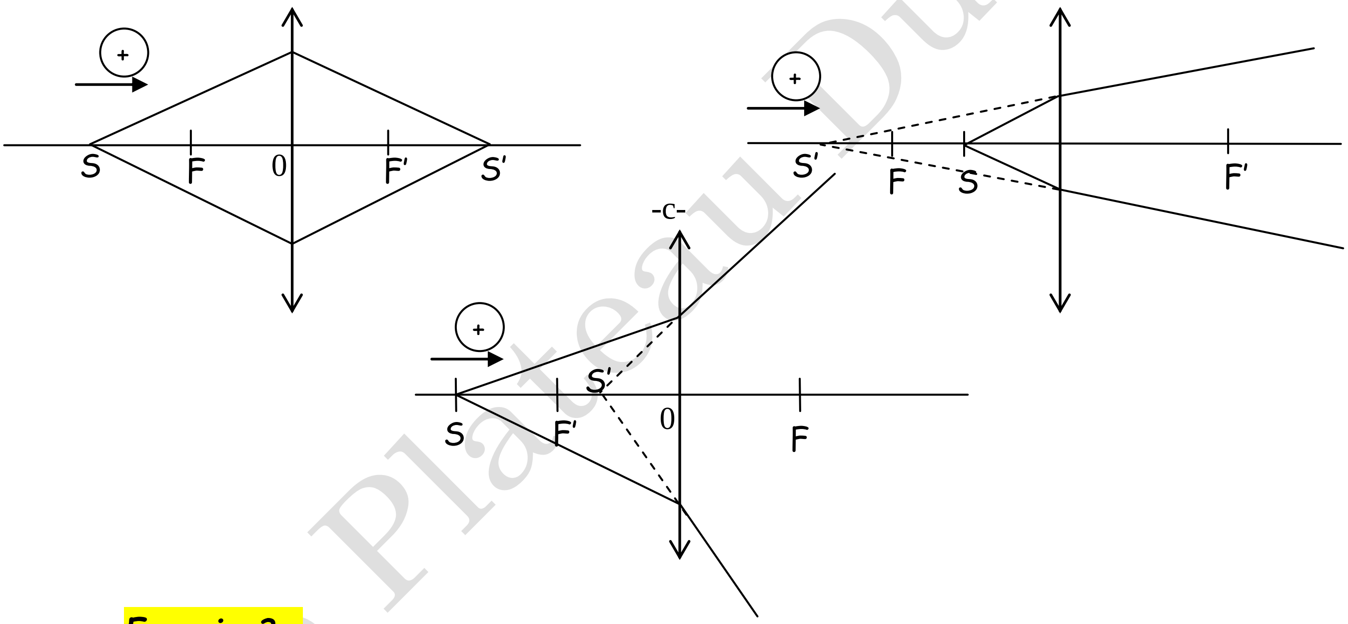


Exercice2 :

Un objet ponctuel S est placé devant la lentille sur son axe optique principal. Représente son image S' dans les cas suivants en précisant la nature de S'.

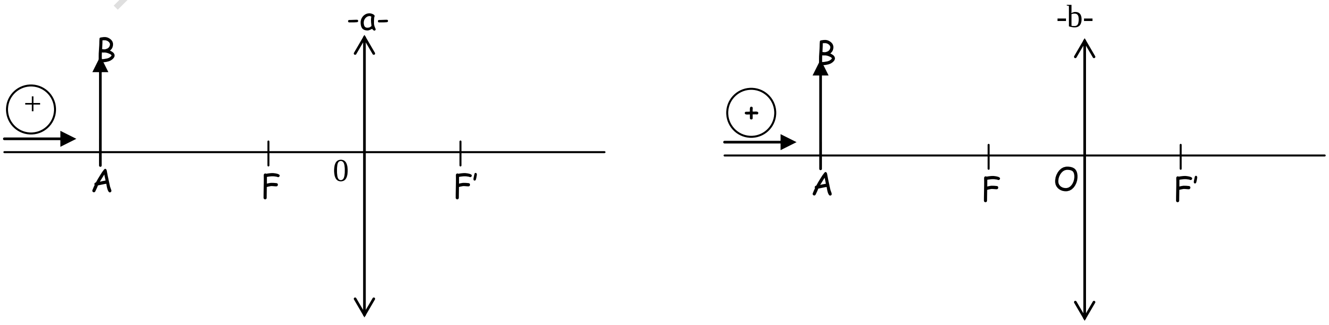


Solution:

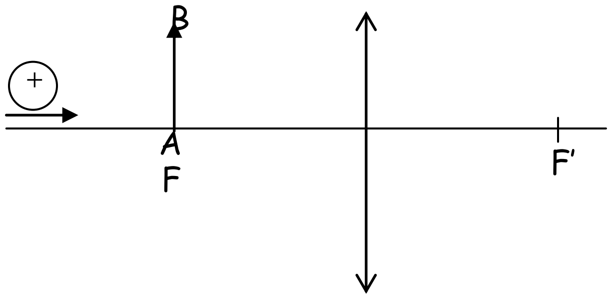


Exercice3 :

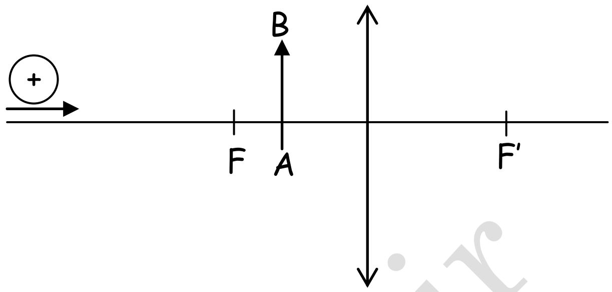
Détermine par construction, la nature, la grandeur et le sens de l'image A'B' de l'objet AB situé à différentes positions par rapport à une lentille dans les cas suivants :



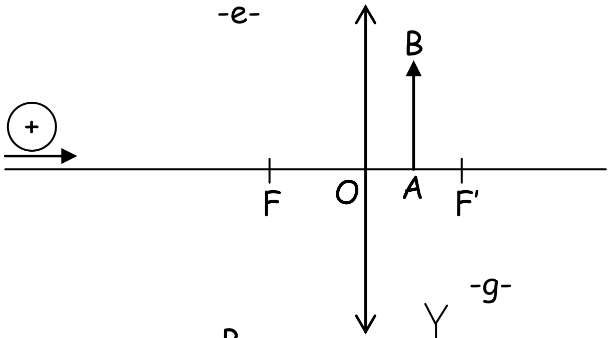
-c-



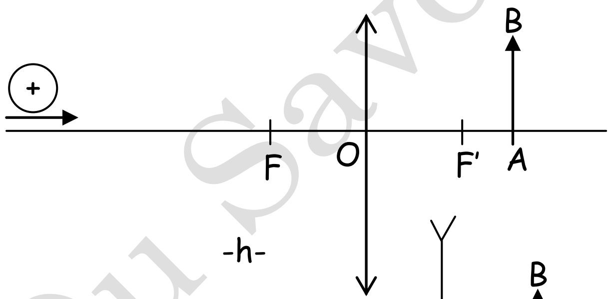
-d-



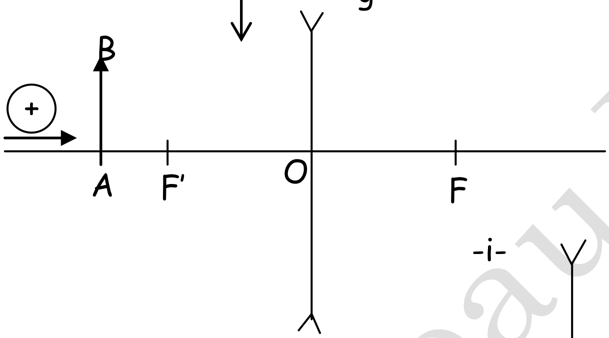
-e-



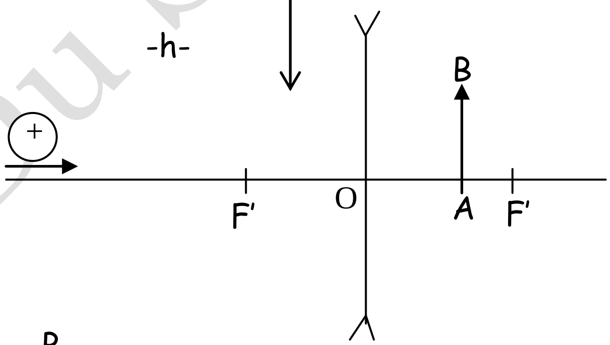
-f-



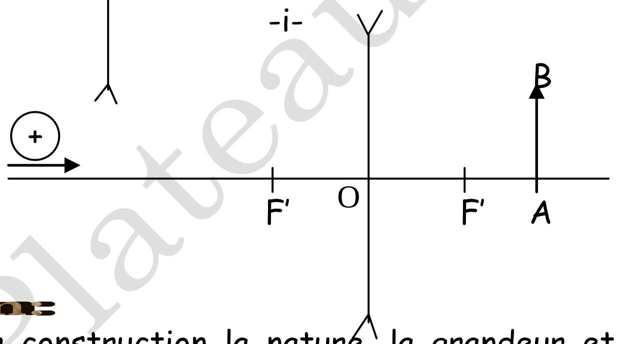
-g-



-h-



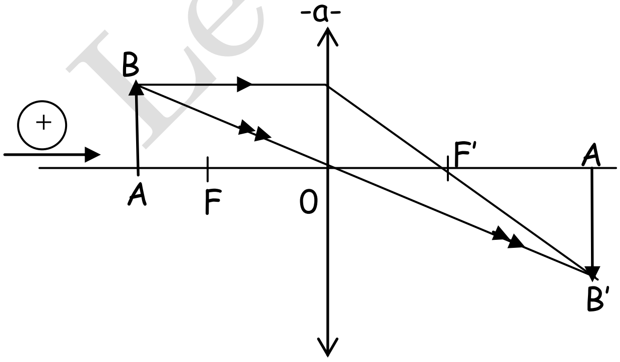
-i-



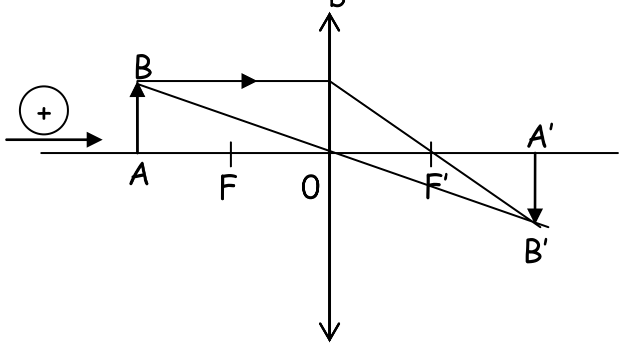
Solution:

Déterminons par construction la nature, la grandeur et le sens de l'image A'B' de l'objet AB.

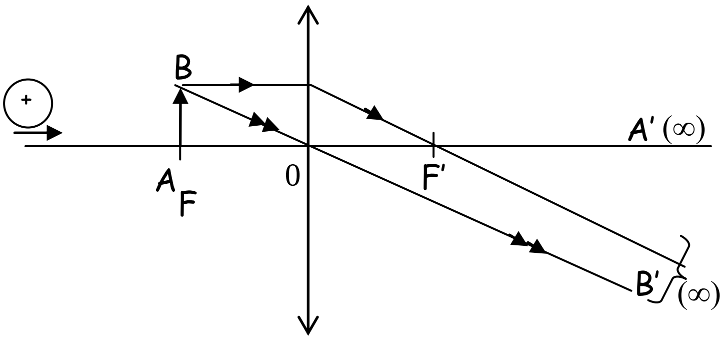
-a-



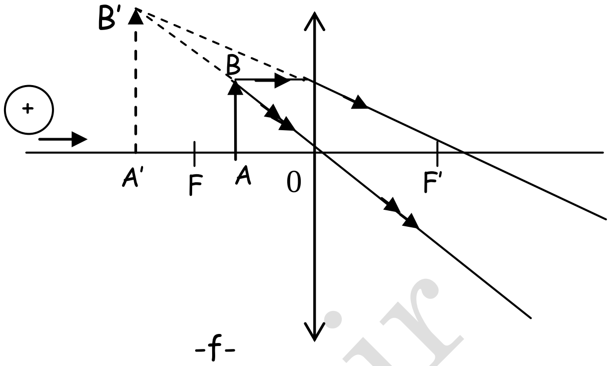
-b-



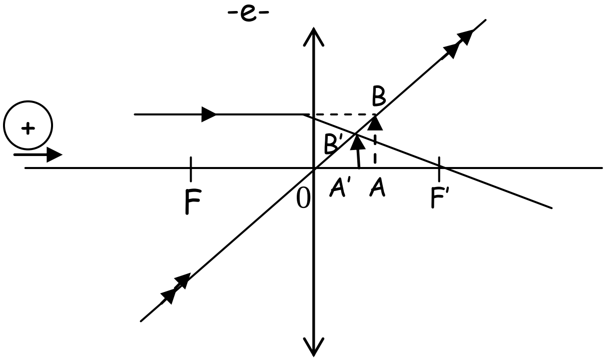
-c-



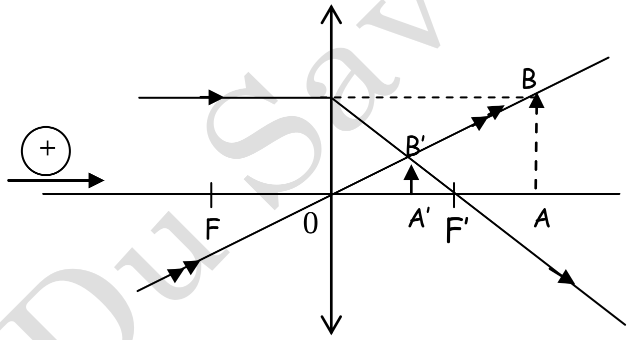
-d-



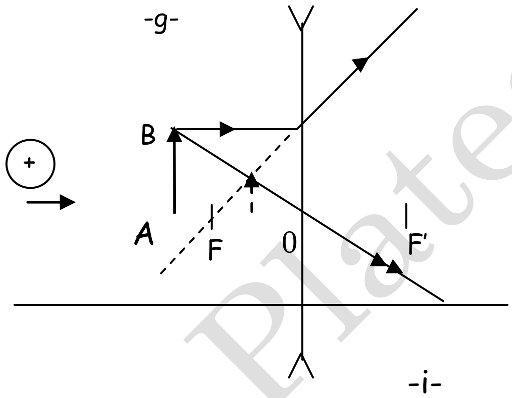
-e-



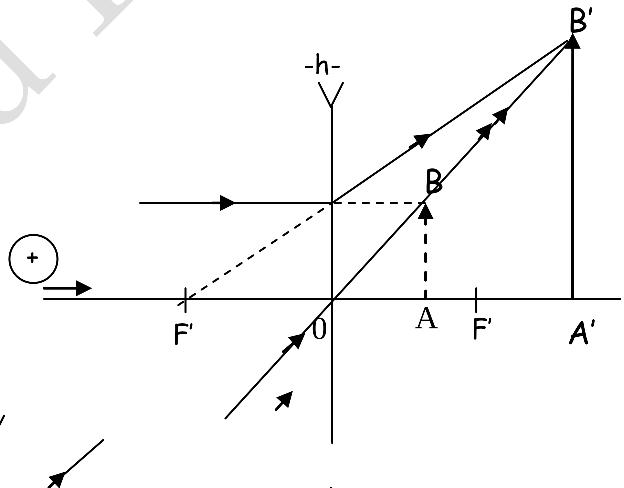
-f-



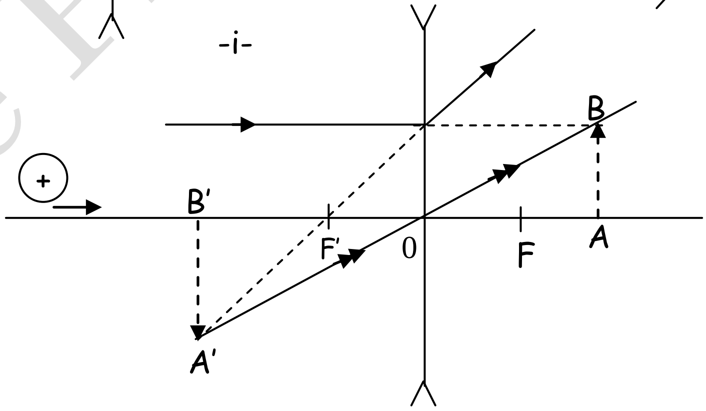
-g-



-h-



-i-



<u>Note 1</u>: Un rayon lumineux passant par le centre optique traverse la lentille sans être dévié.

- Un rayon lumineux parallèle à l'axe principal de la lentille sort de celle-ci en passant par le foyer image (F') (cas de la lentille convergente)ou sort de la lentille en semblant provenir du foyer image (cas de la lentille divergente).
- Un rayon lumineux passant par le foyer objet (F) (LC) ou par F' (LD) sort de la lentille parallèlement à l'axe principal.

Note 2: Pour construire un rayon non parallèle à l'axe principal et ne passant pas par le centre optique, il suffit tout simplement de tracer la parallèle (axe secondaire) à ce rayon passant par le centre optique et coupant le plan focal image.
Le point d'intersection de ce plan et l'axe secondaire est le point par lequel passera le rayon émergent.

Caractéristiques	**Nature**	**Sens**	**Grandeur**
a	Réelle	Renversée	Plus petite que l'objet
b	Réelle	Renversée	Egale à l'objet
c	Réelle	Renversée	Plus grande que l'objet
d	Virtuelle	Droite	Plus grande que l'objet
e	Réelle	Droite	Plus petite que l'objet
f	Réelle	Droite	Plus petite que l'objet
g	Virtuelle	Droite	Plus petite que l'objet
h	Réelle	Droite	Plus grande que l'objet
i	Virtuelle	Renversée	Plus grande que l'objet

Exercice4 :

Un objet réel AB est placé devant une lentille mince de centre optique O. On désire obtenir sur un écran une image A'B', quatre fois plus grande que l'objet. Quelles est la nature, la position et la distance focale de la lentille si l'écran est placé à 5 m de l'objet.

Solution:

3. Position de l'écran.

Image 4 fois plus grande que l'objet ⇒ A'B' = 4AB.

Image renversée ⇒ $\gamma<0$ d'où $\gamma = -4$.

On a : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -4 \Rightarrow \overline{OA'} = -4\overline{OA}$ et $\overline{AO} + \overline{OA'} = 5 \Rightarrow -\overline{AO} + \overline{OA'} = 5$

$\Rightarrow \overline{OA} = \overline{OA'} - 5 \Rightarrow \overline{OA'} = -4(\overline{OA'} - 5) \Rightarrow$ et $\overline{OA}' = -1m$.

- *Distance focale de la lentille.

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow \overline{OF'} = \frac{\overline{OA} x \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} \quad \text{AN: } \overline{OF'} = \frac{-1x4}{-1-4} \; \frac{4}{5} \quad \overline{OF'} = 0{,}8m.$$

- Nature de la lentille: $\overline{OF'} > 0 \Rightarrow$ lentille convergente.

Exercice5 :

Les rayons de courbure d'une lentille mince biconvexe en verre, d'indice par rapport à l'air n = 1,5 valent 25 cm et 50 cm

a. Calculer la vergence de cette lentille

b. On immerge la lentille dans un liquide d'indice par rapport à l'air n_1 = 1,42.

a. Calculer l'indice du verre par rapport à ce liquide

b. Quelle est la nouvelle vergence C_1 de la lentille.

Solution:

1. Vergence de la lentille.

$C = (n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ R_1 et R_2 sont comptés positivement car lentille biconvexe.

AN : $C = (1,5-1)\left(\frac{1}{0,25}+\frac{1}{0,5}\right) = 3 \Rightarrow C = 3\delta$.

2.

a. Calcul de l'indice du verre par rapport à ce liquide.

$n = \frac{n_1}{n_2}$ AN : n = 1,5/1,42=1,05.

b. Nouvelle vergence C_1 de la lentille.

$C = (n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ AN : $C = 0,36\delta$.

Exercice6 :

Un objet AB et un écran d'observation sont séparés par une distance fixe D. On constate qu'en déplaçant entre eux une lentille convergente L, on trouve deux positions O_1 et O_2 de L pour lesquelles on a, de 'objet AB, une image nette sur l'écran.

1. A qui doit-on cette méthode ?
2. Montrer que l'observation ci-dessus n'est possible que si $D \geq 4\overline{OF'}$
3. Montrer que la distance focale d'une telle lentille a pour expression.

$$\overline{OF'} = \frac{D^2 - d^2}{4D} \text{ où } d = O_1O_2.$$

4. Montrer que si M est le milieu du segment AA' alors les deux positions de la lentille sont à égale distance M.

Solution:

1. On doit cette méthode à BESSEL.
2. Montrons que l'observation ci-dessus n'est possible que si $D \geq 4OF'$.

On a : $-\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{\overline{OF'}}$ et $D = \overline{AO}+\overline{OA'} = -\overline{AO}+\overline{OA'} \Rightarrow \overline{OA'} = D+\overline{OA}$

$\Rightarrow -\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{D+\overline{OA}}=\frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow \frac{D}{\overline{OA}(D+\overline{OA})}=\frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow OA^2 + D\overline{OA} + D\overline{OF'} = 0$

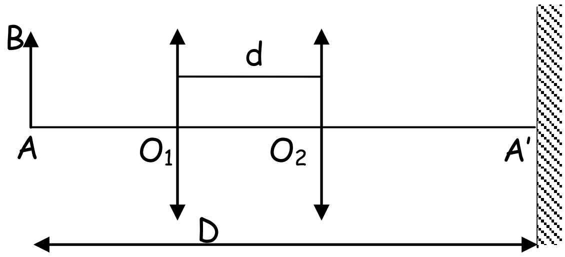
$\Delta = D^2 - 4D\overline{OF'}$ l'équation n'admet de solution que si $\Delta \geq 0$ c'est-à-dire $D^2 - 4D\overline{OF'} \geq 0 \Leftrightarrow D \geq 4\overline{OF'}$.

3. Montrons que la distance focale d'une telle lentille a pour expression

$\overline{OF} = \frac{D^2-d^2}{4D}$ $d = \overline{AO_2} - \overline{AO_1} = -\overline{O_2A}+\overline{O_1A}$.

$\overline{O_1A}$ et $\overline{O_2A}$ sont les solutions de l'équation ci-dessus.

$\overline{O_1A} = \frac{-D+\sqrt{\Delta}}{2}$ et $\overline{O_2A} = \frac{-D-\sqrt{\Delta}}{2}$



On a: $d = \overline{AO_2} - \overline{AO_1} = -\overline{O_2A} + \overline{O_1A}$

$\Rightarrow d = -\left(\frac{-D-\sqrt{\Delta}}{2}\right) + \left(\frac{-D+\sqrt{\Delta}}{2}\right) = \sqrt{\Delta}$

$\Leftrightarrow d^2 = \Delta \Leftrightarrow d^2 = D^2 - 4D\overline{OF'} \Rightarrow \overline{OF'} = \frac{D^2-d^2}{4D}$.

4. Montrons que si M est le milieu du segment AA' alors les deux positions de la lentille sont à égale distance de M. Il suffit de montrer que $O_1M = O_2M$.

M milieu de [AA'] alors $\overline{AM} = \frac{D}{2}$.

Par rapport à la première position $\overline{AM} = \overline{AO_1} + \overline{O_1M} = \frac{D}{2} \Rightarrow \overline{O_1M} = \frac{D}{2} + \overline{O_1A} = \frac{D}{2} + \frac{-D+\sqrt{\Delta}}{2}$

$= \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$.

Par rapport à la deuxième position.

On a : $\overline{AM} = \frac{D}{2} = \overline{AO_2} + \overline{O_2M} \Rightarrow \overline{O_2M} = \frac{D}{2} - \overline{AO_2} = \frac{D}{2} + \overline{O_2A} = \frac{D}{2} + \frac{-D-\sqrt{\Delta}}{2} = -\frac{\sqrt{\Delta}}{2}$.

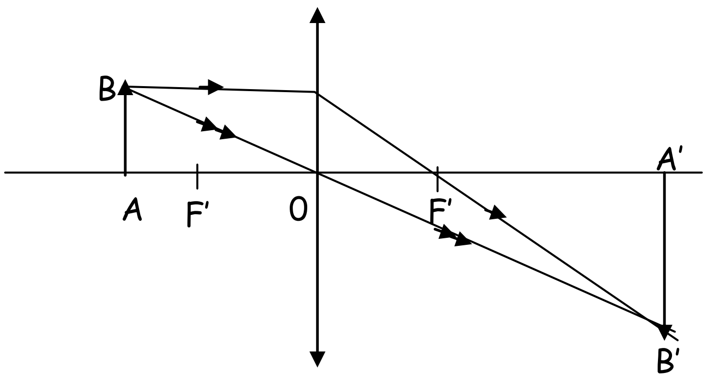
On a donc $O_1M = O_2M$.

Exercice7 :

Une lentille convergente donne sur un écran A'B' de grandeur 9 cm d'un objet AB de grandeur 3 cm placé à 4 cm en avant de la lentille.

1. Faire le schéma en construisant un faisceau lumineux issu de B sachant que l'image est réelle. On précisera l'échelle.
2. Placer les points F et F' sur l'axe principal. Comment les appelle-t-on ?
3. Mesurer la distance focale de la lentille.
4. Déterminer la position de l'image par calcul et graphiquement. Y a-t-il accord ?

Solution:



1.

Echelle :2cm réel ⟶ 1cm de dessin

Il suffit de tracer l'axe secondaire issu du point B, ensuite tracer à partir de l'axe principal un segment de droite de 4.5cm d'après notre échelle choisie. Enfin on trace un rayon parallèle à l'axe principal issu de B qui sort de la lentille en passant par F' de l'axe principal pour B'.

2. Les points F et F' s'appellent respectivement le foyer principal objet et foyer principal image.
3. La mesure de la distance focale donne $\overline{OF'} = 3cm$.
4. Position de l'image.

   * Graphiquement : $\overline{OA'} = 12cm$.

   * Par calcul : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ = -3 car image renversée $\Rightarrow \overline{OA'} = -3\overline{OA}$ AN :

$\overline{OA'} = -3\times(-4) = 12 \quad \Rightarrow \overline{OA'} = 12$cm.

Il y a donc accord entre la méthode graphique et celle par calcul.

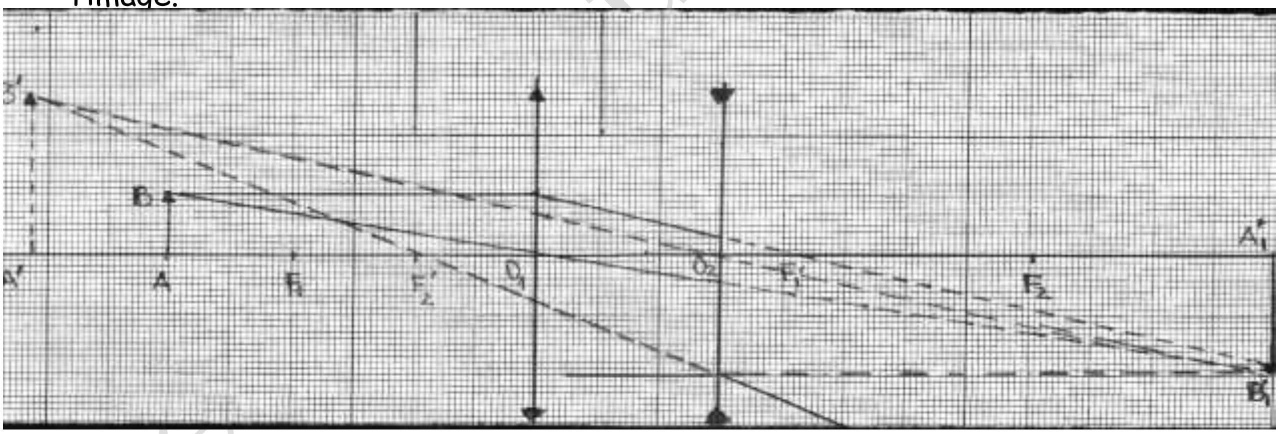
Exercice8 :

Une lentille convergente de centre optique O_1 et de distance focale $\overline{O_1F_1} = 4$cm est placée à 3cm à gauche d'une lentille divergente de centre optique O_2 et de distance focale $\overline{O_2F'_2} = -5$cm. On place l'objet AB de 1cm de hauteur à 6cm de la première lentille.

1. A l'aide d'un schéma en vraie grandeur, déterminer la position et la grandeur de l'image intermédiaire A,B, puis la position et la grandeur de l'image définitive A'B'.
2. Retrouver ces résultats par le calcul.

Solution:

1. Schéma en vraie grandeur permettant de déterminer la position et la grandeur de l'image.



2. Retrouvons les résultats par calcul.

* Image intermédiaire.

- Position : $-\frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1F'}} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1F'_1} x \overline{O_1A}}{\overline{O_1F'_1} + \overline{O_1A}}$ AN : $\overline{O_1A_1} = \frac{4x(-6)}{4-6}$ = 12 cm.
- Grandeur: $\gamma = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \Rightarrow A_1B_1 = ABx\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$ AN : $A_1B_1 = \frac{1x12}{6} = 2$ $\quad A_1B_1$ = 2 cm.

* Image définitive.

Position : $-\frac{1}{\overline{O_2A_1}}+\frac{1}{\overline{O_2A'}}=\frac{1}{\overline{O_2F_2'}} \Rightarrow \overline{O_2A'}=\frac{\overline{O_2F_2'}x\overline{O_2A_1}}{\overline{O_2F_2'}+\overline{O_2A_1}}$

Or $\overline{O_1A_1}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A_2} \Rightarrow O_2A_2=\overline{O_1A_2}-\overline{O_1O_2}$ 12-3= 9cm.

AN: $\overline{O_2A'}=\frac{-5 \times 9}{-5+9}=\frac{-45}{4} \Rightarrow \overline{O_2A'}=-11{,}25$cm.

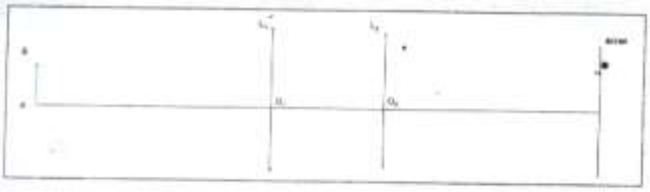
Grandeur: $|\gamma_2|=\left|\frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}\right|=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}$ A'B'= A_1B_1x $\frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_2}}$ AN : A'B'= $2x\frac{11{,}25}{9}$ A'B' = 2,5cm.

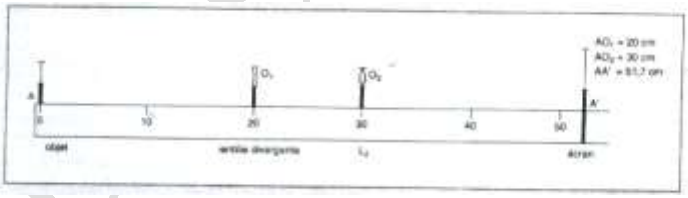
Exercice9 :

Une expérience est réalisée sur un banc optique avec deux lentilles.

- Une lentille divergente L_1 de centre optique O_1 et de distance focale inconnue.
- Une lentille convergente L_2 de centre optique O_2 et de distance focale $\overline{O_2F'_2}=10$cm. Le système donne d'un objet AB, une image A'B' qui se forme sur un écran.

Les positions des lentilles, de l'objet et de l'écran, sont directement lues sur le





banc d'optique gradué en centimètres et représenté ci-dessous.

1. Donner les valeurs numériques des grandeurs algébriques $\overline{O_1A}$; $\overline{O_1O_2}$ et $\overline{O_2A'}$ en centimètres.
2. Appliquer la formule de conjugaison à la deuxième lentille et déterminer la position $\overline{O_2A_1}$ l'image intermédiaire A_1B_1 par rapport à son centre optique O_2.
3. Déduire la position de cette image intermédiaire par rapport à la première lentille.
4. Appliquer la formule de conjugaison à la lentille L_1 et déterminer la distance focale de cette lentille.

Solution:

1. Valeur numérique des grandeurs algébriques.

$\overline{O_1A}=-20$cm ; $\overline{O_1O_2}=10$cm ; $\overline{O_2A'}$ =AA' -AO_2 = 21,7cm.

2. Position de l'image intermédiaire A_1B_1 par rapport à O_2.

$\frac{1}{\overline{O_2A_1}}+\frac{1}{\overline{O_2A'}}=\frac{1}{\overline{O_2F_2'}} \Rightarrow \overline{O_2A_1}=\frac{\overline{O_2F_2'}x\overline{O_2A'}}{\overline{O_2F_2}-\overline{O_2A'}}$ AN : $\overline{O_2A_1}=\frac{10x21{,}7}{10-21{,}7} \Rightarrow \overline{O_2A_1}=-18{,}55$cm.

3. Déduction de la position de cette image intermédiaire par rapport à la première lentille.

On a: $\overline{O_1A_1}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A_1}$ AN: $\overline{O_1A_1}$ =10 – 18,55=-8,55 $\overline{O_1A_1}$ =-8,55cm.

O_1A_1= -8,55cm.

4. Détermination de la distance focale de L_1. $\frac{\overline{O_1A_1}\times\overline{O_1A}}{\overline{O_1A}+\overline{O_1A_1}}$ $\frac{-20(-8{,}55)}{-20+8{,}55}$

$-\frac{1}{\overline{O_1A}}+\frac{1}{\overline{O_1A_1}}=\frac{1}{\overline{O_1F_1'}} \Rightarrow \overline{O_1F_1'} \approx -15cm.$

Exercice10 :

On dispose de deux lentilles minces L_1 de distance focale f_1 = 20cm et L_2 de distance focale f_2.

1. Les deux lentilles étant accolées, on obtient un système de vergence + 15 dioptries. Trouves la nature et la distance focale de L_2.
2. Les deux lentilles ne sont plus accolées. Un objet lumineux est placé à 40cm devant la lentille la plus convergente.

Quelle doit être la distance entre les deux lentilles pour que le système donne de l'objet une image définitive réelle et égale à cet objet ? Préciser alors la distance objet-image.

3. On voudrait que ce système soit afocal, c'est-à-dire qu'il donne d'un objet à l'infini une image à l'infini. Trouver la distance entre les deux lentilles pour que cette condition soit réalisée.

Solution:

1. Distance focale.

On a : $C = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2 = C - C_1 \Rightarrow \frac{1}{f_2} = C - \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_2 = \frac{f_1}{Cf_1 - 1}$ AN: $f_2 = \frac{0,20}{15x0,2 - 1} = 0,1$

$\Rightarrow f_2 = 10cm.$

Nature de L_2 : $f_2 > 0 \Rightarrow L_2$ lentille convergente.

2. Distance objet-image : $\overline{AA'}$

On a : $\gamma = \gamma_1 x \gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ or $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$ et $\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \Rightarrow \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \times \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

Déterminons $\overline{O_1A_1}$

On a : $-\frac{1}{\overline{O_1A}}+\frac{1}{\overline{O_1A_1}}=\frac{1}{\overline{O_1F_1'}} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1F_1'} \times \overline{O_1A}}{\overline{O_1F_1'} + \overline{O_1A}} = \frac{20x(-40)}{20-40} = +40cm$

On a alors $\frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ car $\overline{O_1A} = -40cm.$

Image définitive droite est égale à l'objet, on a : $\overline{A'B'} = \overline{AB}$

$\Rightarrow \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = -1 \Rightarrow O_2A' = \overline{O_2A_1}$ La formule de position suivante $-\frac{1}{\overline{O_2A_1}}+\frac{1}{\overline{O_2A'}}=\frac{1}{\overline{O_2F_2}}$

nous donne $\overline{O_2A} = -2f_2 = -20cm$.

On peut donc écrire : $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1A_1} + \overline{A_1O_2} = \overline{O_1A_1} - \overline{O_2A_1} = 40-(-20) = 60cm$

$\overline{AA'} = \overline{AO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A'}$ AN: $\overline{AA'} = +40+60+20 = 120 \Rightarrow \overline{AA'} = 120cm.$

Si l'image est renversée alors on a : $\overline{A'B'} = -\overline{AB} \Rightarrow \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = 1$

On obtient ainsi $-\frac{1}{\overline{O_2A_1}}+\frac{1}{\overline{O_2A'}}=\frac{1}{f_2}=0 \Rightarrow f_2 = 0$ impossible car d'après la question 10.1, f = 10cm.

3. Distance entre les deux lentilles pour que le système soit afocal.

Système afocal signifie : objet à l'infini ($\overline{O_1A}=\infty$) et image définitive à l'infini ($\overline{O_2A'}=\infty$).

- Objet à l'infini: $-\frac{1}{\overline{O_1A}}+\frac{1}{\overline{O_1A_1}}=\frac{1}{f_1} \Rightarrow \overline{O_1A_1}=f_1=10cm$.

- Image à l'infini : $-\frac{1}{\overline{O_2A_1}}+\frac{1}{\overline{O_2A'}}=\frac{1}{f_2} \Rightarrow \overline{O_2A_1}=-f_2$ $\qquad \overline{O_1O_2}=\overline{O_1A_1}+\overline{A_1O_2}$

$\Rightarrow \overline{O_1O_2}=\overline{O_1A_1}-\overline{O_2A_1}$ AN : $\overline{O_1O_2}$ =20 – 10=10. $\Rightarrow \overline{O_1O_2}=10cm$.

Exercice11 :

Une lentille mince plan-concave est accolée à une lentille convergente de 8 dioptries. L'ensemble donne, d'un objet réel situé à 40cm des lentilles, une image réelle située à 66,6cm des lentilles.

1. Calculer la distance focale de la lentille plan-concave, sa convergence et le rayon de la face concave.
2. La lentille plan-concave est utilisée seule. Construire l'image d'un objet virtuel situé à 20 cm de la lentille. Calculer la position de l'image obtenue.
3. Peut-on se servir de la lentille convergente de 6 dioptries pour obtenir l'objet virtuel du paragraphe précédent ? Où faut-il placer l'objet réel quand les deux lentilles sont distances de 10cm ?
4. La face plane de la lentille plan-concave est posée sur un plan horizontal. On emplit d'eau la cavité formée par la face concave. Calculer la convergence de l'ensemble. Pourrait-on obtenir un système convergent en remplaçant l'eau par un liquide d'indice convenable ? On prendra : indice du verre :3/2. indice de l'eau : 4/3.

Solution:

1. Distance focale de la lentille plan-concave.
   - Calculons la vergence du système formé par les deux lentilles accolées.

$\frac{1}{\overline{OF}}=C=-\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA'}} \Rightarrow C=\frac{\overline{OA}-\overline{OA'}}{\overline{OA}\times\overline{OA'}}=\frac{-40-66,6}{-40\times 66,6}=4\delta$

or $C = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2=C-C_1 = 4-8 = -4$

$C_2=-4\delta$. Il s'agit d'une lentille divergente de distance focale $\overline{OF'_2}=\frac{1}{C_2}$=-25cm.

* Rayon de courbure.

$C=\frac{1}{\overline{OF'_2}}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ face plane $R_1=\infty$ face concave R_2 <O.

$R_2=-\overline{OF_2}(n-1)=-25\left(\frac{3}{2}-1\right)=-12,5$ en valeur absolue R_2 =12,5cm.

2. Construction de l'image

Position de l'image :

$$\frac{1}{\overline{OF'_2}} = -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OF'_2}\ \ \overline{OA}}{\overline{OF'_2} \times \overline{OA}} \quad \overline{OA'} = \frac{-25 \times 20}{-25 + 20} = 100$$

$\Rightarrow \overline{OA'} = 100$cm.

3. La lentille convergente de 8δ a pour distance focale $f = \frac{1}{8}$cm= 12,5 cm

Les deux lentilles L_1 et L_2 étant distantes de 10 cm, A_1B_1 se trouve à 30cm en arrière de L_1. Il s'agit donc de placer devant L_1, un objet AB tel que la lentille L_1 en donne l'image réelle A_1B_1 qui jouera le rôle d'objet virtuel par rapport à L_2. En désignant par $\overline{O_1A}$ la position de l'objet par rapport à L_1 on peut écrire :

$$-\frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}} \Rightarrow \overline{O_1A} = \frac{\overline{O_1A_1} \times \overline{O_1F'_1}}{\overline{O_1A_1} - \overline{O_1F'_1}} \quad \text{AN : } \overline{O_1A} = \frac{30 \times 12{,}5}{12{,}5 - 30} = -21{,}4$$

$\Rightarrow \overline{O_1A}$ =-21,4 cm. L'objet AB doit être placé à 21,4 cm en avant de lentille L_1.

* Vergence de l'ensemble.

4. La lentille liquide plan convexe est convergente et sa vergence a pour valeur :

$$C = (n'-1)\left(\frac{1}{R}\right) = \left(\frac{4}{3} - 1\right)\left(\frac{1}{0{,}125}\right) = 2{,}67\delta.$$

La lentille plan-concave étant de -4δ, la convergence de l'ensemble est
$C' = -4 + 2{,}67 = -1{,}33\delta$.

On pourrait obtenir un système convergent si la vergence de la lentille liquide est supérieure à 4δ c'est-à-dire si $(n'-1)\left(\frac{1}{R}\right) > 4 \Rightarrow n' > 1{,}50$.

Exercice12 :

On se propose de déterminer la distance focale d'une lentille convergente. A cet effet, on utilise un banc optique sur lequel on place un objet lumineux AB, la lentille et un écran.

1. Comment peut-on reconnaître au toucher une lentille convergente ?
2. Faire un schéma du dispositif expérimental.
3. On mesure la distance lentille-objet d_1, la distance-écran d_2 et on obtient le tableau ci-dessous.

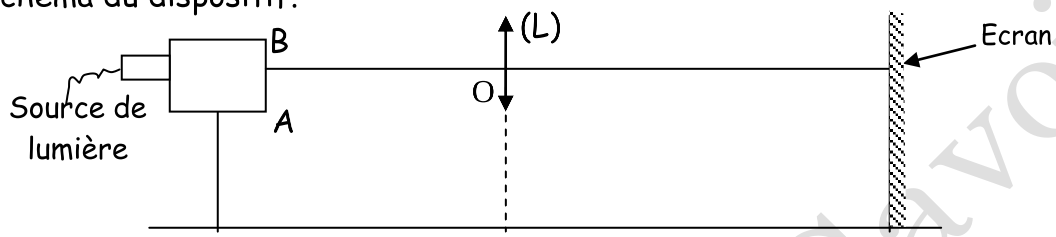
d_1 en mètre	1,80	1,20	1,00	0,70	0,50	0,40	0,30	0,20
d_2 en mètre	0,20	0,21	0,22	0,24	0,28	0,33	0,45	1,80
$\frac{1}{d_1}$								
$\frac{1}{d_2}$								

a. Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.
b. Tracer sur un papier millimétré, le graphe de $\frac{1}{d_2}$ en fonction de $\frac{1}{d_1}$ avec les échelles suivantes : axe des abscisses : 2cm pour $1m^{-1}$; axe des ordonnées : 2cm pour $1m^{-1}$

c. Ecrire la relation de conjugaison pour une position quelconque AB en exprimant la position de l'image à l'aide de d_2 et celle de l'objet à l'aide de d_1.
d. Quelle est la constante dans cette relation ?
e. Déduire de la question précédente et du graphe, la vergence de la lentille étudiée.

Solution:

1. Une lentille convergente est connue au toucher par le fait qu'au moins l'une de ses faces est bombée.
2. Schéma du dispositif.

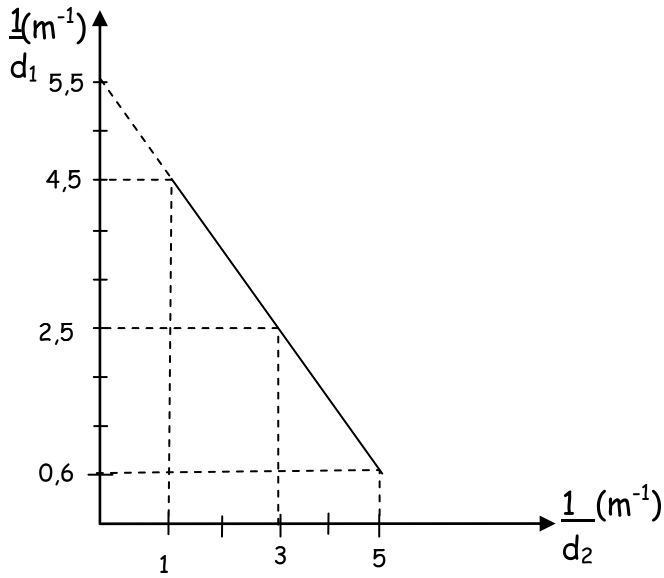


3.

a. Reproduisons et complétons le tableau

d_1	1,80	1 ,20	1 ,00	0 ,70	0,50	0,40	0,30	0,20
d_2	0,20	0 ,21	0,22	0,24	0,28	0,33	0,45	1 ,80
$\frac{1}{d_1}$	0,6	0,8	1	1,4	2	2,5	3 ,3	5
$\frac{1}{d_2}$	5	4,8	4,5	4,2	3,6	3	2,22	0 ,6

12.3.2- Graphe de $\frac{1}{d_1}$ en fonction de $\frac{1}{d_2}$.



12.3.3- Relation de conjugaison en fonction de d_1 et d_2.

Posons : $\overline{OA} = -d_1$ et $\overline{OA'} = d_2$

On a : $-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow -\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$.

12.4-La constante dans cette relation est $\frac{1}{f}$ qui représente la vergence de la lentille.

12.5- Déduction du graphe, la vergence de la lentille.

Le graphe a pour fonction $\frac{1}{d_1} = -\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f} = -\frac{1}{d_2} + C$ d'où on déduit que la vergence est l'ordonnée à l'origine de la demi-droite.

Graphiquement $C = 5{,}5\delta$.

Exercice13 :

Dans un laboratoire, un élève désire vérifier la valeur de la distance focale f_1 d'une lentille L_1 par deux méthodes:

1. La première méthode dite méthode Silbermann consiste à recueillir sur l'écran une image A'B' renversée de même grandeur que l'objet AB. Dans ce cas, il suffit de mesurer la distance OA pour en déduire la valeur de f_1. En utilisant les formules de Descartes pour les lentilles minces montrer qu'on a alors $OA=2f_1$.
2. La deuxième méthode dite méthode de l'objet à l'infini consiste à rechercher le plan focal image de la lentille L_1 en formant sur l'écran E, l'image d'un objet situé à l'infini. On mesure ensuite f_1 qui est la distance entre l'écran et la lentille L_1.

Sachant que l'élève dispose d'une lentille convergente L2 de distance focale f2 connue, expliquer comment il peut réaliser cette expérience avec l'association de L_1 et de L_2.

Solution:

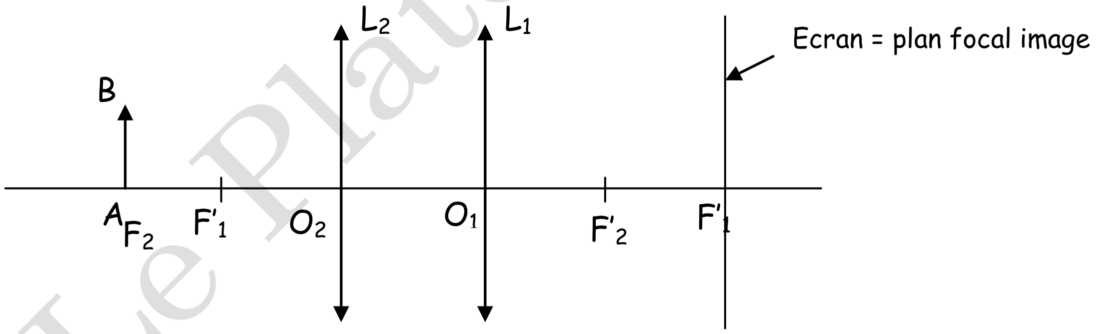
1. Montrons que $OA = 2f_1$.

Image renversée de même grandeur que l'objet $\Rightarrow \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -1 \Rightarrow \overline{OA'} = -\overline{OA}$.

De la formule de position suivante $-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f_1}$ on obtient en remplaçant $\overline{OA'}$ par $-\overline{OA}$, $\overline{OA} = -2f_1 \Leftrightarrow OA=2f_1$.

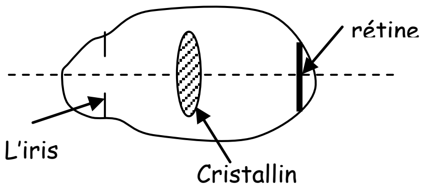
2. Explication :

On place L_2 en avant de L_1 et l'objet AB dans le plan focal objet de L_2. L'image intermédiaire A_1B_1 de AB à travers L_2 se forme à l'infini. A_1B_1 est alors objet virtuel pour la lentille L_1. Son image A'B' qui est l'image définitive de AB à travers le système formé par les deux lentilles, se forme dans le plan focal image de L_1.



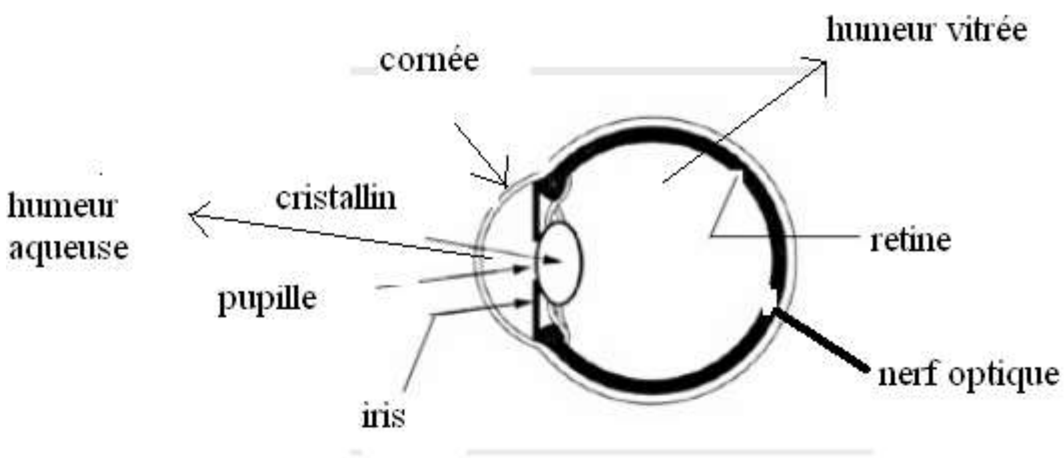
Chapitre 9 : L'ŒIL REDUIT

1. Schéma de l'œil réduit



L'œil réduit est composé :
- de la rétine qui joue le rôle de l'écran ;
- du cristallin qui joue le rôle de la lentille convergente ;
- de l'iris qui joue le rôle de diaphragme.

Description anatomique de l'œil.



l'oeil

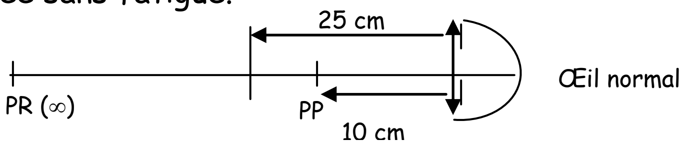
L'œil est un organe physiologique sphérique limité par une membrane blanche dont la partie intérieur est la cornée. L'iris donne sa couleur à l'œil, en limitant la pupille. Le cristallin sépare l'humeur aqueuse de l'humeur vitrée. La partie antérieure et intérieure est pâtissée d'une membrane sensible à la lumière appelé rétine. **La cornée, le cristallin, la pupille, l'humeur aqueuse et vitrée sont de milieux transparents**.
L'œil peut être schématisé par une lentille et un écran, on obtient l'œil réduit.

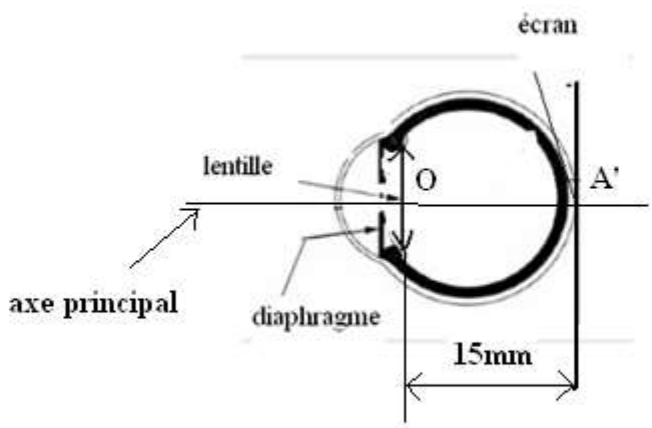
2. L'accommodation.

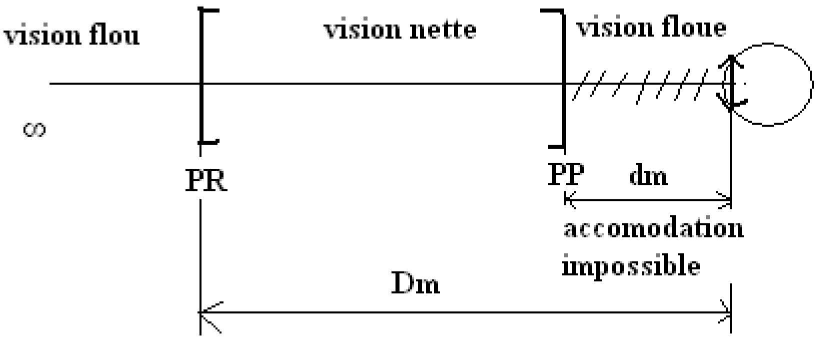
Elle est la modification de la vergence du cristallin afin que l'image de l'objet se forme sur la rétine.

Cette modification a une limite ce qui conduit aux définitions suivantes.
- Punctum proximum de l'œil : (PP) c'est le point de l'axe optique où l'œil peut voir un objet en accommodant au maximum
- Punctum remotum de l'œil : (PR) c'est le point de l'axe optique où l'œil peut voir un objet sans accommoder.

__*Note*__ : Le PR d'un œil normal est à l'infini
Le PP d'un œil normal est à 10 cm
La distance dm = 25cm de l'œil est la distance minimale de vision distincte prolongée sans fatigue.



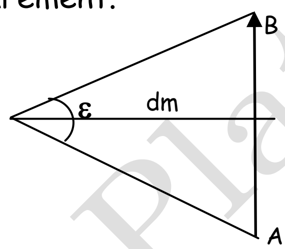




dm : distance minimale de vision distincte (située au PP) pour un œil adulte normale, dm≈25m
D_m : distance maximale de vision distincte (située au PR)

- dm augmente avec l'âge du fait de la diminution progressive de l'élasticité du cristallin. L'œil sera dit presbyte lorsque la faculté d'accommodation devienne insuffisante.
- Pouvoir séparateur de l'œil ou acuité visuelle.

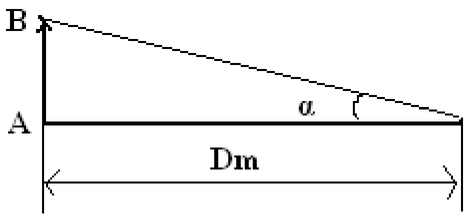
Il est la plus petite distance angulaire ε de deux points A et B d'un objet vu séparément.



$$\underset{\text{rad}}{\varepsilon} = \frac{AB \ (\text{Cm})}{Dm \ (\text{Cm})}$$

L'acuité visuelle ou pouvoir séparateur de l'œil.

On **appelle acuité visuelle de l'œil, le plus petit angle de deux points A et B vu séparément**.



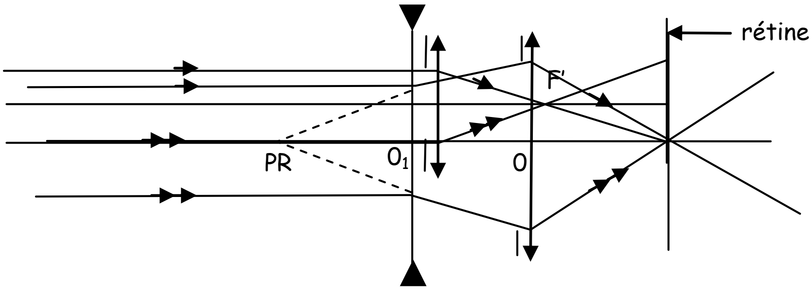
α= AB/D_m.
α : pouvoir séparateur en rad, D_m distance maximale de l'œil à l'objet. Pour un œil normale, α≈1'≈3×10^{-4}rad

3. Les défauts de l'accommodation et leurs corrections.

a. La myopie.

Un œil myope est œil trop convergent. L'image d'un objet située à l'infinie se forme en avant de rétine.

On corrige un œil myope en plaçant devant l'œil une lentille divergente dont le rôle est de ramener l'image d'un objet à l'infini au PR de l'œil malade.



Note: Si les deux lentilles sont accolées($O=O_1$) alors la distance focale de la lentille divergente en valeur absolue est égale à la distance de O au PR de l'œil. ($|O_1F'_1|$ =PR

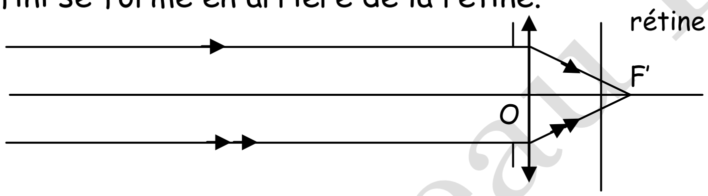
$\Rightarrow \overline{O_1F'_1} = -PR$)

Si $O \neq O_1$ alors $\overline{O_1F'_1} = -(PR - O_1O)$

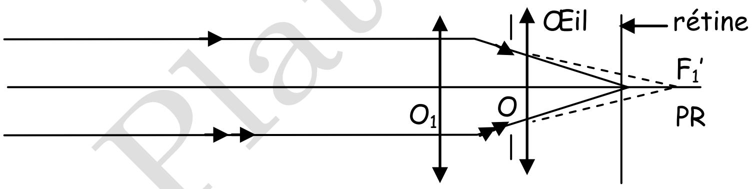
Un myope pour voir de très près doit rétirer ses verres correcteurs. Car ceux-ci éloignent le PP.

b. L' hypermetropie.

Un œil hypermétrope est un œil pas assez convergent. L'image d'un objet à l'infini se forme en arrière de la rétine.



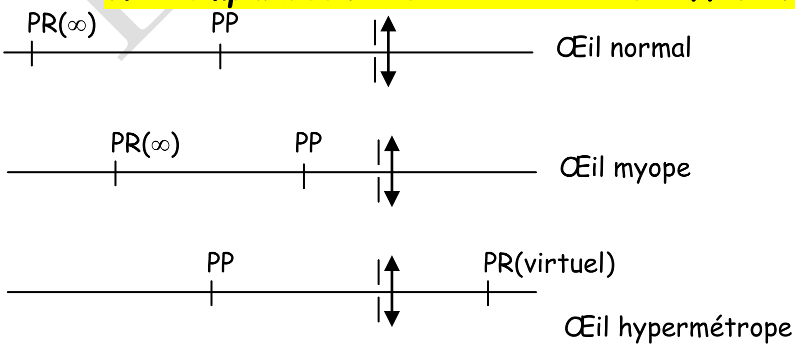
On corrige un œil hypermétrope en plçant devant l'œil une lentille convergente.



On a : $\overline{O_1F'_1} = PR$ si $O=O_1$ (lentilles accolées).

$\overline{O_1F'_1} = \overline{O_1O} + PR$ si $O \neq O_1$ (lentilles non accolées)

c. Comparaison des PP et PR des différents cas d'œil



d. La presbytie.

Elle est la diminution de la faculté d'accommodation due à la vieillese.
Son PR reste fixe tandis que son PP s'éloigne c'est pourquoi un œil myope devenu presbyte, pourra devenir normal.

Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

Pour l'œil d'un enfant, le PP est situé à 10 cm et le PR à 2m.

1. De quelle anomalie souffre-t-il ?
2. Donner la nature et la distance focale du verre correcteur.
3. Quelle est alors la nouvelle position du PP de l'œil corrigé ?

Solution:

1. Il souffre de la myopie car son PP est inférieur à 25cm et PR $<\infty$.
2. Nature et distance focale du verre correcteur.
4. Nature du verre : la myopie étant une maladie de l'œil qui le rend trop convergent, il doit donc utiliser le verre correcteur divergent.
5. Distance focale du verre :

Lorsque le verre correcteur est accolé à l'œil, sa distance focale est égale à l'opposé du PR c'est-à-dire $\overline{OF} = -D_m = -2m$

3. Nouvelle position du PP après correction.

Il s'agit de la position de l'objet dont l'image par la lentille correctrice se forme au PP de l'œil.

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow \overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \times \overline{OF'}}{-\overline{OA'} + \overline{OF'}} \quad . AN : \overline{OA} = \frac{-10 \times (-200)}{-10 - 200} = -9{,}52 \Rightarrow \overline{OA} = -9{,}52cm$$

Exercice2 :

Votre sœur porte des verres correcteurs de vergence -2 dioptries:

1. De quelle anomalie souffre-t-elle ?
2. Quelle est sa distance maximale de vision distincte sans lunettes ?

Solution:

a. Elle souffre de la myopie car les verres correcteurs ont une vergence négative.

b. Distance maximale de vision distincte sans lunettes.

Pour un œil myope $\overline{OF'} = -Dm = \frac{1}{C} = -\frac{1}{2} \Rightarrow Dm = 0{,}5m$.

Exercice3 :

Pour un œil normal, l'image d'un objet situé à l'infini se forme sur la rétine.

1. Si la vergence de l'œil était constante, où se formerait alors l'image d'un objet rapproché ?
2. Comment appelle-t-on la capacité d'adaptation qui permet la formation de l'image d'un objet rapproché sur la rétine ?
3. Comment varie alors la vergence de l'œil ? Justifier votre réponse.

Solution:

1. L'image se formerait en arrière de la rétine.
2. Cette capacité d'adaptation est appelée accommodation.
3. La vergence de l'œil augmente car pendant l'accommodation les rayons de courbure diminuent et comme C et R sont inversement proportionnels alors C augmente.

Exercice4 :

Un œil dont le PP est situé à 40 cm a une distance cristallin-rétine constante et égale à 15 mm.

1. Que signifie PP ?
2. Quelle est à cette position la distance focale du cristallin ? Déduire sa vergence maximale.
3. Sachant que l'accommodation augmente la vergence de l'œil de 5 dioptries, quelle est la vergence de l'œil au repos ?

Solution:

1. Le PP signifie la distance minimale de vision distincte pour cet œil.
2. Distance focale du cristallin.

$$-\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow \overline{OF'}=\frac{\overline{OA}\times\overline{OA'}}{\overline{OA}-\overline{OA'}} \ . \ AN: \overline{OF'}=\frac{-40\times 0{,}15}{-40-0{,}15}=0{,}15 \Rightarrow \overline{OF'}=15cm \ .$$

* Vergence maximale.

$$C=\frac{1}{\overline{OF'}} \quad AN: C=\frac{1}{0{,}15}=6{,}66 \Rightarrow C=6{,}666\ \delta$$

3. Vergence de l'œil au repos.

$C' = C-5 \Rightarrow C'= 1{,}668\delta$.

Exercice5 :

Un homme dont la vision est normale de 25 cm à l'infini porte par fantaisie des verres à lentilles de vergence C=- 2dioptries.

1. Où se trouve l'image à travers ces verres d'un objet situé à l'infini ?
2. Pour quelle position de l'objet a-t-on une image située au PP ?
3. Cette homme voit-il toujours distinctement avec ces lunettes ?

Solution:

1. Position de l'image.

Lorsque l'objet est à l'infini, l'image se forme au foyer focal image des verres à lentille.

$$\overline{OA'}=\overline{OF'}=\frac{1}{C} \quad AN: \overline{OA'}=-0{,}5m=-50cm \ .$$

L'image se trouve à 50cm en avant de la lentille.

2. Position de l'objet.

$$-\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{\overline{OF'}}=C \Rightarrow \overline{OA}=\frac{\overline{OA'}}{1-\overline{OA'}\times C} \quad AN: \overline{OA}=\frac{-0{,}25}{1+0{,}25\times(-2)}=-0{,}50 \Rightarrow \overline{OA}=-0{,}50m$$

3. Non, il ne voit pas toujours distinctement avec ces lunettes car d'après la question 5.2 tout objet situé à moins de 50cm en avant de ces verres aura une image située hors du domaine de vision distincte] ∞ ; 25cm].

Exercice6 :

Un œil est approximativement équivalent à une lentille dont le centre optique est à une distance δ =1,52cm du fond de l'œil et dont la distance focale serait f_1=1,50cm quand il n'accommode pas, f_2=1,415cm quand il accommode au maximum.

1. Quelles sont ses limites de vision distincte ? Déduire l'anomalie de cet œil.
2. Quel verre de lunettes faut-il placer devant lui pour qu'il voie à l'infini sans accommoder ? (Préciser la distance focale)
3. Quelle est la distance minimum de vision distincte de l'œil quand il est armé du verre précédent ?

Solution:

1. Limites de vision distincte.

Désignons respectivement par Dm et dm la distance maximum et la distance minimum de vision distincte.

$Dm = -\overline{OA}$ on a :

$$-\frac{1}{-Dm}+\frac{1}{\delta}=\frac{1}{f_1}\Rightarrow D_m=\frac{f_1\times\delta}{\delta-f_1}=\frac{1,50\times1,52}{1,52-1,50}=114\Rightarrow D_m=114cm$$

de même $d_m=\frac{f_2\times\delta}{\delta \quad f_2}=\frac{1,45\times1,52}{1,52 \quad 1,415}=20,5\Rightarrow d_m=20,5cm$

Il s'agit d'un œil myope.

2. Il faut placer devant cet œil un verre de lunettes divergent de distance focale $\overline{OF'}=-D_m$
3. Distance minimum de vision distincte.

Soit d'm la nouvelle distance minimum de vision distincte.

Il s'agit de déterminer la position de l'objet dont l'image à travers le verre se forme au PP de l'œil.(PP = -OA' = -20,5cm).

$-\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{\overline{OF'}}\Rightarrow\overline{OA}=\frac{\overline{OF'}\,\overline{OA'}}{\overline{OF'}-\overline{OA}}$ $AN:\overline{OA}=\frac{-114\times(-20,5)}{-114+20,5}=-25$,d'où d_m=-$\overline{OA}$ = 25cm .

Exercice7 :

Une lentille convergente donne, d'un objet réel placé à 15 cm de son centre optique, une image réelle 2 fois plus petite.

1. Déterminer les caractéristiques de l'image.
2. Calculer sa distance focale et sa convergence en dipotries.
3. Cette lentille est placée à 5 cm en avant de l'œil(œil supposé réduit à un point). En déplaçant un objet lumineux devant la lentille, l'observateur constate que la vision est nette lorsque l'objet est à une distance de la lentille comprise entre 25 et 45 millimètres. Calculer à quelles distances de l'œil se trouvent le punctum proximum et le punctum remotum.
4. Quelle est la nature de l'anomalie présentée par cet œil et quelle est la convergence de la lentille qui, placée devant l'œil, lui permettrait de voir nettement à l'infini sans accommoder ?

Solution:

1. Caractéristique de l'image.

L'image est déjà réelle d'où $\overline{OA'} > O \Rightarrow \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} < 0 \Rightarrow \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \overline{OA'} = -\frac{\overline{OA}}{2} - \frac{15}{2} = 7,5cm$

$\gamma < 0 \Rightarrow$ l'image renversée par rapport à l'objet.

$|\gamma| = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow A'B' = |\gamma|.\ AB = \frac{1}{2} x2 = 1cm$.

2. Distance focale de la lentille.

$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF}} \Rightarrow \overline{OF'} = \frac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$ AN : $\overline{OF'} = \frac{-15 \times 7,5}{-15 - 7,5} = 5cm$.

- Vergence de la lentille.

$C = \frac{1}{\overline{OF'}}$ $AN : C = 20\delta$.

3. Distance PR et PP par rapport à l'œil.

- Objet à 25cm : OA = -25cm,

- $\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OF} \times \overline{OA}}{\overline{OF} + \overline{OA}} = \frac{5 \times (-2,5)}{5 - 2,5} = -5$

Cette image est virtuelle et placée à 5cm en avant de la lentille. Par rapport à l'œil, elle est située à 10cm.

- Objet à 45mm : comme ci-dessus on a $\overline{OA'} = -45cm$ par rapport à l'œil, l'image est à la distance 50cm. Le PR est à 50cm et le PP est à 10cm.

4. Il s'agit d'un œil myope. Pour voir nettement à l'infini sans accommoder, on doit utiliser une lentille divergente qui donnera de l'objet à l'infini, une image virtuelle située à 50cm de l'œil.

Chapitre 10 : LES INSTRUMENTS OPTIQUES

I. Définitions :

Les instruments optiques : appareils qui permettent d'observer les objets de diamètre apparent très faible qui ne sont pas vus à l'œil nu. Ces instruments sont la loupe, le microscope et la lunette astronomique.

- **Latitude de mise au point** : C'est la distance des positions extrêmes entre lesquelles doit se trouver l'objet pour que l'image soit vue par observateur.

- **Puissance d'un appareil optique** :

C'est le rapport de l'angle α' sous lequel l'image est vue par la longueur réelle AB de l'objet $P = \frac{\alpha'}{AB}$. P en dioptrie, α' en radian et AB en mètre.

- **Grossissement d'un instrument optique** :

C'est le rapport de l'angle α' sous lequel l'image est vue par l'observateur par l'angle α sous lequel l'objet est vue à l'œil nu de l'observateur placé à la distance minimale de vision distincte. $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

II. DESCRIPTION DES INSTRUMENTS OPTIQUES :

1. La loupe.

Elle est une lentille convergente de distance focale faible si l'image est à l'infini ou l'œil est au foyer principal image on a :

$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{1}{\overline{OF'}} = C \quad G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ =P.d

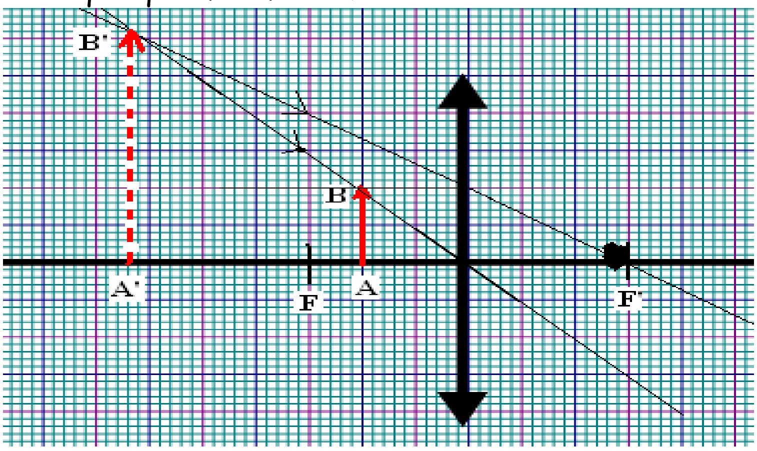
d = distance minimale de vision distincte à l'œil nu

<u>**Note**</u> : Pour cataloguer les loupes du point de vue commercial on prend une distance d conventionnel de $25cm = \frac{1}{4}m$ $G_i = \frac{P_i}{4}$ = grossissement commercial.

Mise au point d'un appareil optique.

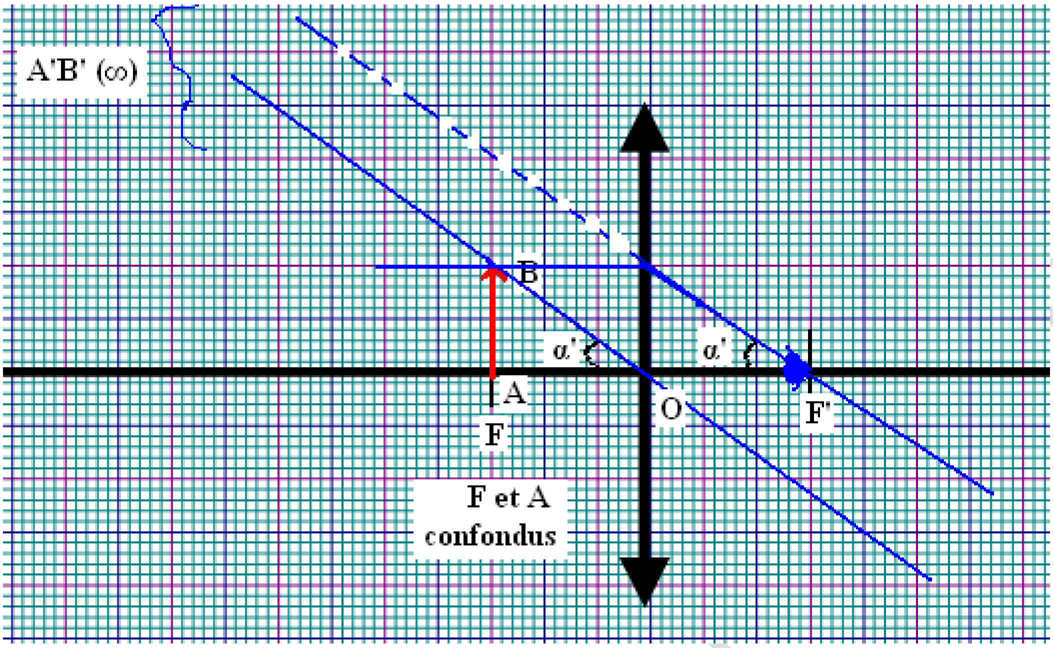
Opération qui consiste à amener l'image de l'objet observé entre le PP et le PR de l'observateur.

Elle se fait par modification de la distance de l'objet à la loupe. La latitude de mise au point est de l'ordre de quelque millimètre.



- ***Cas particuliers importants.***

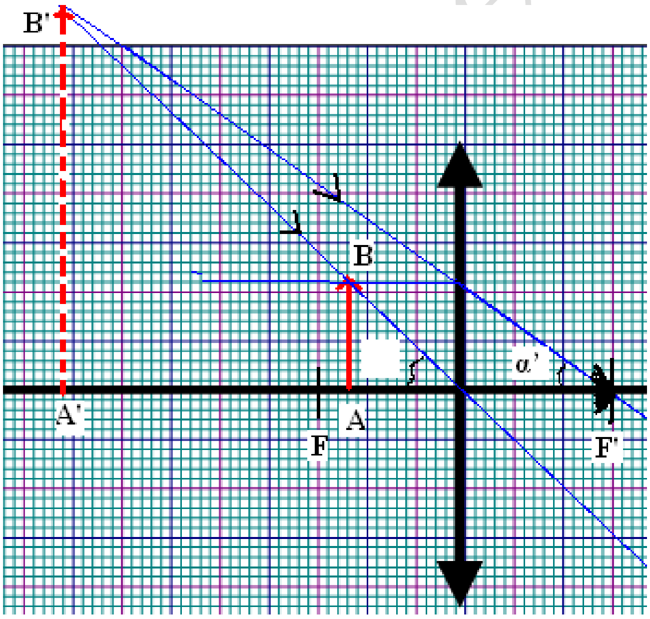
a. L'image est à l'infini (œil normal n'accommodant pas)



P = α'/AB, or tanα' = AB/OA = AB/OF'≈ α', α'/AB≈1/OF'. **P = 1/OF'**.

Lorsque l'image est à l'infini, la puissance P = 1/OF' est dite intrinsèque, elle est égale à la vergence de la loupe.

b. Œil au foyer principal image.



Tanα' = OI/OF' = AB/OF'≈ α'.
A'/AB = 1/OF' d'ou P = 1/OF'. On retrouve l'expression de la puissance intrinsèque P=1/OF'. La puissance intrinsèque correspond à la vergence de la loupe.

2. Microscope :

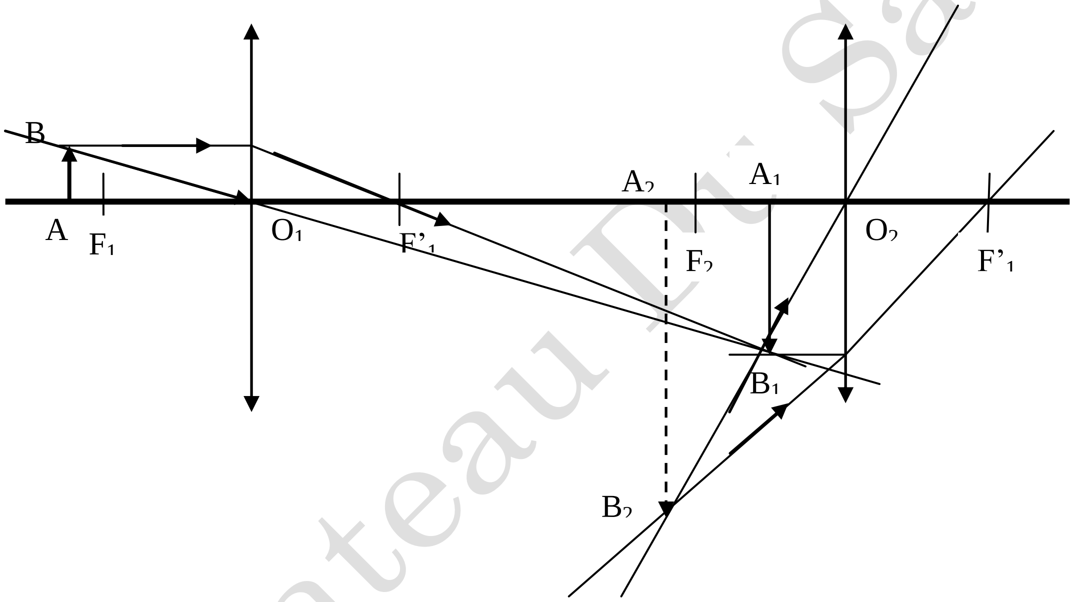
Un microscope est constituée de deux lentilles convergentes l'une appelée objectif de distance focale petite, l'autre appelée oculaire de grande distance focale. Un microscope est composé de deux systèmes optiques convergents assimilables à des lentilles convergentes.

a) L'objectif.

C'est une lentille convergente de distance focale faible (ordre du millimètre). Il donne d'un objet, une image réelle et renversée et agrandie.

b) L'oculaire.

C'est une lentille convergente de distance focale de l'ordre du centimètre. Il donne d'un objet réel une image virtuelle plus grande et droite. (Pour cela l'objet doit être placé entre le foyer principal objet et le centre optique de la lentille).
Les centres optiques des deux lentilles sont distants d'environ 15 à 20cm.



c. la mise au point du microscope.

Elle se fait en déplaçant l'ensemble objectif oculaire par rapport à l'objet. La latitude de mise au point très faible.

d. la puissance du microscope

$P = \frac{\alpha'}{AB} = P_2.\gamma_1$ où P_2 = puissance de l'oculaire.

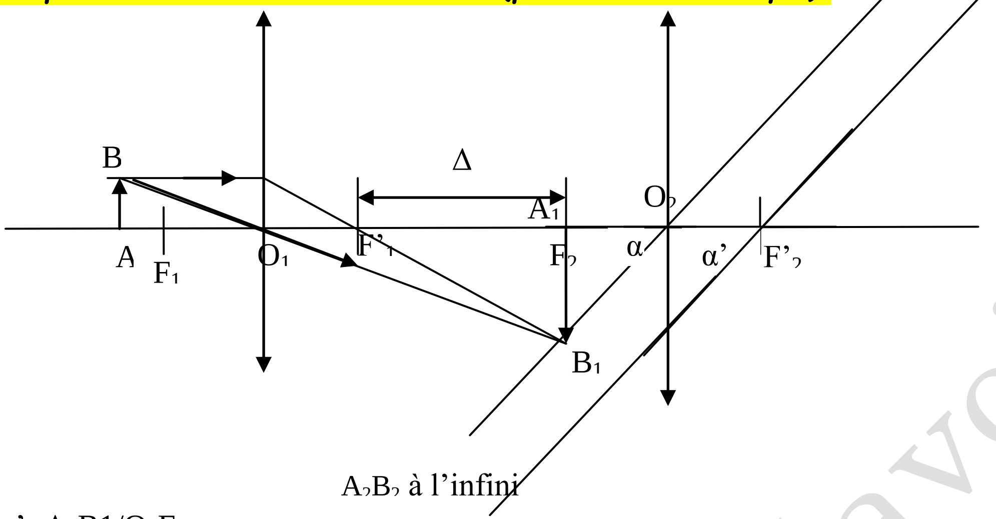
γ_1= grandissement algébrique de l'objectif.

Cas particulier de vision à l'infini :

Dans ce cas $P_2 = P_i = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$ et $\gamma_1 = \frac{\overline{F_1'F_2}}{\overline{O_1F_1'}}$ or $F'_1F_2= \Delta$ $\Rightarrow$ $P = \frac{\Delta}{\overline{O_2F_2'}\times\overline{O_1F_1'}}$ et

$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{P_i}{4}$

- ***Cas particulier de la vision à l'infini (puissance intrinsèque).***



$\alpha' = A_1B_1/O_2F_2$

L'image A_1B_1 donnée par l'objectif doit se former sur le plan focal objet de l'oculaire, alors la puissance de l'oculaire devient sa puissance intrinsèque.

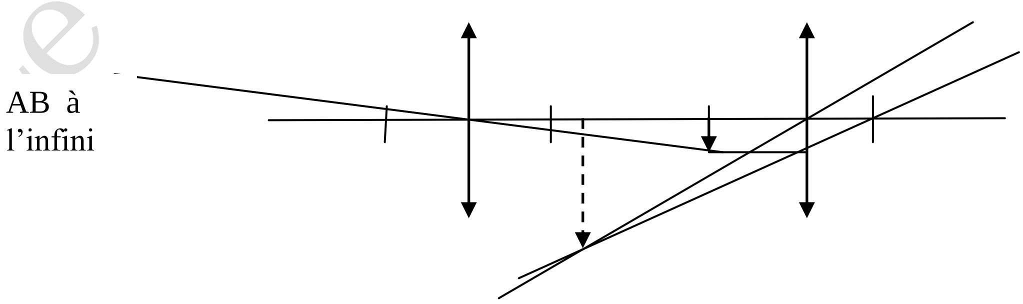
3. La lunette astronomique.

Elle est constituée de deux lentilles convergentes dont celle de grande distance focale est appelée objectif et l'autre de petite distance focale est l'oculaire.

Elle permet de voir les objets éloignés contrairement à la loupe et le microscope qui permettent de voir les objets rapprochés. Il permet également de reperer une direction et de mesurer un angle.

$P = \dfrac{\alpha'}{A_1B_1}$ = puissance de l'objectif ; A_1B_1 =image donnée par l'objectif

$G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = P_2.\overline{O_1F_1'} = \dfrac{f_1 \leftarrow \text{objectif}}{f_2 \leftarrow \text{occulaire}}$ dans le cas d'une lunette afocale. (C'est-à-dire l'image d'un objet à l'infini se forme à l'infini).



Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

Le diamètre apparent d'un objet observé à l'œil nu et placé à 25 cm de l'œil est $\alpha = 3\text{x}10^{-3}$ rad. Le diamètre apparent du même objet observe à travers un microscope est $\alpha' = 0{,}9$ rad. Calculer

2. Le grossissement du microscope.
3. La puissance du microscope.

Solution:

1. Grossissent du microscope.

$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ AN $G = \frac{0{,}9}{3\text{x}10^{-3}} = 3.10^{-2} \Rightarrow$ $G = 3.10^{2}$

2. Puissance du microscope.

$P = \frac{\alpha'}{AB}$ AN : $P = \frac{0{,}9}{0{,}25} = 3{,}6 \Rightarrow P = 3{,}6\delta$.

Exercice2 :

La puissance d'un microscope est P = 1500. Un objet AB est vu à travers le microscope sous un diamètre apparent $\alpha' = 0{,}25$ radian. Calculer :

1. Le grossissement commercial du microscope.
2. Le diamètre apparent de l'objet observe à l'œil nu à 25 cm.

Solution:

1. Grossissement commercial du microscope.

$G_C = \frac{P}{4}$ AN : $G_C = 375$.

2. Diamètre apparent de l'objet observé à l'œil nu.

$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha'}{G}$ AN : $\alpha = 0{,}6.10^{-4}$ rad.

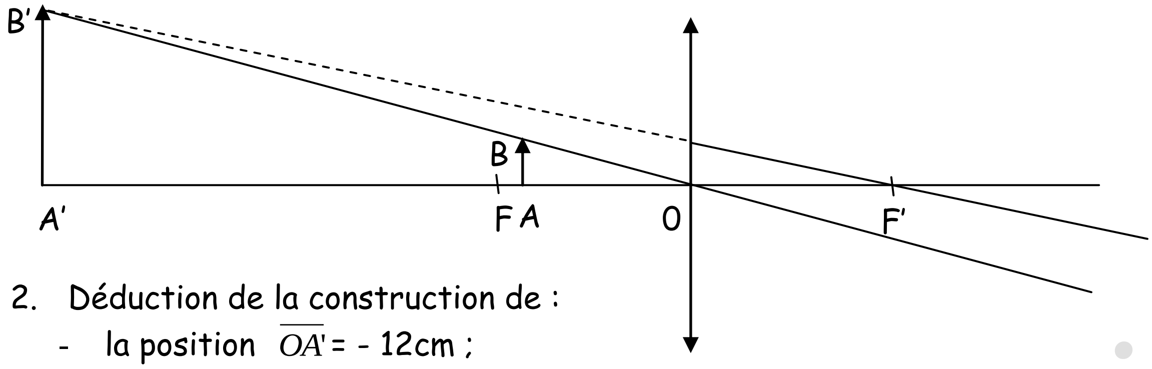
Exercice3 :

Une loupe est une lentille mince convergente de distance focale 4 cm. Elle est placée à 3 cm d'un objet AB de 8 mm de hauteur.

1. Faire à l'échelle 1:1 la construction de l'image de cet objet à travers la loupe.
2. Donner la position, la nature et la grandeur de l'image.
3. Retrouver ces résultats par le calcul.
4. Pour donner la puissance de la loupe.

Solution:

1. Construction de l'image de cet objet à l'échelle 1:1.



2. Déduction de la construction de :
   - la position $\overline{OA'}$ = - 12cm ;
   - la nature : image virtuelle ;
   - la grandeur : A'B'= 3cm.
3. Retrouvons ces résultats par calcul.

*Position : $-\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow \overline{OA'}=\frac{\overline{OA}\times\overline{OF'}}{\overline{OA}+\overline{OF'}}$ AN: $\overline{OA'}=\frac{-3\times4}{-3+4} \Rightarrow \overline{OA'}=-12cm$

* Nature : $\overline{OA'}<0 \Rightarrow$ image virtuelle.

* Grandeur : $\frac{A'B'}{AB}=\left|\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right| \Rightarrow A'B'=AB\left|\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right| = 8\times\frac{12}{3}=32 \Rightarrow A'B'=32mm$.

* Sens : $\gamma=\left|\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right|=\frac{-12}{-3}=4>0 \Rightarrow$ image droite par rapport à l'objet.

4. Puissance intrinsèque de la loupe.

$P_i=C=\frac{1}{\overline{OF'}}$ AN : $P_i=0,25\delta$.

Exercice4 :

Une lunette astronomique est constituée d'un objectif de distance focale 200 cm et d'un oculaire de distance focale 4 cm. Lorsque la lunette est afocale calculer :
1. La distance entre les centres optiques de l'oculaire et de l'objectif.
2. Le grossissement de la lunette.

Solution:

1. Distance entre les centres optiques de l'oculaire et l'objectif : O_1O_2.

Pour une lunette afocale on a $F_1'=F_2$ d'où la distance entre les deux centres optiques est égale à la somme des distances focales de l'objectif et l'oculaire.

$O_1O_2=O_1F_1'+O_2F'_2$ AN: $O_1O_2=200+4=204 \Rightarrow O_1O_2=204cm$.

2. Grossissement de la lentille.

$G=\frac{O_1F_1'}{O_2F_2'}$ AN : $G=\frac{200}{4}=50 \Rightarrow G=50$.

Exercice5 :

Un microscope d'intervalle optique Δ = 15 cm est constitué d'un objectif de distance focale 2 mm et d'un oculaire de distance focale 3 cm.

Un globule rouge, invisible à l'œil nu, a un diamètre apparent égal à $2,1\times10^{-5}$rad.

Calculer :

1. La puissance intrinsèque puis le grossissement commercial du microscope ?
2. Le diamètre apparent du globule rouge observe à travers le microscope.

Solution:

1. * Puissance intrinsèque.

$P_i = \frac{\Delta}{\overline{O_1F_1^{'}} \times \overline{O_2F_2^{'}}}$ AN: $P = \frac{15}{0{,}2 \times 3} = 25 \Rightarrow \quad P = 25\delta$

* Grossissement commercial.

$G_C = \frac{P_i}{4}$ AN: G_C=6,25.

2. Diamètre apparent du globule rouge observé à travers le microscope :α'

$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \Rightarrow \alpha' = G.\alpha$ AN : α'=13,125.10^{-5} rad.

Exercice6 :

Une loupe est constituée d'une lentille convergente de distance focale 5 cm. On s 'en sert pour observer un objet rectiligne de longueur 3 mm et placé perpendiculaire à l'axe principal à 4 cm de centre optique de la lentille.

1. Donner les caractéristiques de l'image vue par un œil placé au foyer principal image de la loupe
2. Faire un schéma à l'échelle suivant :

1 cm pour 2 cm sur l'axe principal

3. Calculer le diamètre apparent $\propto'$ de l'image et la puissance P de la loupe. Que peut-on dire de cette puissance ?
4. Sous quel angle $\propto$ l'œil verra-t-il l'objet sans la loupe cet objet étant placé à la distance minimale de la vision distincte dm = 25 cm ?
5. En déduire le grossissement de la loupe ?
6. Les détails étant d'autant mieux vus que le diamètre d'un objet est plus grand, dire si l'instrument a amélioré la vision des détails.
7. Que devient le grossissement si l'objet est au foyer principal de la loupe ? Comment appelle-t-on alors ce grossissement ?

Solution:

1. Caractéristique de l'image.

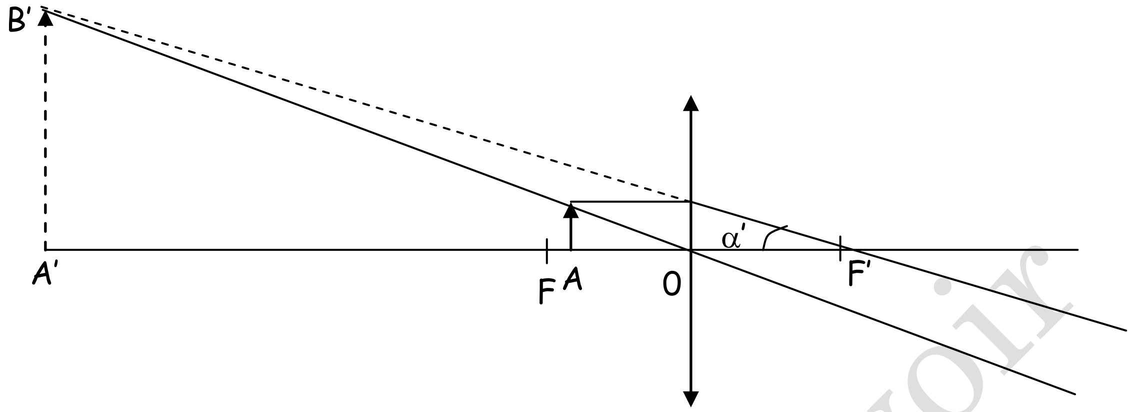
* Position : $-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} x \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$ AN: $\overline{OA'} = \frac{-4x5}{-4+5} \Rightarrow \overline{OA'}$ =-20cm.

* Nature : $\overline{OA'}$<O $\Rightarrow$ image virtuelle.

* Grandeur : $\frac{A'B'}{AB} = \left|\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right| \Rightarrow$ A'B'=AB$\left|\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right| = \frac{-20}{-4}$ x0,3=1,5 $\Rightarrow$ A'B'=1,5cm.

Sens : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{-20}{-4} = 5 > 0 \Rightarrow$ image droite par rapport à l'objet AB.

2.



3. Calcul du diamètre apparent.

$\tan\alpha' = \alpha' = \frac{A'B'}{A'F'} = \frac{A'B'}{A'O + OF'} = \frac{1{,}5}{20+5} = 0{,}06 \Rightarrow \alpha' = 6.10^{-2}$rad.

* Puissance P de la loupe.

$P = \frac{\alpha'}{AB}$ AN : $P = \frac{0.06}{0.003} = 20 \Rightarrow$ P= 20δ.

On peut dire que cette puissance est intrinsèque car $P = C = \frac{1}{\overline{OF'}}$.

4. Angle α sous lequel l'objet sera vu sans la loupe.

$\alpha = \frac{AB}{d_m}$ AN : $\alpha = \frac{0{,}3}{25} = 0{,}012 \Rightarrow \alpha = 12\text{x}10^{-3}$ rad.

5. Grossissement de la loupe.

$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ AN : $G = \frac{0{,}06}{0{,}012} = 5 \Rightarrow$ G=5

6. On a $\alpha' > \alpha$ ceci prouve que la loupe améliore la vision des détails.
7. Nouvelle valeur du grossissement.

Si l'objet est au foyer principal l'objet de la loupe on a :

G=Pdm or $P = \frac{1}{\overline{OF'}}$ d'où $G = \frac{d_m}{\overline{OF'}}$ AN : G= $\frac{25}{5} = 5 \Rightarrow$ G=5.

G est le grossissement commercial car $G = \frac{P_i}{4}$.

Exercice7 :

Une lunette est formée de deux lentilles de distances focales 50 cm et 5 cm.

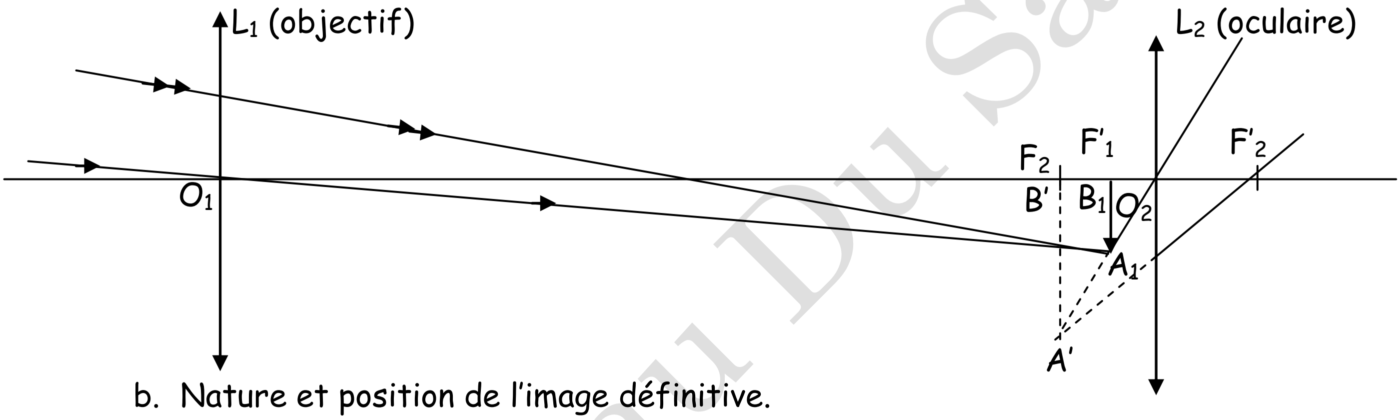
1. Laquelle des deux lentilles est l'objectif ?
2. La distance entre les centres optiques des lentilles est 53 cm.
   a. Faire le schéma pour un objet à l'infini.
   b. Donner la nature et la position de l'image définitive que la lunette donne de l'objet.
   c. La lunette est maintenant mise au point à l'infini.

3. Quelle est la distance des centres optiques des lentilles ?
Que dit-on d'une telle lunette ?
   a. Déterminer la position et la grandeur du cercle oculaire sachant que le diamètre d'ouverture de l'objectif est de 5 cm.
   b. Calculer le grossissement de la lunette.

Solution:

1. Dans une lunette comme dans un microscope la distance focale de l'objectif est **toujours** plus grande que celle de l'oculaire. D'où 50cm est la distance focale de l'objectif.
2.
   a. Schéma pour un object à l'infini.

Echelle : 1cm ⟶ 5cm réel.



   b. Nature et position de l'image définitive.

L'objectif donne de l'objet AB à l'infini une image intermédiaire A_1B_1 situé dans son plan focal image. C'est-à-dire : $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1F_1'}$ =50cm.
L'oculaire L_2 donne de A_1B_1 une image définitive A'B'.
*D'après la construction, l'image définitive A'B' est virtuelle.

Position : par rapport à l'oculaire : $-\frac{1}{\overline{O_2A}}+\frac{1}{\overline{O_2A'}}=\frac{1}{\overline{O_2F_1}} \Rightarrow \overline{O_2A'}=\frac{\overline{O_2A}\times\overline{O_2F_2'}}{\overline{O_2A}+\overline{O_2F_2'}}$

Or $\overline{O_1A_1'} = \overline{O_1F_1'}$ et $\overline{O_1A_1'} = \overline{O_1O_2}+\overline{O_2A_1'} \Rightarrow \overline{O_2A_1'} = \overline{O_1A_1'}-\overline{O_1O_2}$

$\Rightarrow \overline{O_2A_2'} = \overline{O_1F_1'}-\overline{O_1O_2}$ =50-53=-3cm.

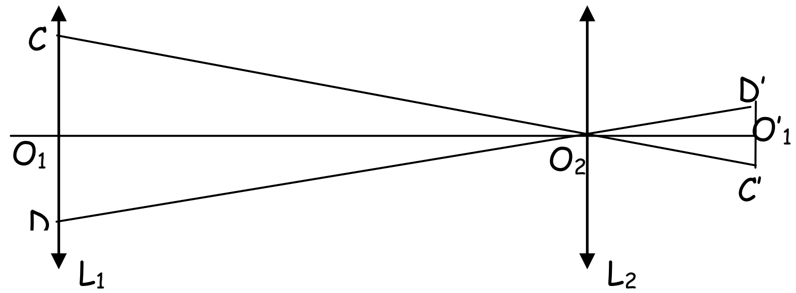
AN : $\overline{O_2A'}=\frac{-3\text{x}5}{-3+5}$ = -7,5. L'image définitive est située donc à 7,5cm en avant de l'oculaire (car $\overline{O_2A'}$<O. d'où l'image virtuelle).

3.
   a. Distance des centres optiques des lentilles.

La lunette mise au point à l'infini signifie que l'image définitive est formée à l'infini. Dans cette optique l'image intermédiaire A_1B_1 est formée dans le plan focal objet de l'oculaire. Comme A_1B_1 est dans le plan focal image de l'objectif on conclut alors que F'_1 et F_2 sont confondus d'où $O_1O_2 = O_1F'_1 + O_2F'_2$ (somme des distances focales) AN : O_1O_2 = 55cm. Une telle lunette est dite **afocale.**

   b. Position et grandeur du cercle oculaire.

- Position : illustrons par un schéma.



CD = 5cm = diamètre d'ouverture de l'objectif.
C'D'= ? = diamètre du cercle oculaire image de CD par rapport à l'oculaire : on peut écrire donc que :

$$-\frac{1}{\overline{O_2O_1}}+\frac{1}{\overline{O_2O_1'}}=\frac{1}{\overline{O_2F_2'}} \Rightarrow \overline{O_2O_1'}=\frac{\overline{O_2O_1}\times\overline{O_2F_2'}}{\overline{O_2O_1}+\overline{O_2F_2'}}$$

AN : $\overline{O_2O_1'}=\frac{-55\text{x}5}{-55+5}$ = +5,5 $\Rightarrow$ $\overline{O_2O_1'}$ =5,5cm.

* Grandeur : d'après Thalès (CD)// (C'D') on a :

$$\frac{CD}{C'D'}=\frac{O_2O_1}{O_2O_1'} \Rightarrow C'D'=\frac{CD\times O_2O_1'}{O_2O_1}$$ AN : $C'D'=\frac{5\times 5,5}{55} \Rightarrow C'D'=0,5cm$.

c. Grossissement de la lunette.

$G=\frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_2F_2'}}$ AN : $G=\frac{50}{5}=10 \Rightarrow G=10$.

Chapitre 11 : PRODUCTION DU COURANT ELETRIQUE CONTINU

Le courant continu est produit soit par les piles soit par les accumulateurs.

1. LES PILES.

a. Construction d'une pile.

On fabrique une pile en plongeant dans une substance chimique conductrice du courant qu'on appelle électrolyte, deux métaux (électrodes) de nature différentes.

Lors du fonctionnement de la pile, il y a transformation de l'énergie chimique produite lors des réactions chimiques aux électrodes en énergie électrique. On dit alors que la pile est un générateur électrochimique.

b. Les différents types de piles.

- **La pile volta: pile polarisable.**

* schéma de la pile.

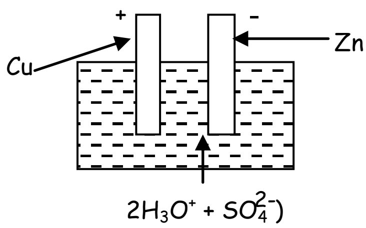


Schéma symbolique ou chaîne conductrice.

$\overset{+}{Cu} \,|\, 2H_3O^+ + SO_4^{2-}) \,|\, \overset{-}{Zn}$

* Fonctionnement: pendant le fonctionnent de la pile, on assiste aux réactions suivantes :

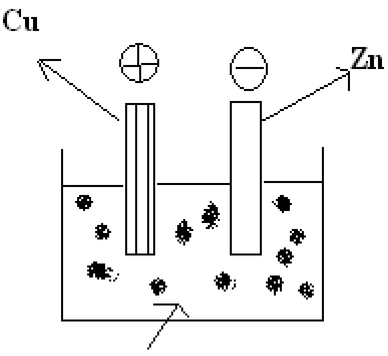


schéma de la pile volta

La pile est constituée de deux électrodes : une en zinc, l'autre en cuivre, plongeant toutes dans une solution d'acide sulfurique.
Les équations des réactions aux électrodes sont :

Anode(-): $Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e$

cathode(+): $2H_3O^+ + 2e \longrightarrow H_2 + 2H_2O$

bilan: $Zn + 2H_3O^+ \longrightarrow Zn^{2+} + 2H_2O + H_2$

Une partie du dihydrogène dégagé est retenue par l'ulechonde ou la chaîne conductrice initiale devient Cu (H_2)| $2H_3O^+$+C_U | Zn le dégagement du dihydrogène renforce la différence entre les électrodes, on dit alors qu'elle s'est polarisée.

Note : on peut dépolariser cette pile soit :

- en secouant ou en frottant de manière à détacher ces bulles de dihydrogène ;
- en remplaçant cette lame de cuivre par une nouvelle lame.

- **Pile LECLANCHE : pile à dépolarisant.**

Schéma de la pile.

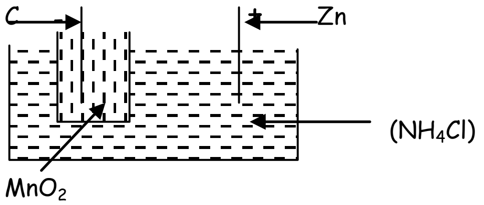
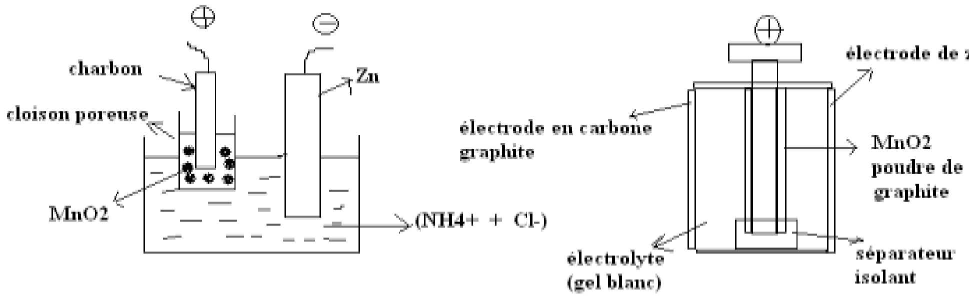


Schéma symbolique.

$\overset{+}{Zn} \mid NH_4Cl \;\vdots\; MnO_2 \mid \overset{-}{C}$



pile léclanché

Fonctionnement.

borne + : oxydation du Zinc $Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

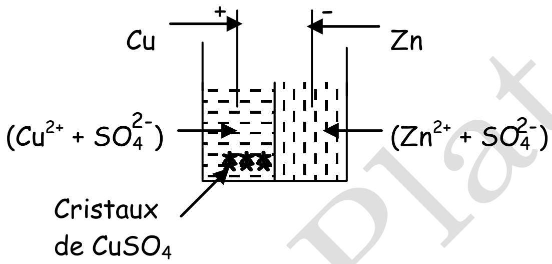
borne - : réduction de NH_4^+ $2NH_4^+ + 2e^- \longrightarrow H_2 + 2NH_3$

Bilan : $Zn + 2NH_4^+ \longrightarrow Zn^{2+} + H_2 + 2NH_3$.

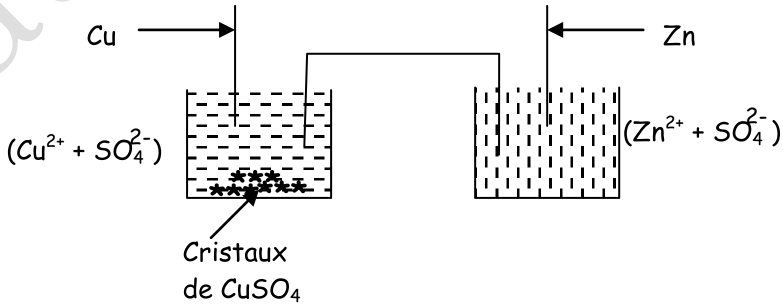
Le dioxyde de manganèse est le dépolarisant car il oxyde le dihydrogène au fur et à mesure qu'il apparaît sur l'électrode en charbon ($2MnO_2 + H_2 \longrightarrow Mn_2O_3 + H_2O$) c'est la raison pour laquelle la pile est appelée pile à dépolarisant.

- ***La pile DANIELL : pile impolarisable.***

Schéma de pile .

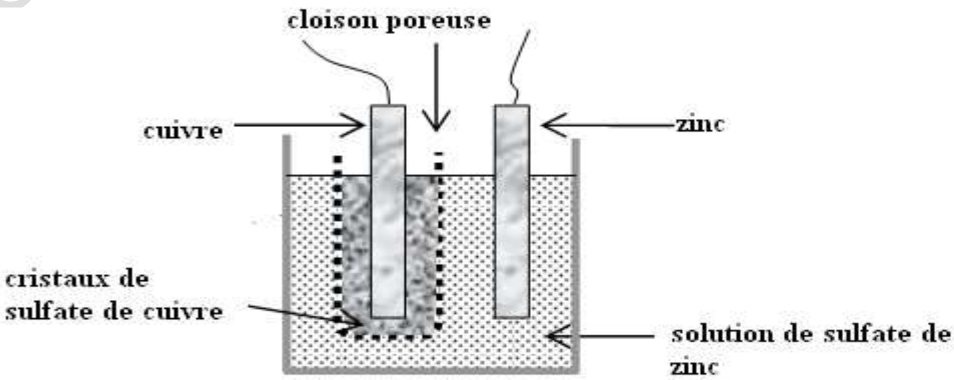


ou



- schéma symbolique ou chaine conductrice.

$\overset{+}{Cu} \mid Cu^{2+} + SO_4^{2-} \;\vdots\; Zn^{2+} + SO_4^{2-} \mid \overset{-}{Zn}$



Fonctionnement.

Les réactions aux électrodes sont :

Anode(-): $Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e$

cathode(+): $Cu^{2+} + 2e \longrightarrow Cu$

bilan: $Zn + Cu^{2+} \longrightarrow Zn^{2+} + Cu$

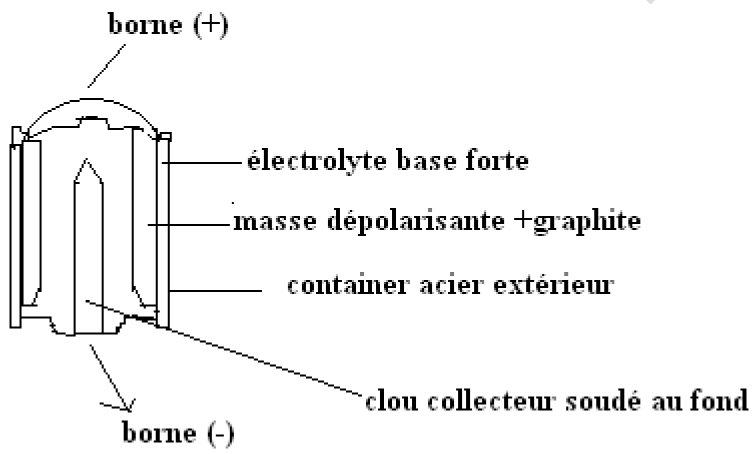
La f.é.m. est E ≈1,08V.

La solution s'appauvrie en Cu^{2+}. Pour maintenir la saturation de la solution en solution en Cu^{2+}, on dépose au fond du vase poreux des cristaux de sulfate de cuivre.

On l'appelle pile impolarisable parce que la nature des d'électrodes n'est pas modifiée pendant le fonctionnement. La seule modification est l'appauvrissement de la solution en ion Cu^{2+} raison pour laquelle on place au fond du compartiment contenant l'électrode de cuivre, des cristaux de cuivre.

- ***la pile alcaline.***

Description.



coupe d'une pile alcaline
Mallory

Fonctionnement.

Cette pile fonctionne de la même façon que la pile Leclanché. Son électrode négative étant constituée de zinc et celle positive, de MnO_2. Sa f.é.m. est de 1,5V.

Les piles alcalines ont un pouvoir énergétique plus élevé et une grande capacité.

2. LES ACCUMULATEURS.

a. **Définition :**

Un accumulateur est un dispositif capable de stoker de l'énergie électrique sous forme chimique et de la restituer, que l'appareil soit connecté ou non au secteur.

Une batterie d'accumulateur est un générateur électrochimique déchargeable.

Lorsqu'il joue le rôle de récepteur, il reçoit de l'énergie électrique qu'il transforme et accumule sous forme d'énergie chimique : on parle alors de charge ou polarisation de l'accumulateur. Quand il est générateur il restitue l'énergie électrique par la transformation inverse : c'est la décharge ou dépolarisation de l'accumulateur.

b. fonctionnement.

Un accumulateur fonctionne en charge ou en décharge. Pour charger un accumulateur, on le branche aux bornes d'un dipôle actif.
Pendant la charge ou polarisation, l'accumulateur fonctionne en récepteur. Il transforme l'énergie électrique reçue en énergie chimique.
Pendant la décharge, ou dépolarisation, l'accumulateur fonctionne en générateur, il transforme l'énergie chimique en énergie électrique.

c. Caractéristiques d'un accumulateur.

On a :

- **la capacité** qui est la quantité d'électricité (en ampère-heure) que l'accumulateur peut fournir au cours de sa décharge.
- **la force électromotrice** : Elle est indiquée en volt sur l'accumulateur.
- Le rendement en quantité : Noté η_Q, il est le rapport de la quantité d'électricité Q_D fournie au cours de la décharge par la quantité d'électricité Q_e qui traverse l'accumulateur au cours de la charge. **($I_C < I_D$).**

$$\eta_Q = \frac{Q_D}{Q_C} = \frac{I_D t_D}{I_C t_C}.$$

- **Le rendement en énergie** : noté η_W il est le rapport de l'énergie électrique W_D fournie au cours de la décharge à l'énergie électrique W_C consommée pendant la charge. $r_W = \frac{W_D}{W_C} = \frac{EQ_D}{E'Q_C}$.

NOTE : Le courant de charge est toujours inférieur au courant de décharge

On appelle **cyclabilité**, le nombre de cycle « charges-décharges » qu'un accumulateur peut effectuer.

c. Accumulateur au plomb.

Description : Ils sont constitués de plaques de plomb contenant dans les alvéoles :

- du minium(Pb_3O_4) pour les plaques positives ou anode :
- de la litharge (PbO) pour les plaques négatives ou cathode.

Ces plaques sont contenues dans un électrolyte comprenant 20 à 30% d'acide sulfurique.

La chaîne conductrice s'écrit : $\oplus\ Pb + Pb_3O_4 \,\Big|\, 2H_3O^+ + SO_4^{2-} \,\Big|\, Pb + PbO\ \ominus$

- ***Fonctionnement.***

Pendant sa charge on a :

A l'anode (+) : oxydation de l'eau

$$6H_2O \longrightarrow O_2 + 4H_3O^+ + 4e^-$$ le dioxygène qui oxyde à son tour le minium en peroxyde(dioxyde de plomb(PbO_2)) .

$$Pb_3O_4 + O_2 \longrightarrow 3\,PbO_2.$$

A la cathode (-) : réduction des ions H_3O^+.

$$2H_3O^+ + 2e^- \longrightarrow H_2 + 2H_2O$$ le dihydrogène dégagé réduit la litharge en plomb : $PbO + H_2 \longrightarrow Pb + H_2O$.

La chaîne conductrice initiale dévient : $\overset{\oplus}{Pb} + PbO_2 \left| 2H_3O^+ + SO_4^{2-} \right| Pb + \overset{\ominus}{Pb}$.

La dissymétrie devient alors très évidente ; l'électrolyte devient trop concentré et la f.c.e.m de l'accumulateur varie de 1,8 à 2,4V environ. Dès lors on annule la charge et l'accumulateur se comporte ainsi comme un générateur. On dit que l'accumulateur est chargé ou polarisé.

- Pendant la décharge d'un accumulateur, les phénomènes observés lors de la charge sont inversés c'est à dire :

Anode : le dioxygène dégagé oxyde de plomb en PbO.

$$Pb + O_2 \longrightarrow 2PbO$$

Cathode : le dihydrogène dégagé réduit le PbO_2 en minium.

$$PbO_2 + H_2 \longrightarrow Pb_3O_4.$$

La chaîne conductrice redevient $Pb + Pb_3O_4 \left| 2H_3O^+ + SO_4^{2-} \right| Pb + PbO$.

La f.e.m qui était de 2,4V décroît brusquement jusqu'à 1,8v. On dit que l'accumulateur est déchargé ou dépolarisé.

Autre type d'accumulateur : **accumulateurs alcalins**.

Ils sont constitués de nickel comme borne positive recouverte de l'oxyde de nickel (NO) et de fer pour borne négative recouverte d'oxyde de fer (FeO). L'électrolyte est soit la solution de soude ($Na^+ + OH^-$) soit la solution de potasse ($K^+ + OH^-$).

Pendant leur fonctionnement, on assiste à l'oxydation du nickel et à la réduction de l'oxyde de fer pendant la charge tandis qu'à la décharge les réactions s'inversent.

Les accumulateurs alcalins sont moins lourds, plus robustes que ceux au plomb et peuvent supporter des courants plus intenses et se déchargent moins vite.

Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

On considère une pile Leclanché.

1. Quels sont les couples oxydant- réducteurs dans cette pile ?
2. Quelle est la f.e.m d'un élément de cette pile ?
3. Quelle est sa chaîne conductrice ?
4. Ecrire les équations des réactions aux bornes de cette pile. Déduire l'équation bilan. Monter que la composition de l'électrolyte varie.
5. Quel est le rôle du dioxyde de manganèse dans une telle pile ?
6. Quel est l'avantage de la pile Leclanché sur celle volta ?
7. Quel est l'avantage de la pile Daniell sur celle Leclanché.

Solution:

1. Couples oxydant –réducteurs.

Zn^{2+}/Zn et NH_4^+/NH_3

2. La f.é.m. d'un élément de cette pile est E= 1,5V.
3. Chaîne conductrice de cette pile.

$^+C \mid NH_4^+ + Cl^- \mid Zn^-$

4. ⁎ Equations des réactions aux électrodes :

Electrode en Zinc : $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

Electrode en charbon : $2NH_4^+ + 2e^- \rightarrow 2NH_3 + H_2$

⁎ Equation bilan : $Zn + 2NH_4^+ + 2e^- \rightarrow Zn^{2+} + 2NH_3 + H_2$

*Lorsque la pile débite un courant, la concentration en ion NH_4^+ et MnO_2, constituant la solution diminue d'où la composition de l'électrolyte varie.

5. Le rôle du dioxyde de manganèse dans cette pile est de dépolariser la pile en oxydant le dihydrogène retenu par l'électrode carbone :

$2MnO_2 + H_2 \rightarrow Mn_2O_3 + H_2O$.

6. *L'avantage de la pile Leclanché sur la pile Volta est basé sur le fait que la pile Leclanché ne s'épuise pas aussi rapidement que la pile Volta.
7. *L'avantage de la pile Daniell sur celle Leclanché est qu'elle est impolarisable.

Exercice2 :

Une batterie d'automobile est constituée de six éléments d'accumulateurs au plomb montés en série. On la charge pendant 18h sous une tension de 13,6V, l'intensité étant constante et égale à 4,4A. la batterie, une fois chargée, alimente un circuit électrique sous une tension de 12V, l'intensité étant égale à 8,9A. Au bout de 7h30' de fonctionnement, la batterie est déchargée.

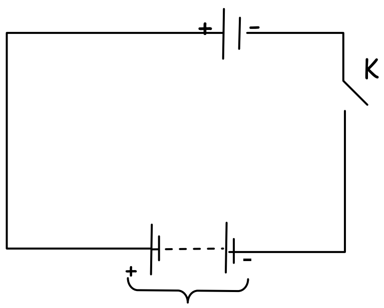
1. Définir accumulateur et donner sa chaîne conductrice.
2. Citer les caractéristiques électriques d'un accumulateur.
3. Citer trois règles de protection d'une batterie d'accumulateur.
4. Après avoir schématisé un accumulateur en position de charge puis en position de décharge

a. Calculer le rendement en énergie de l'opération charge – décharge.
b. Calculer le rendement en charge de la même opération.

Solution:

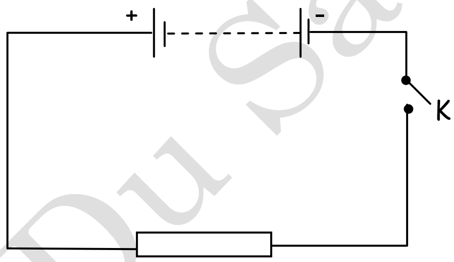
1. * Un accumulateur est un appareil électrique jouant tour à tour le rôle de générateur et de récepteur.
   *Chaîne conductrice : $^{+}Pb_3O_4 \,|\, 2H_3O^+ + SO_4^{2-} \,|\, PbO^-$
2. Caractéristiques d'un accumulateur :
- sa capacité : Q_D ; son rendement en quantité : η_Q et son rendement en énergie : η_W.
3. Règles de protection d'une batterie d'accumulateur.
- Eviter de mettre la batterie en court-circuit.
- Arrêter la décharge dès que la f.é.m. tombe au dessous de 1,8V.

4. -Schéma de charge



Batterie

Schéma de décharge



a. Rendement en énergie de l'opération.

$$\eta_W = \frac{W_D}{W_C} = \frac{U_D I_D t_D}{U_C I_C t_C} \quad \text{AN : } \eta = \frac{12 \times 8{,}9 \times 27.000}{13{,}6 \times 4{,}4 \times 64800} = 0{,}74 \Rightarrow \eta = 0{,}74.$$

b. Rendement en quantité de la même opération.

$$\eta_Q = \frac{Q_D}{Q_C} = \frac{I_D t_D}{I_C t_C} \quad \textbf{AN : } \eta = \frac{8{,}9 \times 27000}{4{,}4 \times 64800} = \mathbf{0{,}84} \Rightarrow \eta = \mathbf{0{,}84.}$$

Exercice3 :

On constitue un circuit formé de 4 piles Daniell identiques liées les unes aux autres par des fils de connexion de résistance totale 1Ω. L'une des piles est montée en opposition par rapport aux trois autres. Chaque pile a une f.e.m de 1,08v et une résistance interne de 1Ω.

1. Quelles sont les couples oxydant réducteurs qu'on trouve dans une pile ?
2. Quelle est la chaîne conductrice de cette pile ?
3. Ecrire les équations des réactions aux électrodes puis déduire l'équation bila
   - Pourquoi dit- on que la pile Daniell est une pile impolarisable ?
4. Pourquoi la pile cesse – t- elle de fonctionner après un certain temps ?
5. Calculer la variation de la masse de Zinc dans chacune des piles en 30 minutes. Préciser s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution.
6. Même question qu'au 3.5 pour la masse de cuivre.

Solution:

1. **Couples oxydant réducteurs.**

   $Cu^{2+}|Cu$ et $Zn^{2+}|Zn$

2. Chaîne conductrice ou schéma symbolique de la pile

   $\oplus Cu\,|Cu^{2+} \,\vdots\vdots\, Zn^{2+}|\,Zn \ominus$ ou $\oplus Cu|\,Cu^{2+}+SO_4^{2-} \,\vdots\vdots\, Zn^{2+}+SO^{2-}\,Zn \ominus$

3. *** Equations aux électrodes.**

Borne(-) : $Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2\,e^-$

Borne(+) : $Cu^{2+} + 2\,e^- \longrightarrow Cu$

*Equation bilan: $Zn + Cu^{2+} \longrightarrow Zn^{2+} + Cu$

4. * La pile Daniell est une pile impolarisable parce qu'au cours de son fonctionnement, la nature de ses électrodes reste inchangée ou encore la chaîne conductrice n'est pas modifiée.

   * La pile cesse de fonctionner après un certain temps parce que les ions Cu^{2+} ont complètement disparu de la solution.

5. Variation de la masse de Zinc dans chacune des piles. D'après les équations des réactions aux électrodes, il y a diminution de la masse de Zinc d'où la variation de la masse de Zinc sera négative.

$\Delta_m = -\frac{1}{F}.\frac{M}{x}It$ or $I = \frac{3E-E}{4r+R} = \frac{2E}{4r+R} = \frac{2x1,08}{4x1+1} = 0.43.$

AN : $\Delta m = -\frac{1}{96500}x\frac{65}{2}x0,43x30x60 = -0,026 \Rightarrow \Delta m = -0,026g.$

6. Variation de la masse de cuivre.

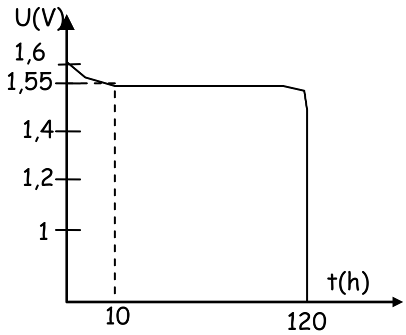
   L'équation de la réaction à l'électrode cuivre montre que celle-ci augmente d'où la variation est positive.

$\Delta_m = \frac{1}{F}.\frac{M}{x}It$ AN : $\Delta m = \frac{1}{96500}x\frac{64}{2}x0,43x180 = 0,026 \Rightarrow \Delta m = 0,026g.$

Exercice4 :

Une pile-bouton à l'oxyde d'argent débite de façon continue dans une montre un courant d'intensité constante I=200 mA.

La courbe de décharge est représentée ci contre :



Déterminer à partir du graphe :

1. La capacité de la pile.
2. Sa puissance moyenne.
3. L'énergie électrique totale fournie pendant la décharge.

Solution:

1. Capacité de la pile.

$Q = It$ AN : $Q = 0,2\times110 = 22 \Rightarrow Q = 22$ Ah

2. Puissance moyenne.

$P = UI$ AN : $P = 1,56\times0,2 = 0,312 \Rightarrow P = 0,312w$

3. Energie électrique totale fournie.
$W = P.t$ AN : $W = 0{,}312 \times 120 = 37{,}44J$.

Exercice5 :

Pendant la charge d'un accumulateur, la d.d.p moyenne aux bornes est 2,3V. Le rendement en quantité d'électricité est 80%.

1. Calculer la capacité de cet accumulateur si on le décharge sous une intensité de 5A pendant 10h.
2. Calculer la quantité d'électricité à la charge.
3. Calculer l'énergie accumulée à la charge et l'énergie restituée à la décharge lorsque la tension à la décharge est 1,95V.
4. Calculer le rendement en énergie.
5. Exprimer le rendement en énergie en fonction de la tension de charge , la tension de decharge et le rendement en quantité.

Solution:

1. Capacité de cet accumulateur.
   $Q_D = I_D t_D$ AN : $QD = 5x10 = 50 \Rightarrow Q = 50$ Ah.
2. Quantité d'électricité à la charge.

$\eta = \frac{Q_D}{Q_C} \Rightarrow Q_C = \frac{Q_D}{\eta}$ AN : $Q_C = \frac{50}{0{,}8} = 62{,}5$ $\Rightarrow Q_C = 62{,}5$ Ah.

3. Energie accumulée à la charge.
   $W_C = U_C Q_C$ AN : $W_C = 2{,}3x62{,}5x3600 = 517\,500J$.

* Energie restituée à la décharge.
$W_D = Q_D.U_D$ AN : $W_D = 50x3600x1{,}95 = 351.000J$.

4. Rendement en énergie.

$\eta = \frac{W_D}{W_C}$ AN : $\eta_W = \frac{351000}{517500} = 0{,}678 \Rightarrow \eta_W = 0{,}68$.

5. Expression du rendement en énergie en fonction de la U_C, U_D et η_Q.

$\eta_W = \frac{W_D}{W_C} = \frac{U_D Q_D}{U_C.Q_C}$ or $\frac{Q_D}{Q_C} = \eta_Q \Rightarrow \eta_W = \eta_Q \times \frac{U_D}{U_C}$.

Exercice6 :

On veut charger une batterie d'accumulateur de f.e.m E= 12v, de résistance interne négligeable, à l'aide d'une tension continue U=220V.

Pour cela , on place en série avec la batterie un résistor de résistance inconnue R et un ampèremètre de résistance négligeable. Ignorant la polarité de la batterie, on fait les deux éssais de branchement possibles. On lit respectivement sur l'ampèremètre $I_1 = 1A$ et $I_2 > I_1$.

1. Quel est le montage qui correspond à la charge de la batterie?
2. Calculer la résistance R.
3. Calculer la valeur de I_2.

4. la batterie ayant une capacité de 10Ah et son rendement en quantité étant 0,8, pendant combien de temps faudra-t-il faire durer la charge?

Solution:

1. Le montage qui convient à la charge de la batterie est celui parcouru par le courant d'intensité I_1. Car le courant de charge est **toujours** inférieur au courant de décharge.
2. Calcul de R.

$I_C = I_1 = \frac{U-E}{R} \Rightarrow R = \frac{U-E}{I_1}$ AN : R = 22-12 = 10 ⇒ R = 10Ω.

3. Calcul de I_2.

$I_D = I_2 = \frac{U+E}{R}$ AN : $I_2 = \frac{220+12}{10} = 3,4 \Rightarrow I_2 = 3,4A$.

4. Temps de charge.

$$\eta_Q = \frac{Q_D}{Q_C} = \frac{Q_D}{I_C t_C} \Rightarrow t_C = \frac{Q_D}{\eta_Q I_C} \quad \text{AN : } t_C = \frac{10}{0,8\times 1} = 100 \Rightarrow t_C = 12,5h$$

Exercice7 :

On charge un accumulateur dont les lames de plomb pèsent 10 Kg à raison de 0,5A par kilogramme de plomb. La charge durant 12 h.

1. Calculer la quantité d'électricité ayant traversé l'accumulateur pendant la charge.
2. La tension aux bornes de l'accumulateur pendant la charge étant de 2,2V, calculer l'énergie électrique fournie à l'accumulateur pendant la charge.
3. Il a fallu avant la charge introduire un demi-litre d'acide sulfurique dans l'accumulateur. Calculer l'énergie volumique de l'accumulateur.
4. En déduire l'énergie massique de l'accumulateur si la masse volumique de l'acide versé est 1050 Kg/m^{-3}.
5. On décharge l'accumulateur pendant 10 h sous 2V avec une intensité de 5A.
   a. Calculer la capacité de l'accumulateur.
   b. Calculer l'énergie restituée par l'accumulateur.
   c. Calculer les rendements de l'accumulateur.
6. Ecrire les équations des réactions qui ont lieu aux bornes de l'accumulateur
7. Calculer la masse de plomb et de dioxyde de plomb produit au cours de la charge.
8. Calculer la masse de plomb consommée à la décharge.
9. En déduire ce qui se passe pendant l'opération charge – décharge de cet accumulateur. Que se passera t- il au bout de plusieurs opérations charge–décharge.

Solution:

1. Quantité d'électricité à la charge.

$Q_C = I_C t_C$ or 0,5A ⟶ 1 kg d'où 10 kg correspondent a $I_C = 0,5\times10 = 5$ A.

AN : $Q_C = 5\times12 = 60 \Rightarrow QC = 60$ Ah.

2. Energie accumulée à la charge.

$W_C = Q_C.U_C$ AN : $W_C = 60\times2,2 = 132 \Rightarrow$ $W_C = 132$ Wh $= 475200$J.

3. Energie volumique de l'accumulateur.

$W_V = \frac{W_C}{V}$ AN: $W_C = \frac{132}{0,5} = 264 \Rightarrow$ $W_V = 264$Wh/l$=264.10^3$wh/m^3

4. Energie massique de l'accumulateur.

$W_m = \frac{W_C}{m}$ or m=ρV $\Rightarrow W_m = \frac{W_C}{\rho V}$ AN : $W_m = \frac{264.10^3}{1050} = 251 wh/kg$.

5.

a. Capacité de l'accumulateur.

$Q_D = I_D t_D$ AN : $Q_D = 5\text{x}10 = 50 \Rightarrow Q_D = 50$ Ah.

b. Energie restituée par l'accumulateur.

$W_D = Q_D.U_D$ AN : $W_D = 50\text{x}2 = 100 \Rightarrow W_D = 100$Wh.

c. Rendement de l'accumulateur.

* En quantité : $\eta_D = \frac{Q_C}{Q_C}$ AN : $\eta_Q = \frac{50}{60} = 0,83 = 83\%$.

* En énergie : $\eta_W = \frac{W_C}{W_C}$ AN : $\eta_W = \frac{100}{132} = 0,76 = 76\%$.

6. Equation des réactions.

<u>Anode</u> : Il se dégage du dioxygène suivant l'équation $6H_2O \longrightarrow O_2 + 4H_3O^+ + 4e^-$ qui oxyde le minium de l'anode en dioxyde de plomb.

$Pb_3O_4 + O_2 \longrightarrow 3PbO_2$ (1)

<u>Cathode</u> : Il se dégage du dihydrogène provenant de la réaction d'équation, $2H_3O^+ + 2e^-$ $H_2 + 2H_2O$ qui réduit l'oxyde de plomb en plomb suivant l'équation :

$PbO + H_2 \longrightarrow Pb + H_2O$. (2)

7. Masse de plomb et de dioxyde de plomb.

- Masse de PbO_2. Le nombre de moles de dioxygène produit au cours de l'électrolyse de l'acide est : $n_{O2} = \frac{\eta}{xF} = \frac{Q_C}{4F}$

d'après l'équation (1) on écrit : $n_{O2} = \frac{n_{Pb02}}{3} \Leftrightarrow \frac{Q_C}{4F} = \frac{m_{PbO2}}{M_{PbO2}} \Rightarrow m_{PbO2} = \frac{Q_C \times M_{PbO2}}{4F}$

AN : $.m_{PbO2} = \frac{60\times3600(207+32)}{4\times96500} = 133{,}74g$

*Masse de Pb De même $\eta_{H2} = \frac{It}{xF} = \frac{Q_C}{2F}$ et d'après (2), $n_{H2} = n_{Pb} \Leftrightarrow m_{Pb} = M_{Pb} \times \frac{Q_C}{2F}$

AN : $m_{Pb} = \frac{207\times60\times3600}{2\times96500} = 231{,}67g$

8. Masse de plomb consommée à la décharge.

A la décharge les phénomènes d'électrolyse sont inversés c'est-à-dire : à la cathode, il se dégage plutôt du dioxygène qui oxyde le plomb.

$Pb + O_2 \longrightarrow$ $2PbO$.

$n_{Pb} = n_{O2} \Rightarrow \ m_{Pb} = M_{Pb} \times \frac{Q_D}{4F}$ AN : $m_{Pb} = 207 \times \frac{50 \times 3600}{4 \times 96500} = 96{,}53 \Rightarrow \ m_{Pb} = 96{,}53g$

9. Pendant l'opération charge-décharge, il y a production de plomb de masse 231,67 – 96,53 = 135,14g au cours d'une opération charge-décharge. d'où au bout de plusieurs opérations charge-décharges, la plaque faite d'oxyde de plomb va être diminuée de ce produit. Dans ce cas, l'accumulateur ne sera plus fonctionnel.

Exercice8 :

Une batterie d'accumulateur est employée le jour à actionner un moteur. Elle est rechargée la nuit.

1. La f.e.m à la décharge est constante et vaut 100V. Quand le moteur tourne, le courant vaut 20A, et la d.d.p aux bornes est 98V ; si l'on immobilise le moteur, l'intensité s'élève à 120A. Déduire de ces données,
   a. La résistance interne de la batterie.
   b. La résistance du moteur.
   c. La f.c.e.m du moteur.
2. La charge se fait au régime constant indiqué ci-dessus t dure 10 h. Avec une d.d.p aux bornes constantes égales à 120V. La f.c.e.m de la batterie est 100V au début et s'élève à 119V à la fin de la charge, sa résistance interne est inchangée. Quelle est l'intensité du courant au début et à la fin de charge ?

Solution:

1.
   a. Résistance interne de la batterie .

$U = E - rI \Rightarrow \ r = \frac{E-U}{I}$ AN : $r = \frac{100 - 98}{20} = 0{,}1 \quad \Rightarrow r = 0{,}1\Omega$.

   b. Résistance interne du moteur.

$I = \frac{E-E'}{r+r'}$ or $E' = 0$ car moteur bloqué $\Rightarrow \ r' = \frac{E}{I} - r$

AN : $r' = \frac{100}{120} - 0{,}1 = 0{,}73 \quad \Rightarrow r' = 0{,}73\ \Omega$.

   c. Calcul de la f.e.m, du moteur bloqué.

$E - E' = (r+r')\,I \quad \Rightarrow E' = E - (r+r')\,I$

AN : $E' = 100 - (0{,}1+0{,}73)\times 20 = 83{,}4 \ \Rightarrow E' = 83{,}4V$.

2. Intensité du courant :

- Au début de la charge.

$U = E'_1 + rI_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U - E'_1}{r}$ AN : $I_1 = \frac{120-100}{0{,}1} = 200A$.

- A la fin de la charge.

$I_2 = \frac{U - E'_2}{r}$ AN : $I_2 = \frac{120-119}{0{,}1} = 10 \Rightarrow I_2 = 10A$.

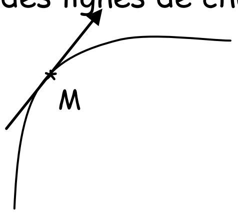
Chapitre 12 : PRODUCTION DU COURANT ALTERNATIF

1. DEFINITION :

- Le champ magnétique est toute région de l'espace dans laquelle tout corps aimanté est soumis à une force magnétique.

- Une ligne de champ est toute courbe orientée telle qu'en chacun de ses points elle soit tangente au vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

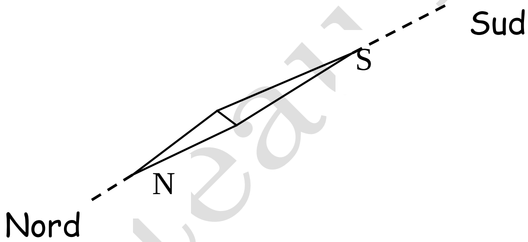
L'ensemble des lignes de champ est appelé spectre magnétique.



Un champ magnétique est caractérisé en chacun de ses points par une grandeur vectorielle appelée vecteur champ magnétique ou encore induction magnétique notée $\vec{B}$.

➢ caractéristiques du vecteur champ :

- direction et sens : On utilise une aiguille aimantée pour les déterminer. La direction du vecteur champ magnétique est celle de l'axe SN de l'aiguille aimanté, son sens est du sud vers le nord.

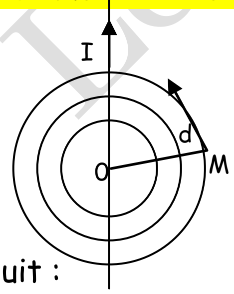


- Intensité :

On la mesure à l'aide d'un appareil appelé **tesla mètre**, l'unité du champ magnétique **tesla (T)**.

2. CHAMP MAGNETIQUE CREE PAR UN COURANT:

* Parcourant un conducteur rectiligne infiniment long en un point M situé à la distance d de celui-ci.

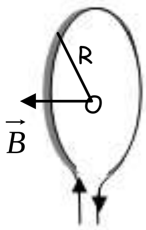


<u>Caractéristiques de $\vec{B}$</u>

- Point d'application : point M.
- Direction : perpendiculaire au plan formé par le conducteur et le vecteur $\overrightarrow{OM}$.
- Sens : donné par le bonhomme d'ampère qui s'énonce ainsi qu'il suit :

Couché sur le fil conducteur de façon que le courant le traverse des pieds à la tête et regardant le point M, la main gauche tendue indique le sens de $\vec{B}$.

- Intensité : $\vec{B} = 2.10^{-7}\frac{I}{d}$.



* Parcourant une spire circulaire de rayon r.

Caractéristiques $\vec{B}$:

Point d'application : point O ou centre de la spire.

Direction : perpendiculaire au plan de la spire

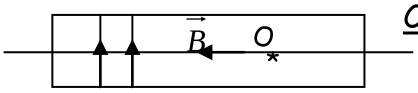
Sens : droite vers la gauche (donné par le bonhomme d'ampère couché sur le fil et regardant le point O.Ou la règle du tir-bourchon ou la main droite

Intensité : $B=2\pi 10^{-7}\frac{I}{R}$.

Note : cas d'une bobine plate(bobine de plusieurs spires)

$B=2\pi 10^{-7}\frac{NI}{R}$. R= rayon moyen.

* Parcourant un solénoïde.

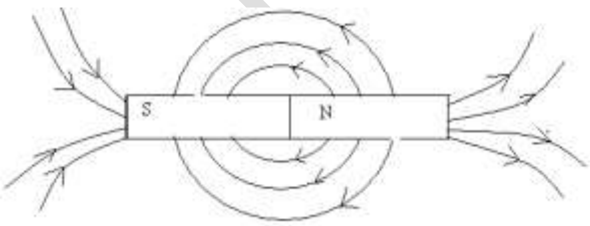


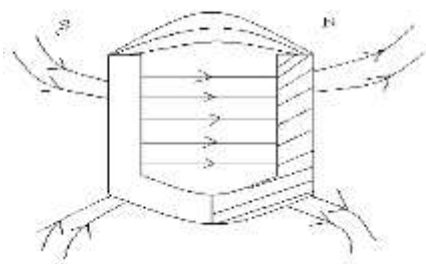
Caractéristique d.e $\vec{B}$

- Point d'application: centre du solénoïde.
- Direction : suivant l'axe du solénoïde.
- Sens : de la droite vers la gauche (déterminé par la règle du tir bouchon ou du bonhomme d'ampère ou de la main droite).
- Intensité : $B=4\pi 10^{-7}\frac{NI}{L}$. On pose $n = \frac{N}{L}$ nombre de spires par unité de longueur.
- On mesure l'intensité du champ magnetique avec le teslamètre.son unité est le tesla(T).

3. le spectre magnétique.

Le spectre magnétique est l'ensemble des lignes de champ d'un aimant.
On appelle ligne de champ toute courbe qui en chacun de ses points est tangente au vecteur champ magnétique.



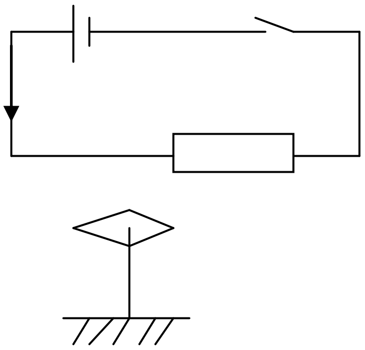


NB : Les lignes de champ entrent par le pole sud et sortent par le pole nord d'un aimant.

Lorsque les lignes de champs sont des droites parallèles, le champ magnétique est dit **uniforme**, exemple le champ magnétique à l'intérieur d'un aimant en U.

4. champ crée par un courant.

a. mise en évidence.



Lorsque le circuit est parcouru par un courant, on constate que l'aiguille aimantée dévie. Elle est soumise à des forces magnétiques.
Un conducteur parcouru par un courant crée donc dans son voisinage un champ magnétique.

b. caractéristiques du champ crée par un courant.

Les caractéristiques des champs magnétiques créent par un courant traversant des conducteurs de différentes formes sont les suivantes :

- la direction : en un point donné, la direction du champ magnétique est toujours tangente à la ligne du champ en ce point.
- Le sens : plusieurs méthodes sont utilisées pour le déterminer :
  - ✓ La règle du bonhomme d'ampère, elle stipule que :

L'observateur d'ampère regardant le point ou on veut déterminer le sens du champ est couché sur le conducteur de tel sorte que le courant le travers des pieds vers la tête. Son bras gauche tendu indique le sens de $\vec{B}$.

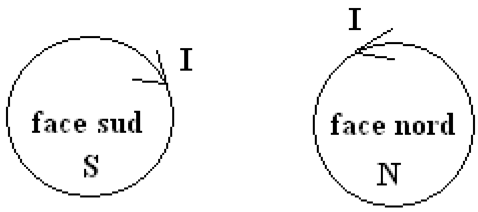
  - ✓ La règle du tir bouchon :

Un tir bouchon placé dans l'axe d'une bobine ou d'un solénoïde avance dans le sens de B lorsqu'il tourne dans le sens du courant.

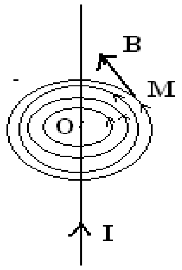
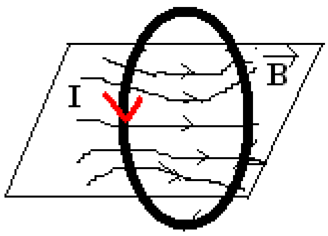
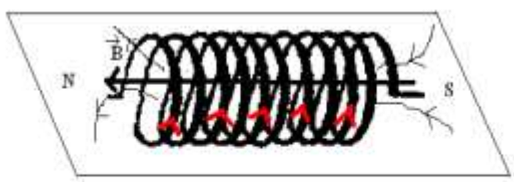
NB : La règle de la main droite peut aussi être utilisée pour déterminer le sens du champ magnétique.

Remarque :

Lorsqu'une bobine est parcourue par un courant, elle se comporte comme un aimant, elle possède donc deux faces : la face nord et la face sud.
La face sud est telle qu'un observateur placé devant la bobine, voit le courant circuler dans le sens des aiguilles d'une montre.



- Quelques valeurs des intensités du cham en fonction des caractéristiques du conducteur.

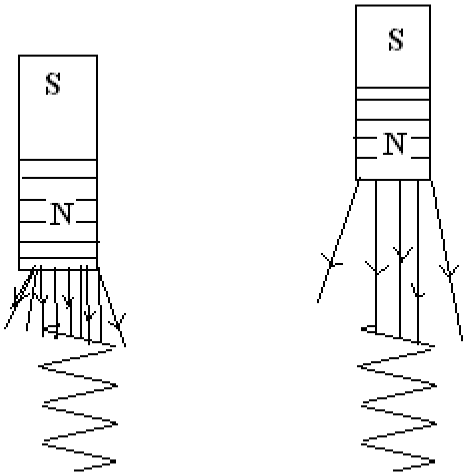
Type de conducteur	Spectre, direction et sens	Intensité de champ
Conducteur rectiligne	 Les lignes de champ sont des cercles de centre O. La direction est la tangente à la ligne de champ au point M. Le sens est donné par la règle de l'observateur d'ampère	En un point M tel que OM = d, **$B = 2\times10^{-7}.I/d$.** **I(A), d(m), B(T)**
Bobine plate ou conducteur circulaire comportant N spires de rayon R	 Vers le centre de la spire ou de bobine, les lignes de champs sont presque parallèles. Dans le voisinage des conducteurs, elles sont des cercles concentriques. Le champ est orthogonal au plan des spires. Le sens est donné par l'observateur d'ampère.	L'intensité du champ au centre est donné par : **$B = 2\pi.10^{-7}NI/R$.** I(A), R(m)
Solénoïdede longueur l comportant N spires	 A l'intérieur du solénoïde, les lignes de champ sont des droites parallèles à l'axe (le cham y est uniforme), à l'extérieur ce sont des courbes reliant les deux faces de	A l'intérieur du solénoïde : **$B = 4\pi.10^{-7}NI/l$.** **L(m), I(A).**

	la bobine. Le sens est donné par l'observateur d'ampère.	

NB : dans le cas du solénoïde, **B = 4π.10^{-7}NI/l, si l'on pose N/l = n, n étant le nombre de spires par unité de longueur alors B= B = 4π.10^{-7}nI.**

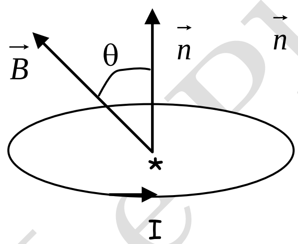
5. LE FLUX MAGNETIQUE.

Flux magnétique à travers une surface fermée.



a) aimant proche b) aimant éloigné

Les lignes de champ qui traversent la bobine en a) sont plus importantes que celles qui la traversent en b).
Pour apprécier le nombre de ligne de champ magnétique traversant une surface donnée, on définit une grandeur appelée flux magnétique.

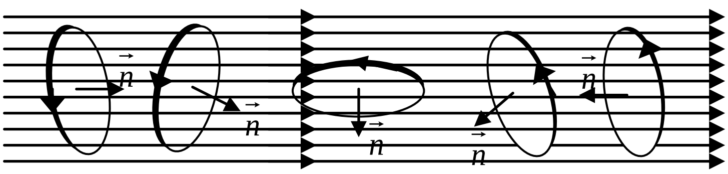


$\vec{n}$ = vecteur unitaire, normale à la surface fermée, placée dans un champ $\vec{B}$.

On définit le flux par la loi: $\Phi = \vec{B}\vec{n}s = BS\cos\theta$. Avec $\theta = \widehat{\vec{n}.\vec{B}}$

Φ(weber:wb) ; B en tesla (T) et S(m²)

Note : - Le flux est une grandeur algébrique. Son signe dépend de la valeur de l'angle θ.



θ=0 0°<θ<90° θ=90° 90°<θ<180° θ=180°
Φ=BS Φ>0 Φ=0 Φ<0 Φ=-BS.

- La valeur absolue du flux nous renseigne sur le nombre de lignes de champ traversant une surface alors que son signe indique le sens dans lequel les lignes de champ qui traversent cette surface.
- On mesure le flux magnétique avec un appareil nommé fluxmètre.
- Lorsque la surface est libre de mouvoir, alors elle va tourner de manière à ce que le flux soit maximal (θ=0). Le travail effectué par les forces électromagnétiques s'éxerçant sur la spire est W= I(Φ_f - Φ_i).

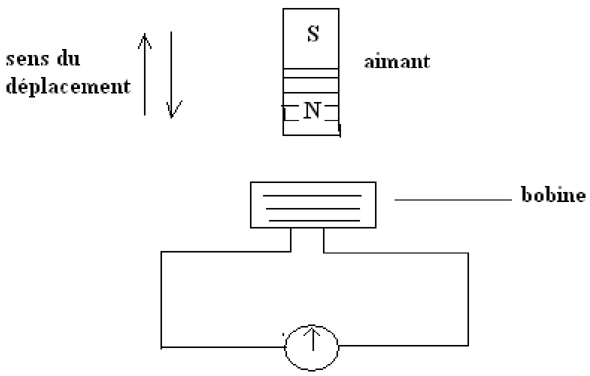
Φ_i = flux magnétique avant la rotation : $(\vec{n},\vec{B}) = \theta$

Φ_f = flux magnétique après la rotation : $(\vec{n},\vec{B}) = 0°$.

6. L'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE.

a. ***Définition :*** Elle consiste à faire apparaitre une f.e.m entre les deux bornes d'un circuit en le soumettant à un flux magnétique variable.

- ***Expérience.***



Lorsqu'on approche le pole nord de l'aimant de la bobine, l'aiguille dévie dans un sens, lorsqu'on l'en éloigne, elle dévie dans l'autre sens. Lorsqu'on permute les pôles de l'aimant, le sens de déviation de l'aiguille s'inverse également. La déviation de l'aiguille s'annule lorsque le mouvement de l'aimant cesse.

- ***Interprétation :***

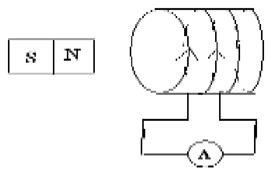
La bobine, bien que n'étant pas relié à un générateur est parcourue par un courant. En déplaçant la bobine on fait varier l'intensité du champ magnétique donc le flux magnétique. Cette variation du flux fait apparaître aux bornes de la bobine une tension électrique.

La bobine se comporte alors comme un générateur : le circuit est siège d'une force électromotrice appelé **force électromotrice induite**, ce phénomène porte le nom **d'induction électromagnétique**.

La bobine, siège du courant est appelé **circuit induit, l'aimant est appelé inducteur**.

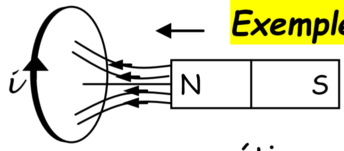
3.3 Sens du courant induit : loi de Lenz.

L'expérience montre que, les sens des courants sont tels que la face de la bobine s'oppose toujours au déplacement de l'aimant. Par exemple, lorsqu'on approche la face nord de l'aimant, la bobine présente une face nord et le courant y circule dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.



Énoncé de la loi :

« Le sens du courant induit est tel que, par ses effets, il s'oppose à la cause qui lui donne naissance ».



Exemple: Quand on déplace un barreau aimanté dans le sens indiqué, on constate que pendant le déplacement la quantité de lignes de champ qui traversent la spire varie. D'où la variation du flux magnétique. Pendant ce temps le voltmètre indique une tension qui est la f.e.m induite ou f.e.m d'induction.

Le circuit induit ou l'induit est le siège de la f.e.m d'induction.

L'inducteur est la source du champ magnétique (aimant).

Note : Ce phénomène s'observe que pendant le déplacement de l'aimant ou de la spire.

b. Le sens du courant induit: la loi de Lenz.

Elle stipule que le sens du courant induit est tel que par ses effets électromagnétiques, il s'oppose à la cause qui lui a donné naissance(voir exercice 1).

c. Expression de la force électromotrice moyenne d'induction: Loi de faraday.

$e_{moy} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$; $\Delta\Phi$=variation du flux (wb); Δt= durée de la variation du flux (s)

d. Expression de la f.e.m instannée d'induction.

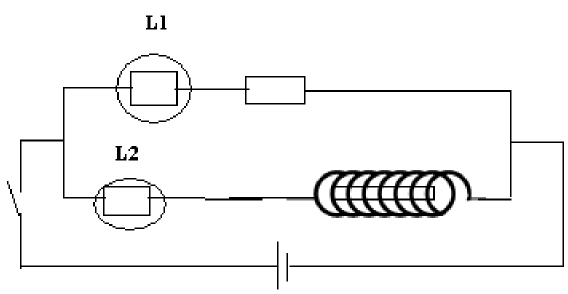
$e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\frac{d\Phi}{dt}$ = dérivée du flux par rapport au temps.

e. L'intensité du courant induit(i), la quantité d'électricité induite (Q).

D'après Pouillet : $i = \frac{e}{R}$, R=résistance totale du circuit et $Q = \frac{\Delta\Phi}{R}$

f. L'auto-induction.

- ***Expérience.***



L_1 et L_2 sont identique, le résistor et la bobine ont même résistance.

A l'intérieur de la bobine, on a placé un barreau de fer doux pour augmenter le flux propre.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur, la lampe L_1 éclaire instantanément tandis que celle L_2 brille progressivement.

Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, L_1 s'éteint instantanément et L_2 progressivement.

- ***interprétation***

Dès qu'on ferme l'interrupteur, la variation du flux propre dans la bobine crée une f.é.m. d'induction qui s'oppose à l'établissement du courant. Lorsqu'on ouvre le circuit, la f.é.m. d'induction s'oppose à la disparition du courant.

C'est le phénomène d'induction électromagnétique dans lequel un circuit est à la fois l'inducteur et l'induit.

Le flux propre d'un tel circuit est $\Phi_p = Li$ où L,constante est l'inductance ou l'auto-inductance du circuit en Henry(H).

La f.e.m d'auto-induction est : $e = -\frac{d\Phi_P}{dt} = -L\frac{di}{dt}$.

7. LES ALTERNATEURS.

a. ***Rôle***: production du courant alternatif.

b. Parties essentielles d'un alternateur:

Un alternateur est constitué de deux principales parties :

- **un aimant inducteur appelé rotor.**
- **Une bobine fixe appelée stator**.

Remarque : Dans certains alternateurs, l'aimant peut être fixe (stator) et la bobine mobile (rotor).

- Quelques exemples d'alternateurs :
  - ✓ Alternateur de bicyclette.
  - ✓ Les alternateurs industriels.
- Les sources de courant alternatif au Cameroun.

Les principales sources de courant alternatif au Cameroun sont les centrales hydroélectriques notamment

- celles d'Edéa et de Song Loulou sur la Sanaga.
- Celle de Lagdo sur la Bénoué.

Il existe aussi des centrales thermiques notamment :

- Celle d'Oyom-Abang à Yaoundé, de Logbaba à Douala et de Bertoua.
- La central de fuel lourd de Limbé.
- Des groupes électrogènes, constituées d'un moteur à combustion et d'un alternateur.

c. Principe de fonctionnement des alternateurs.

Il est basé sur le phénomène d'induction électromagnétique. En effet, le déplacement d'un aimant (ou bobine) devant une bobine (ou d'un aimant) fait apparaitre une f.e.m d'induction aux bornes de la bobine. Si l'aimant ou la bobine se déplace suivant un mouvement de rotation uniforme alors le phénomène observé est périodique et il apparait aux bornes de la bobine une f.e.m alternative sinusoïdale de la forme $e = E_m\sin(wt+\varphi)$ et la bobine se comporte comme un générateur de courant alternatif.

d. Transformation d'énergie dans les alternateurs.

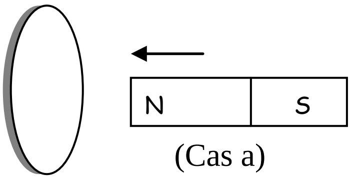
Dans un alternateur, l'énergie mécanique fournie au rotor est transformée en énergie électrique dans l'induit. Cependant une partie de l'énergie est perdue sous forme de chaleur à cause des frottements.

Le rendement d'un alternateur est $\eta = \frac{W_r}{W_m}$ où Wr = énergie mécanique transformée en énergie électrique et Wm = énergie mécanique fournie. On a : $\eta \approx 0,95 = 95\%$.

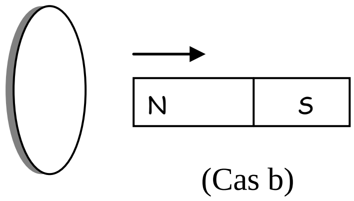
Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

1. Représenter le sens du courant induit dans les différents circuits ci-dessous.

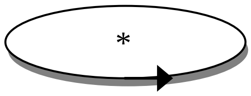


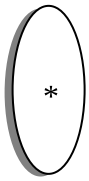
(Cas a)



(Cas b)

2. Représenter la normale des circuits fermés ci-dessous.





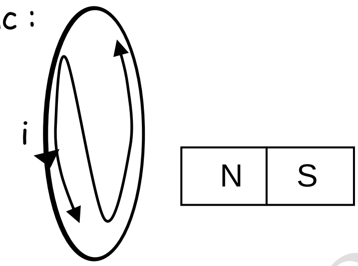
Solution :

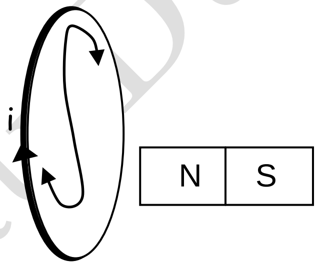
1. Sens du courant induit.

Cas (a) Lorsqu'on approche le pôle nord de l'aimant de la spire, celle-ci lui présente sa face nord pour l'empêcher de s'avancer.

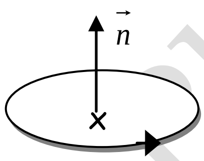
Cas (b) Lorsqu'on recule l'aimant de la spire, celle-ci lui présente sa face sud pour l'empêcher de reculer.

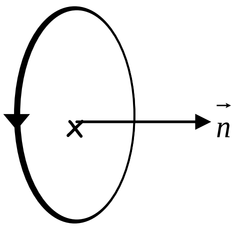
On a donc :





2. Normale des circuits.

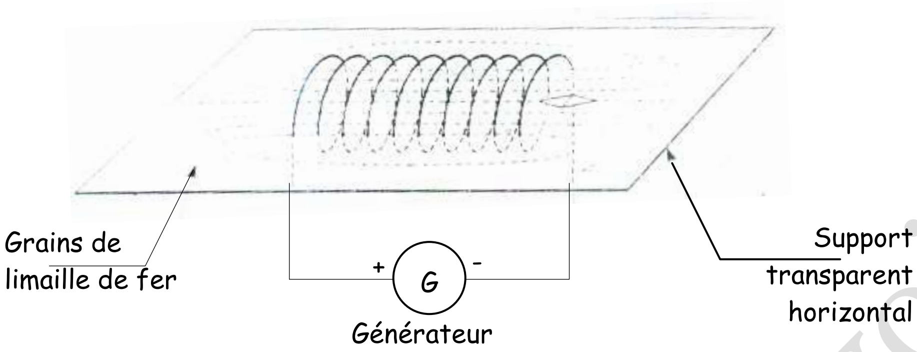




La normale à un circuit fermé s'obtient par la règle du bonhomme d'ampère qui stipule : couché sur le fil conducteur, regardant le centre de la spire de tel sorte que le courant le traverse du pied à la tête, la main gauche tendu indique le sens de $\vec{B}$ et de $\vec{n}$ .elle peut également être déterminée par la règle du tire bouchon ou de la main droite(voir exercice 2).

Exercice2 :

On réalise le spectre magnétique d'un solénoïde alimenté par un courant constant d'intensité I. Ce spectre, réalisé avec de la limaille de fer, est visible sur la figure ci-dessous:



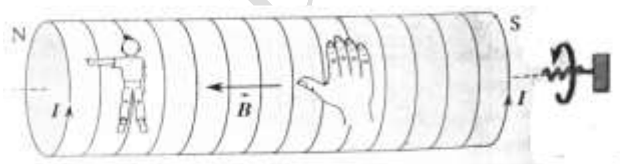
1. Indiquer, sur cette figure, le sens du courant I. Le vecteur champ magnétique $\vec{B}_0$ crée par le courant au centre O du solénoïde et les pôles magnétiques de la petite aiguille aimantée placée à l'entrée du solénoïde.

Orienter les lignes de champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur du solénoïde

2. Quelles informations qualitatives peut-on tirer de l'observation de ce spectre quand à la nature du champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur du solénoïde? Justifier.

Solution:

1. Le sens de $\vec{B}$ est déterminé par l'application de la règle du tire-bouchon ou du bonhomme d'ampère ou de la main droite.



*Règle du bonhomme d'Ampère : voir exercice 1.

*Règle du tire bouchon : on le tourne dans le sens du courant, il progresse de la face sud vers la face nord.

*Règle de la main droite : elle est posée sur la bobine ou spire, paume de main tournée Vers l'axe de la bobine et le courant circulant du poignet vers les doigts. Le pouce indique le sens de $\vec{B}$.

2. A l'intérieur du solénoïde : les lignes de champ sont parallèles, donc le champ est uniforme.

   A l'extérieur du solénoïde : les lignes de champ sont plus écartées qu'à l'intérieur du solénoïde et n'étant plus parallèles donc le champ magnétique est moins intense et n'est pas uniforme.

Exercice3 :

On considère un solénoïde de longueur L=40cm constitué par une seule couche de spires jointives de diamètre D = 5cm. Les spires sont formées par un fil de diamètre d=0,8mm recouvert d'une couche d'isolant d'épaisseur e=0,10mm.La résistivité du fil est $\rho=1,6\times10^{-8}\Omega m$. On branche ce solénoïde aux bornes d'un générateur de f.e.m E=2V et de résistance interne r =3Ω.

1. Déterminer le nombre de spires.
2. Déterminer la résistance R du fil.
3. Calculer l'intensité du champ magnétique crée par le courant au centre du solénoïde.

Le circuit est maintenant composé du générateur précédent monté en série avec le solénoïde de longueur L et un électrolyseur de f.c.é.m. E'=3V et de résistance interne r'= 10ohms.

4. Calculer l'intensité du courant dans le circuit.
5. L'axe de la bobine est horizontal et perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Au centre du solénoïde se trouve une petite aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical. Quel est l'angle que fait l'aiguille aimantée avec l'axe du solénoïde, lorsque celui-ci est parcouru par le courant précédent.

Composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_O=3.10^{-5}T$.

Solution:

1. Nombre de spires.

On a : $L = (d+2e)N \Leftrightarrow N = \frac{L}{d+2e}$ AN : N = 400 spires

2. Résistance R du fil.

$R = \frac{\varphi l}{S}$ or $S = \frac{\pi d^2}{4}$ et $l=\pi DN$ il vient que $R = \frac{4\varphi DN}{d^2}$ AN : $R = \frac{4\times1,6\times10^{-8}\times5\times10^{-2}\times400}{(0,8\times10^{-3})^2}$

$\Rightarrow R=2\Omega$.

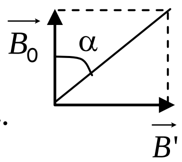
3. Intensité de champ magnétique.

$B = 4\pi.10^{-7}\frac{NI}{L}$ Or $I = \frac{E}{r+R} \Rightarrow B=4\pi.10^{-7}\frac{NE}{L(r+R)}$ AN: $B=4\times3,14.10^{-7}=\frac{400\times24}{0,4(2+3)}$.

$\Rightarrow B = 6\times10^{-3}T$.

4. Intensité du courant électrique.

$I' = \frac{E-E'}{r+r'+R}$ AN : I' = 1,5A.



5. Angle que fait l'aiguille aimantée avec l'axe du solénoïde.

$\tan\alpha = \frac{B}{B_0} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(\frac{B'}{B_0})$ avec $B' = 4\pi.10^{-7}\frac{NI'}{L}$ d'où $\alpha' = \tan^{-1}(\frac{4\pi\times10^{-7}\times400\times1,5}{0,4\times3.10^{-5}})=89°$

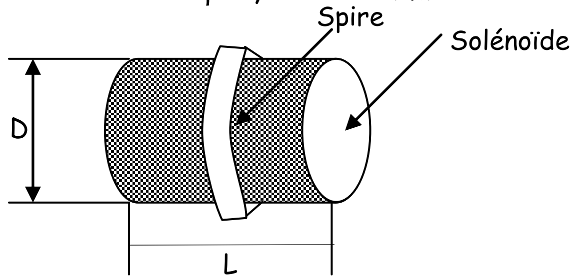
Exercice4 :

On constitue un solénoïde en enroulant sur une seule couche de spires jointives, autour d'un cylindre de diamètre D=10cm, un fil de cuivre isolé de longueur l = 1000m et de diamètre $d_1=0,1mm$.

1. Déterminer la longueur L du soléïde. On négligera l'épaisseur de l'isolant.

2. Un autre solénoïde de même diamètre, de longueur L=30cm et comportant 3000 spires par mètre de longueur, est relié aux bornes d'un générateur qui entretient un courant d'intensité 2A dans son circuit. On dispose autour de ce solénoïde, une spire unique de fil de cuivre dont le diamètre est d_2=0,3mm (voir figure ci-contre). On admettra que la spire est de diamètre égal à D.

On donne la résistivité du cuivre: ρ=1,6x10-8Ω.m.



   a. Calculer l'intensité du champ magnétique crée au centre de ce solénoïde.
   b. Quelle est la valeur du flux magnétique à travers la spire?
3. On fait varier l'intensité du courant dans le circuit du solénoïde depuis la valeur 2A jusqu'à zéro en un dixième de seconde.
   a. Calculer la valeur de la force électromotrice induite dans la spire unique et l'intensité du courant qui y circule.
   b. Quelle est dans ces conditions, la valeur de la force électromotrice qui se produit dans le solénoïde?

Solution:

1. Longueur du solénoïde.

$L = Nd_1$ or la longueur du fil est $l=\pi DN$

$\Rightarrow N = l/\pi D$ d'où $L= ld_1/\pi D$ AN : L= 0,3 m = 30cm.

2.

   a. Intensité du champ magnétique.

$$B= 4\pi.10^{-7}\frac{NI}{L} \quad n = \frac{N}{L} \Rightarrow B = 4\pi.10^{-7}nI \quad \text{AN : } B = 4\pi\times10^{-7}\times3000\times2 = 2{,}5\times10^{-5}$$

$\Rightarrow B= 2{,}5\times10^{-5}T$.

   b. Valeur du flux magnétique à travers la spire.

$$\Phi = BS \text{ or } S = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow \Phi=B\pi D^2/_4 \text{ AN :}$$

$$\Phi = 2{,}5\times10^{-5}\times10^{-2}\times3{,}14/4 = 2.10^{-7} \quad \Rightarrow \Phi = 2.10^{-7} \text{ Wb.}$$

3.

   a. - f.e.m induite dans la spire unique.

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_f - \Phi_i}{\Delta t} \quad \Phi_f = 0 \text{ car } I = 0 \Rightarrow e = \frac{\Phi_i}{\Delta t} = \frac{\Phi}{\Delta t} \quad \text{AN: } e = \frac{2.10^{-7}}{0{,}1} = 2.10^{-6}$$

$$\Rightarrow e = 2.10^{-6}V.$$

* Intensité du courant qui y circule.

$$e = Ri \quad \text{or } R = \frac{\varphi l}{S} \quad \text{avec } l = \pi D \text{ et } S = \frac{\pi d_2^2}{4} \Rightarrow e = \frac{4\varphi D}{d_2^2}i \Rightarrow i = \frac{ed_2^2}{4\varphi D}$$

AN : $i = \dfrac{2.10^{-6}x(0,3x10^{-4})^2}{4x1,6x10^{-8}x10^{-2}} = 2,8x10^{-6}A.$

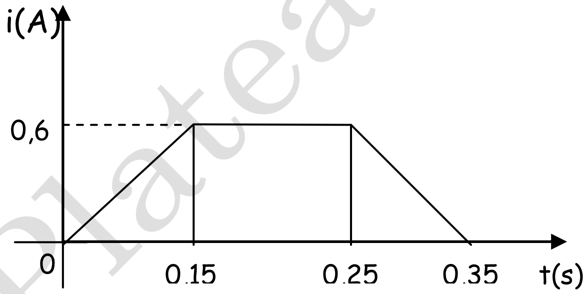
b. Valeur de la f.e.m d'auto-induction.

$e=-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dfrac{NBS}{\Delta t}$ AN : $e = \dfrac{-1000x2,5x10^{-5}x3,14x10^{-2}}{0,1} = 7,85x10^{-3}V.$

Exercice5 :

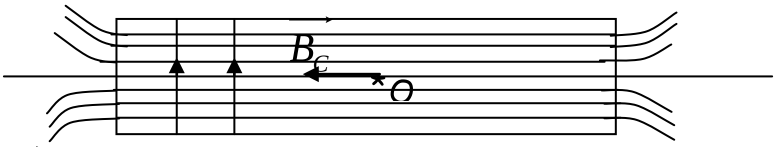
Un solénoïde comprend 1600 spires de section s=15cm² reparties régulièrement sur une longueur l = 40cm.

1. Faire le schéma simplifié et en choisissant un sens de I de valeur 0,6A; donner les caractéristiques du vecteur champ à l'intérieur du solénoïde. Représenter quelques lignes de champ à l'intérieur de celui-ci. Quelle est la nature du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde?
2. On annule l'intensité du courant en 0,10s:
   a. Calculer la variation du flux pendant ce temps à travers le solénoïde
   b. Calculer l'inductance du bobinage.
   c. Quelle est la valeur moyenne de la f.e.m induite pendant la rupture du courant.
3. Les valeurs de l'intensité du courant en fonction du temps sont maintenues conformes aux indications du graphique ci-après. Pendant ces intervalles de temps, déterminer les diverses valeurs prises par la f.e.m d'auto-induction et représenter graphiquement les variations de cette grandeur en fonction du temps.



Solution:

1. * Schéma simplifié.



*Caractéristique de $\vec{B}$ crée par le courant.
Point d'application : toujours le centre du solénoïde.
Direction : toujours suivant l'axe du solénoïde.
Sens : de la droite vers la gauche.
Intensité : $B = 4\pi.01^{-2}\dfrac{NI}{L}$ AN : $B = 3x10^{-2}T.$

* Le champ crée à l'intérieur du solénoïde est uniforme car les lignes de champ sont des droites parallèles.

2.

a. Variation du flux à travers le solénoïde.

$\Phi_i = NBS = 1600 \times 3 \times 10^{-2} \times 15 \times 10^{-4} = 7{,}2.10^{-3}$

$\Phi_f = 0$ car $I = 0 \Rightarrow B = 0$

$\Delta\Phi = \Phi_f - \Phi_i = -\Phi_i = -7{,}2 \times 10^{-3}$Wb.

b. Inductance du bobinage.

$\Phi = LI \Rightarrow L = \frac{\Phi}{I} = \frac{NBS}{I} = \frac{\Phi i}{I}$ AN : $L = 1{,}2 \times 10^{-2}$H.

c. Valeur moyenne de la f.e.m induite.

$e = \frac{-\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{-\Phi i}{\Delta t}$ AN : $e = 7{,}2 \times 10^{-1}$V

4. Diverses valeurs prises par la f.e.m d'auto-induction.

On a :

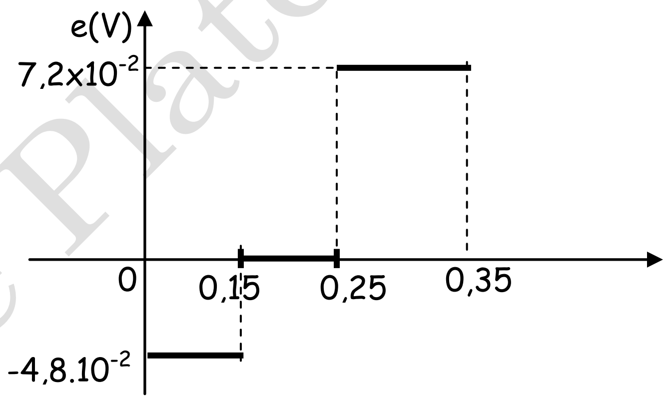
$e = -L\frac{di}{dt} = -\frac{L\Delta i}{\Delta t}$

- Pour $t \in [0 ; 0{,}15]$ on a : $\Delta i = 0{,}6 - 0 = 0{,}6$ et $\Delta t = 0{,}15$s $\Rightarrow \varphi$ $e = -1{,}2 \times 10^{-2} \times \frac{0{,}6}{0{,}15} = -4{,}8 \times 10^{-2}$V.
- Pour $t \in [0{,}15 ; 0{,}25]$, $\Delta I = -0$ car i constante = 0,6A. d'où e = 0.

*Pour $t \in (0{,}25 ; 0{,}35]$ $\Delta I = 0 - 0{,}6 = -0{,}6$ et $\Delta t = 0{,}35 - 0{,}25 = 0{,}10$

$e = 1{,}2 \times 10^{-2} \times \frac{0{,}6}{0{,}1} = 7{,}2 \times 10^{-2}$V.

* Représentation graphique de e = f(t)



Exercice6 :

On désire produire un courant alternatif sinusoïdal. A un instant pris comme instant initial t=0, on place une bobine plate à l'intérieur du solénoïde et on choisit le sens positif tel que la normale au plan de la bobine plate forme un angle nul avec $\vec{B}$. On actionne un moteur qui fait tourner la bobine plate autour d'un axe contenu dans son plan avec une vitesse de rotation constante ω=500rad/s.

1. Donner l'expression de la f.e.m d'induction alternative sinusoïdale dont la bobine plate est le siège.
2. Sachant qu'elle comporte N= 6000 spires de section moyenne S = 40cm². en déduire sa valeur maximale Em. On donne B= 0,1T.

Solution:

1. Expression de la f.e.m d' induction alternative sinusoïdale.

$e = -\frac{d\Phi}{dt}$ or le flux crée à travers cette bobine est : $\Phi = NBS\cos(\vec{n}\,\vec{B})$ et $\alpha = (\vec{n}\,\vec{B}) = \omega t$

$\Rightarrow \Phi = NBS\cos\omega t$

$\Rightarrow e = NBS\omega \sin\omega t$.

2. Déduction de la valeur maximale de la f.e.m.

$e = E_m \sin\omega t$ avec $E_m = NBS\omega$ valeur maximale de e.

AN : $E_m = 600 \times 0,1 \times 40 \times 10^{-4} \times 500 = 120V$

Exercice7 :

Une bobine plate comportant 500 spires de 80 cm² de surface est placée dans un champ magnétique d'intensité B= 0,1T. Les lignes de champ sont perpendiculaires à la surface de la bobine de même sens que sa normale.

1. Calculer le flux magnétique qui traverse la bobine.
2. Quelle est la f.e.m moyenne e_{moy} induite dans la bobine lorsque l'intensité du champ magnétique diminue de 10% en 10^{-2}s, sachant que $e_{moy} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, où $\Delta\Phi$ et Δt sont respectivement la variation du flux et la durée de la variation.

Solution:

1. Flux magnétique qui traverse la bobine.

$\Phi = NBS\cos\alpha$ $\quad \alpha = 0°$ $\quad$ AN : $\Phi = 50 \times 0,1 \times 80 \times 10^{-4} = 4.10^{-2}Wb$

2. f.e.m moyenne induite.

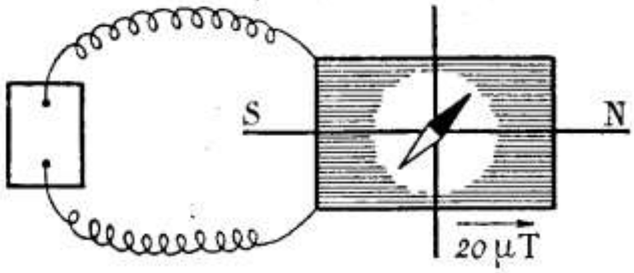
$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $\quad \Delta\Phi = \Phi_f - \Phi_i = NB_fS - NB_iS$ $\quad$ or $B_f = \frac{9}{10}B_i$

$\Rightarrow \Delta\Phi = NS\left(\frac{9B_i}{10} - B_i\right) = \frac{-NSB_i}{10}$ $\quad \Rightarrow e = \frac{NSB_i}{10} = \frac{NSB}{10}$

AN : $e = \frac{500 \times 80 \times 10^{-4} \times 0,1}{10} = 4.10^{-3}$ $\quad e = 4.10^{-3}V$

Exercice8 :

Une bobine est constituée par un enroulement de fil de cuivre isolé sur un tube de carton cylindrique. Un courant de 1A donne une induction de 0,3mV au voisinage de l'axe de la bobine et du milieu de celle-ci. On dispose la bobine de telle manière que son axe soit horizontal, orienté dans la direction est-ouest, perpendiculairement au champ d'induction magnétique terestre dont la composante horizontale est ègale à 20 microsteslas. On dispose au centre de la bobine une petite aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical.



On branche un accmulateur d'une f.é.m. de 6volts, d'une résistance intérieure négligeable, aux bornes de la bobine et l'on observe une déviation de 45°.

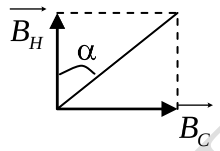
1. Quel est le courant qui traverse l'enroulement? Quelle est la résistance de ce dernier?
2. On remplace l'accumulateur par une batterie de piles d'une f.é.m. de 8 volts; on observe une déviation de 35°. Quelle est l'intensité du courant? Quelle est la résistance intérieure de la batterie de piles?
3. On met en circuit: la batterie d'accumilateurs, le dispositif électromagnétique, une cuve à électrolyse à électrodes de charbon(inattaquables) contenant une solution d'acide chlorhydrique. On observe une déviation de 22°; quelle est la masse de dichlore libérée par heure? On a : tg35°=0,7; tg22°=0,4.

Solution:

1. Résistance de l'enroulement.

d'après Pouillet E = RI $\Rightarrow$ R = $\frac{E}{I}$, déterminons I.

Soit B_H la composante horizontale du champ magnétique terrestre et B_C l'induction crée par le courant au centre de la bobine. B_H et B_C sont toujours perpendiculaires. L'aiguille aimantée se dirige suivant la résultante de B_H et B_C en faisant un angle α = 45° avec B_H.



$$\tan\alpha = \frac{BC}{BH} = 1 \Rightarrow B_C = B_H = 20.10^{-6}T$$

Or comme BC et l'intensité sont proportionnels on peut écrire

$$\left.\begin{matrix} BC = KI \\ B'C = KI' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{B_C}{B'_C} = \frac{I}{I'} = 1 \Rightarrow I = \frac{B_C x I'}{B'_C} = \frac{20.10^{-6}x1}{0{,}3x10^{-3}} = 0{,}067 \text{ A.} \Rightarrow I=0{,}067A$$

AN : $R = \frac{6}{0{,}067} \approx 90 \Rightarrow R = 90\Omega$.

2. Résistance intérieure de la batterie de pile.

E = (R+r)I'. Déterminons I'.

D'après la relation $\tan\alpha = \frac{B_C}{B_H}$ on a tanα proportionnelle à B_C d'où proportionnelle à l'intensité on peut donc écrire $\frac{\tan\alpha'}{\tan\alpha} = \frac{I'}{I}$ la nouvelle intensité est $I' = \frac{I\tan\alpha'}{\tan\alpha} = \frac{0{,}067x \tan 35°}{\tan 45°}$

= 0,046A.

$$AN : r = \frac{8}{0,046} - 90 = 83,91 \Rightarrow r \approx 84\ \Omega.$$

3. Masse de dichlore libérée par heure.

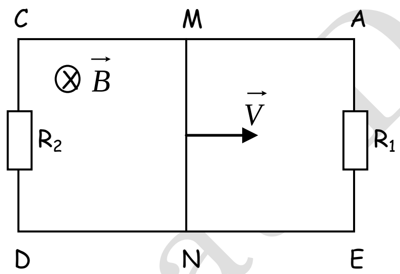
- $m = \frac{1}{F} x \frac{A}{x} I''t$ déterminons I". Comme au 8.2

On peut aussi écrire $\frac{I''}{I} = \frac{\tan\alpha''}{\tan\alpha} \Rightarrow I'' = \frac{I\tan\alpha''}{\tan\alpha} = 0,067 x \frac{\tan 22}{\tan 45} = 0,027A.$

$m = \frac{1}{96500} \times \frac{71}{2} \times 0,027 \times 2600 = 0,035 \Rightarrow m = 0,035g.$

Exercice9 :

Une tige conductrice MN de longueur l se déplace sur deux rails conducteurs parallèles AC et DE à vitesse constante V, en restant perpendiculaire aux deux rails. Le déplacement de MN s'effectue dans un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire au plan des rails. AE et CE sont reliés par des résistors de résistance R_1 et R_2.



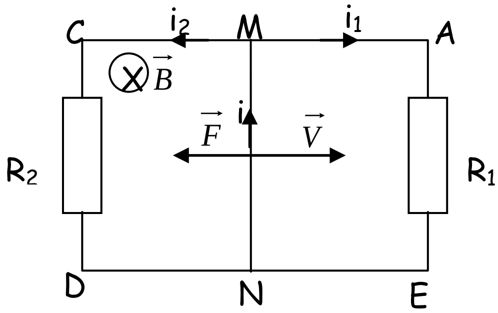
1. Montrer que les résistors sont parcourus par des courants dont on indiquera le sens.
2. Exprimer la relation entre les intensités des courants dans les résistors et dans MN.
3. En négligeant la résistance des rails et de la tige et en supposant que les courants ne modifient pas sensiblement le champ magnétique initial, calculer les intensités des courants dans les résistors et dans MN.

   A.N. : $R_1 = 2.10^{-2}\Omega$; $R2 = 4.10^{-2}\Omega$; V= 2cm/s ; B= 0,5T ; MN= 4 cm.

4. Considérer le cas ou la barre MN se déplace avec la même vitesse dans l'autre sens.

Solution:

1. Le déplacement de la tige MN engendre une variation du flux d'où la naissance d'un courant induit i dont le sens est donné par la loi de Lenz.



2. Expression de la relation entre les intensités.

   $i = i_1 + i_2$ car R_1 et R_2 sont montés en parallèle

3. Calcul des intensités.

On a : $e = R_e i$ et e=$\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$=Blv $\Rightarrow$ $i = \frac{Blv}{R_e}$ or $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_e}$ $\Rightarrow$ $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ d'où

$i = \frac{Blv(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}$.

AN : $i = \frac{0,5\times4.10^{-2}(2+4)10^{-2}\times2.10^{-2}}{2\times4\times10^{-4}} = 3.10^{-2}$ $\Rightarrow$ $i = 3.10^{-2}$A.

On a aussi d'après la loi d'Ohm, $R_1 i_1 = R_e i = R_2 i_2$ $\Rightarrow$ $i_1 = \frac{R_e i}{R_1}$ AN : $i_1 = \frac{8\times10^{-4}\times3.10^{-2}}{6\times10^{-2}}$

$\Rightarrow$ $i_1 = 2\times10^{-2}$A.

$i_2 = i - i_1 = (3-2)10^{-2} = 10^{-2}$A.

4. En considérant le cas où la barre MN se déplace avec la même vitesse dans l'autre sens, l'intensité induit i aura le sens contraire de même intensité.

Exercice10 :

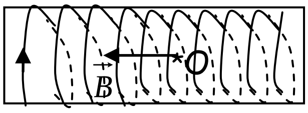
1. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur d'un solénoïde S de longueur L comportant N spires quand il est parcouru par courant d'intensité I.
2. Quelle doit être la valeur de I pour que la mesure du champ créé soit de 4.10^{-3} T? on donne N= 1000 spires ; L= 130 cm.
3. A l'intérieur de S, est placée une petite bobine S' comportant N' spires dont chacune a une section s'. Les deux bobines ont même axe, cet axe est horizontal.
   a. Quelle est la valeur du flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers la bobine S' ? On donne N'=800 spires ; s' = 10cm².
   b. On fait décroître l'intensité I du courant traversant S. La décroissance dure 0,2s, selon une fonction affine du temps, à partir de la valeur calculée en 10.2 et jusqu'à la valeur 0. Quelle est la f.é.m. d'induction dans la bobine S'? Préciser sur le schéma les sens de $\vec{B}$, du courant I et du courant qui traverse S' si on réunissait les extrémités de la bobine S'.

c. On établit dans S l'intensité I calculée en 10.1 et cette intensité sera maintenue constante dans cette question. On impose à la bobine S' un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe vertical (Δ) passant par son centre. En admettant que la vitesse de rotation de S' est de 314rad/s et qu'à l'instant initial, S' est immobile et le flux qui le traverse est maximal, donner l'expression de la f.é.m induite en fonction du temps. Quelle valeur prend-elle à 0,5s après le début du mouvement de S'?

Solution:

1. Caractéristiques du vecteur $\vec{B}$ à l'intérieur su solénoïde S.

Il faut toujours pour répondre à cette question faire un schéma.



Point d'application : centre de solénoïde.
Direction : horizontale ou suivant l'axe du solénoïde.
Sens : de la droite vers la gauche.
Intensité B = $4\pi.10^{-7}\frac{NI}{L}$

2. Valeur de I

$B = 4\pi.10^{-7}\frac{NI}{L} \Rightarrow I = \frac{BL.10^{7}}{4\pi.N}$ AN : $I = \frac{4.10^{-3}x1,3x10^{7}}{4x3,14x1000} = 4,14A. \Rightarrow I = 4,14A.$

3.

a. Valeur du flux du champ magnétique

$\Phi = N'BS'Cos\widehat{\vec{B}\,\vec{n}} = N'BS'$ car $\widehat{\vec{B}\,\vec{n}} = 0°$

AN : $\Phi = 800\times4\times10^{-3}\times10.10^{-4} = 32\times10^{-4} \Rightarrow \Phi = 23.10^{-4}T$

b. f.e.m d'induction dans la bobine S'.

i est une fonction affine décroissante, cela signifie que son coefficient directeur est négative. C'est-à-dire i a pour équation i= -at + b avec a>0

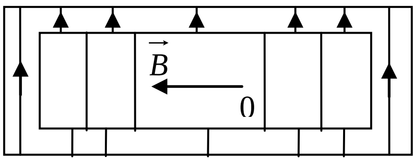
à t= 0, i =I=b de la question 10.1. $\Rightarrow$ i = -at + 4,14

à t = 0,2s, i= 0 $\Rightarrow$ 0 = -0,2+1,14 $\Rightarrow$ a = 20,7 $\Rightarrow$ i = -20,7t + 4,14.

$e =-\frac{d\Phi}{dt}$ or $\Phi = N'BS' = N'4\pi.10^{-7}\frac{Ni}{L}S' \Rightarrow e = -4\pi.10^{-7}\frac{N'N}{L}S\frac{di}{dt}$

$= 4\times20,7\pi.10^{-7}\frac{N'NS}{L}$ AN : $e = 1,58\times10^{-3}V$

Schéma



c. Expression de la f.e.m induite en fonction de temps.

Le flux à travers S' est :

On a : $e = \frac{d\Phi}{dt}$ Or $\Phi = N'BS'\cos(\vec{B}\,\vec{n})$ lorsque la bobine S' tourne l'angle

$\alpha = (\vec{B}\,\vec{n}) = \omega t + \alpha_0 \Rightarrow \Phi = N'BS'\cos(\omega t + \alpha_0)$ à l'instant initial t = 0, le flux est maximal $\Rightarrow$ c'est-à-dire que $\cos(\omega \times 0 + \alpha_0) = 1 \Rightarrow \cos\alpha_0 = 1 \Rightarrow \alpha_0 = 0$

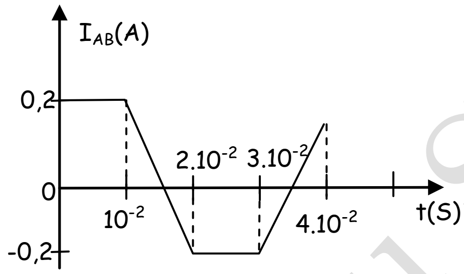
$\Phi = N'BS'\cos\omega t$ d'où $e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega N'BS'\sin\omega t$

Valeur de e pour t = 0,5s. :

e = 0V car $\sin\omega t = \sin 314 \times 0,5 = \sin 3,14 \times \frac{100}{2} = \sin 50\pi = 0$

Exercice11 :

Soit une portion de circuit AB constituée d'une bobine sans noyau, d'inductance L = 5,0mH et de résistance r = 2Ω.



1. Donner la définition de l'inductance de la bobine. Calculer la valeur du flux propre à travers cette bobine quand elle est parcourue par un courant i_{AB}=0,20A.
2. Cette bobine est parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps comme l'indique la figure ci-dessus. Pour quels intervalles de temps y a-t-il variation du flux propre à travers la bobine en se limitant à des instants tels que :

$0 \leq t \leq 4.10^{-2}$ s ? Calculer cette variation dans chaque cas.

3. En déduire qu'il existe une f.é.m. d'auto-induction e dans la bobine dans certains intervalles de temps que l'on précisera. La calculer dans chaque cas.
4. Donner l'expression littérale de la tension U_{AB} aux bornes de la bobine.

   Représenter graphiquement cette tension U_{AB} en fonction du temps (préciser les échelles choisies).

Solution:

1. On appelle inductance de la bobine, la grandeur L définie par $L = \frac{\Phi}{i}$

* Expression de L en fonction de NS et l.

$\Phi = NBS$ or $B = 4\pi.10^{-7}\frac{Ni}{l}$ $\Rightarrow \varnothing = 4\pi.10^{-7}\frac{N^2 i}{l}$

d'où $L = 4\pi.10^{-7}\frac{N^2 S}{l}$

* Calcul du flux pour i_{AB} = 0,2A.

$\Phi = i$ AN : $\Phi = 5,0.10^{-3} \times 0,2 = 10^{-3} \Rightarrow \Phi = 10^{-3}$ Wb.

2. Déduisons qu'il existe une f.e.m d'auto-induction e dans la bobine dans certains intervalles de temps que nous préciserons.

<u>**Note**</u> : A toute variation de l'intensité, correspond une variation du flux magnétique d'auto-induction.

* Calcul de cette variation dans chaque cas .

$t \in [10^{-2} ; 210^{-2}]$; $\Delta\Phi = L\Delta i = L(i_f - i_i)$ $i_i = 0,2A$ $i_f = 0,2A$

$\Rightarrow \Delta\Phi = 5.10^{-3}$ (-0,2-0,2)= -2.10^{-3} Wb

$t \in [3.10^{-2}, 4.10^{-2}]$ $i_i = -0,2A$. $i_f = 0,2A$. $\Delta\Phi = 2.10^{-3}$Wb.

3. On a : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ on conclut alors que la variation du flux conduit à l'existence d'une f.e.m d'auto-induction dans la bobine.

Pour $t \in [10^{-2} ; 2.10^{-2}]$ $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2.10^{-3}}{10^{-2}} = 0,2 \Rightarrow e = 0,2V$.

Pour $t \in [3.10^{-2} ; 4.10^{-2}]$ $e = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2.10^{-3}}{10^{-2}} = -0,2V$.

4. Expression littérale de U_{AB}.

La tension aux bornes d'une bobine (considérée comme un dipôle AB orienté de A vers B) est $U_{AB} = r\,i - e$.

Pour $t \in [0 ; 10^{-2}]$ $\Delta\Phi = 0 \Rightarrow e = 0 \Rightarrow U_{AB} = ri = 2x0,2 = 0,4V$.

Pour $t \in [10^{-2} ; 2.10^{-2}]$; $U_{AB} = ri - e$ ici, i est une fonction affine décroissante.

i=at + b, a et b sont obtenus en prenant deux points tels que A $(10^{-2} ; 0,2)$ et B $(2.10^{-2} ;-0,2)$ qui appartiennent à la courbe de la fonction dans cet intervalle. On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} a.10^{-2} + b = 0,2 \\ 2a.10^{-2} + b = -0,2 \end{cases}$$ dont la résolution est : a = -40 et b =0,6

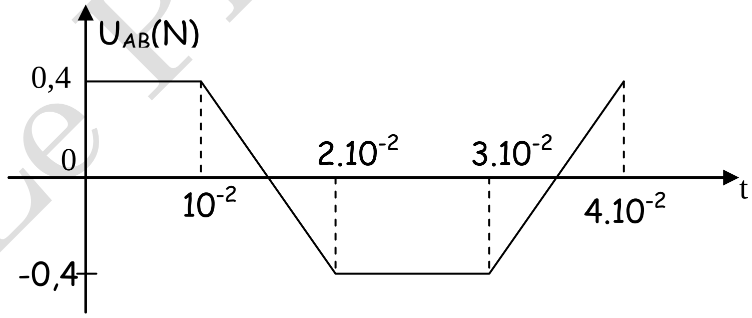
i = -40t + 0,6 d'où U = 2(-40t + 0,6) – 0,2 = -80t + 1.

Pour $t \in [2.10^{-2} ; 3.10^{-2}]$, $\Delta\Phi = 0 \Rightarrow e = 0$, U =ri = 2(-0,2) = -0,4V

Pour $t \in [3.10^{-2} ; 4.10^{-2}]$, en opérant comme au deuxième cas avec les points C $(3.10^{-2} ; -0,2)$ et D $(4.10^{-2} ; 0,2)$

On trouve i = 40t + 0,125 d'où u = 80t + 0,45

Représentation graphique de cette tension U_{AB}.



Exercice12 :

On considère un solénoïde de longueur l = 40cm, constitué par une seule couche de spires jointives de diamètre D = 5,0cm. Les spires sont formées par un fil de diamètre d = 0,8mm, recouvert d'une couche d'isolant d'épaisseur e = 0,10mm. La résistivité du métal constituant le fil est $1,6.10^{-8}\Omega$.m. Ce solénoïde est branché aux bornes d'un générateur de courant continu de f.é.m. E = 24V et de résistance interne r = 1Ω.

1. Déterminer la résistance R_1 du fil constituant le solénoïde.
2. Calculer l'induction magnétique au centre du solénoïde ainsi que son inductance propre.
3. On introduit à l'intérieur du solénoïde, au centre de celui-ci une bobine comprenant 200 spires de diamètre D' = 4,0cm ayant même axe que le solénoïde. La résistance de ce solénoïde est 5Ω. Le solénoïde restant branché aux bornes du générateur, on relie la bobine plate aux bornes d'un galvanomètre de résistance a = 45Ω. On fait décroître jusqu'à 0 l'intensité du courant dans le solénoïde en0,1s de façon linéaire.
   a. Déterminer la valeur et le sens du courant induit i' dans la bobine. Faire une figure claire.
   b. Quelle est dans ces conditions, la valeur de la f.é.m.d'auto-induction qui se produit dans le solénoïde ?
4. En réalité, le courant dans le circuit générateur – solénoïde est supprimé suivant la loi horaire : $i(t) = 8 - 2t^2$ où i est exprimé en ampère et t en seconde.
   a. Au bout de quel temps t_1 le courant s'annule-t-il dans le circuit principal ?
   b. Exprimer l'intensité du courant induit i' dans la bobine en fonction du temps t. Que vaut-il pour $t = t_1$?
   c. Exprimer la f.é.m. d'auto-induction qui prend naissance dans le solénoïde en fonction du temps. Calculer sa valeur pour $t = t_1$. On prendra $\pi^2 = 10$.

Solution:

1. Résistance R_1 du fil

$R_1 = \frac{\varphi L}{S}$ L = longueur du fil = πDN

l = longueur du solénoïde = $(d+2_e)$ N = L = $\left.\right\} L = \frac{\pi dl}{d+2e}$

s = section du fil = $\frac{\pi d^2}{4}$

d'où $R_1 = \frac{4\varphi\pi Dl}{\pi d^2(d+2e)}$ AN : $R_1 = \frac{4x1,6x10^{-8}x5x10^{-2}x0,4}{(0,8x10^{-3})^2(0,8x10^{-}}$ $= 2 \Rightarrow R_1 = 2\Omega$

2. Calcul de l'induction magnétique au centre du solénoïde.

$B = 4\pi.10^{-7}\frac{NI}{l}$ or $I = \frac{E}{r+R}$ et $N = \frac{l}{d+2e}$

$\Rightarrow B = 4\pi.10^{-7}\frac{E}{(r+R)(d+2e)}$ AN : $B = 4\times3,14\times10^{-7}\times\frac{24}{3x10^{-3}} = 10^{-2}$ $B = 10^{-2}T$

* Inductance propre.

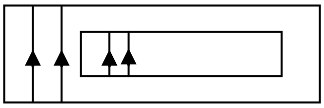
$\Phi = LI \Rightarrow L = \frac{\Phi}{I}$ Or $\Phi = NBS = NB\frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow L = \frac{NB\pi D^2}{4I}$ or $B = 4\pi.10^{-7}\frac{NI}{l}$

$L = \frac{4\pi^2.10^{-7}N^2D^2I}{4Il} = \frac{\pi^2.10^{-7}N^2D^2}{l} = \frac{\pi^2 10^{-7}lD^2}{(d+2e)^2}$

AN : $L = \frac{3,14^2.10^{-7}x(0,4)x25x10^{-4}}{10^{-6}} = 98,596\times10^{-5} \Rightarrow L = 0,99\times10^{-3}H \approx 10^{-3}H$

3.

a. Valeur et sens du courant induit i' dans la bobine.



Quand on décroît l'intensité du courant dans le solénoïde, l'intensité du vecteur champ diminue, ainsi le courant induit i dans la bobine aura le même sens que l'intensité du courant dans le solénoïde de manière à créer un champ induit qui compense la diminution.

* Valeur de i'

$i = \frac{e'}{\sum R}$ or $e' = -\frac{\Delta\Phi}{\Lambda t} = -\frac{\Phi_f - \Phi i}{\Lambda t} = \frac{\Phi i}{\Delta t} = \frac{N'BS'}{\Delta t}$ AN : $i' = \frac{200\times10^{-2}\times3{,}14\times16\times10^{-4}}{(5+45)\times0{,}1\times4}$

$=5.10^{-3}$ $\Rightarrow i' = 5.10^{-3}A$.

b. Valeur de la f.e.m d'auto-induction qui se produit dans le solénoïde.

$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{NBS}{\Delta t}$ avec $N = \frac{l}{d+2e} = 400$ et $S = \frac{\pi D^2}{4}$

AN : $e = \frac{400\times10^{-2}\times3{,}14\times25\times10^{-4}}{0{,}1\times4} = 7{,}85.10^{-2}V$.

5.

a. Temps au bout duquel le courant s'annule.

$i(t) = 0 \longleftrightarrow 8-2t^2=0 \Rightarrow t_1 = 2s$.

b. Expression de l'intensité du courant dans la bobine.

$i' = \frac{e}{a+R}$ or $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ et $\Phi = N'BS' = N'.4\pi.10^{-7}\frac{Ni}{l}\frac{\pi D'^2}{4} = \pi^2.10^{-7}\frac{NN'D'^2}{l}(8-2t^2)$

$\Rightarrow e = \frac{4\pi^2.10^{-7}NN'D'^2t}{l}$ d'où $i = \frac{4\pi^2.10^{-7}NN'D'^2t}{l(a+R)}$

Valeur de i' pour $t = t_1$.

AN : $i' = \frac{4\times3{,}14^2.10^{-7}\times400\times200\times16\times10^{-4}\times2}{0{,}4\times50} = 5{,}048.10^{-5}$

$\Rightarrow i' = 5{,}05.10^{-5}A$.

c. f.e.m d'auto-induction qui prend naissance dans le solénoïde en fonction du temps.

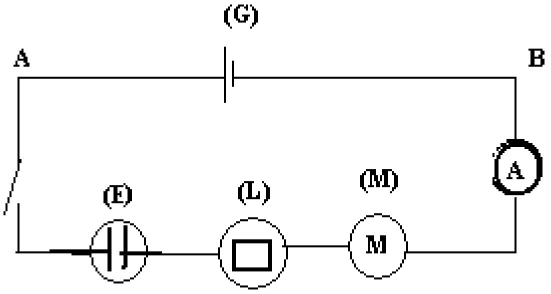
$e = -L\frac{di}{dt} = -\frac{Ld(8-2t^2)}{dt} = 4Lt$.

AN : $e = 4\times10^{-3}\times2 = 8\times10^{-3}$ $\Rightarrow e = 8.10^{-3}V$.

Chapitre 13: L'ENERGIE ELECTRIQUE CONSOMMEE PAR UNE PORTION DE CIRCUIT.

1. Energie électrique consommée

Considérons le circuit ci-dessous alimenté par un générateur de courant continu



Lorsque l'interrupteur est ouvert, on n'observe rien.
Dès que l'interrupteur est fermé, on constate que :

- L'aiguille de l'ampèremètre dévie, preuve que le courant circule dans le circuit.
- La lampe brille : elle transforme l'énergie électrique reçue en énergie calorifique(W_{cal}).
- Le moteur tourne : il transformé l'énergie électrique reçue en énergie mécanique (W_{mec}).
- Il y'a dégagement de gaz aux électrodes de l'électrolyseur, il transforme donc l'énergie électrique reçue en énergie chimique (W_{ch}).
- La lampe le moteur et l'électrolyseur s'échauffent.

Lors du passage du courant électrique dans une portion de circuit, l'énergie électrique est donc transformée en énergie calorifique, chimique et mécanique d'ou $W_{el} = W_{méc} + W_{ch} + W_{cal}$.

2. Expression de l'énergie électrique W et de la puissance électrique P consommée dans une position de circuit pendant un temps et parcourue par un courant d'intensité I de d.d.P U à ses bornes.

En courant continu.

$W = UIt$
$P = UI$

En courant alternatif.

$W = k U I$
$P = kUI = kP_a$

K= facteur de puissance
P_a= puissance apparente

Rendememt.

* Générateur : $\eta = \dfrac{\text{Puissance fournie au circuit extérieur}}{\text{Puissance électrique}} = \dfrac{UI}{EI} = \dfrac{W}{E}$

- Récepteur : $\eta = \dfrac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance reçue}} = \dfrac{E'I}{UI} = \dfrac{E'}{U}$
- Résistor : $\eta = \dfrac{\text{Puissance reçue}}{\text{Puissance calorifique}} = \dfrac{UI}{RI^2} = \dfrac{RIxI}{RI^2} = 1$

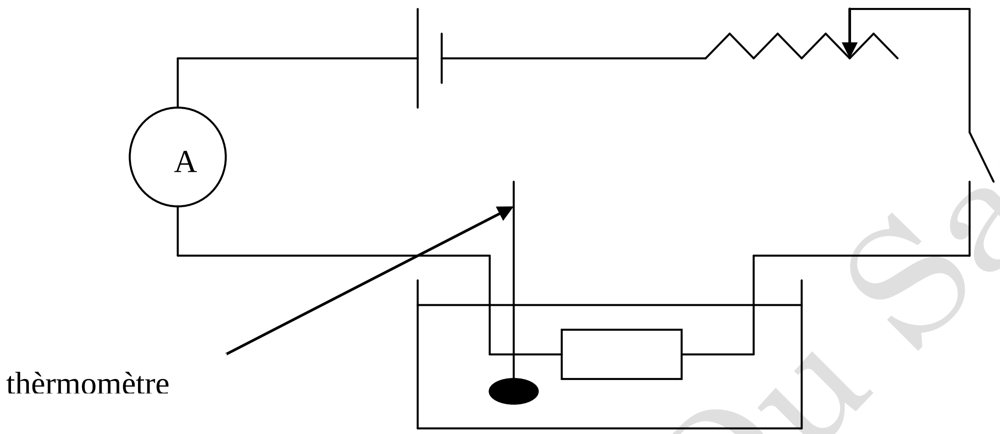
- Circuit : $\eta = \dfrac{\text{Puissance réellement utilisée dans les récepteurs}}{\text{Puissance électrique du générateur}} = \dfrac{E'I}{EI} = \dfrac{E'}{E}$

3. **La loi de joule**

   a. Expérience.

Considérons un circuit constitué :

- d'un générateur, d'un interrupteur, d'un ampèremètre, d'un rhéostat (dipôle permettant de faire varier l'intensité du courant dans un circuit) et d'un résistor plongeant dans un calorimètre contenant du pétrole.



b. observation

Lorsqu'on ferme l'interrupteur, on constate que :

-La chaleur dégagée dans la conducteur ohmique est absorbée par le calorimètre et on contenu pour une élévation de température $\Delta\theta$. Soit Q la quantité de chaleur totale échangée par le calorimètre et son contenu, on a :

$Q = \mu Ce\Delta\theta + mCp\ \Delta\theta = \Delta\theta(\mu Ce + mCp)$. Avec m (masse du contenu), Cp(chaleur massique du pétrole, μ(valeur en eau du calorimètre), C_e(chaleur massique de l'eau).

Cette quantité de chaleur dépend :

- du carré de l'intensité du courant.
- De la durée du passage du courant.
- De la nature du conducteur (sa résistance).

La loi de joule :l'énergie électrique consommée dans une portion de circuit ne renfermant qu'un résistor est égale au produit de la résistance R du résistor par le carré de l'intensité du courant I et par la durée t de traversée de courant :

$W = RI^2t$.

Remarque : L'effet joule à lieu aussi bien en courant alternatif qu'en courant continu. On rappel l'intensité du courant alternatif est lié au courant maximal par la relation $\mathbf{I_{eff} = I_{max}/\sqrt{2}}$. De même $\mathbf{U_{eff} = U_{max}/\sqrt{2}}$.

c. application de l'effet joule.

Il trouve son application dans plusieurs domaines :

- en électroménagers (fer à repasser, chauffe-eau, grille pain)

- en industrie, les fours électriques.
- Dans les installations électriques (fusibles etc.)

4. Puissance consommee par effet joule dans une portion de circuit par effet joule en courant alternatif.

Soit r la résistance du circuit.On a :

$$P_c = rI^2 \text{ or } P = kUI \Rightarrow I = \frac{P}{kU} \text{ d'où } P_C = r\left(\frac{P}{kU}\right)^2$$

Cette perte étant à la charge de distributeur d'énergie (AES- SONEL au Cameroun) a intérêt à la minimiser :soit en choisissant des câbles de grande section afin que la résistance r soit faible car $r = \frac{\varphi l}{s}$ pour les fils cylindriques et homogènes ;soit en fonctionnant sous haute tension (U. élevée) ; soit en augmentant le facteur de puissance k du circuit.

Exercices et problèmes résolus

Exercice1 :

On désire étudier la caractéristique d'une pile :

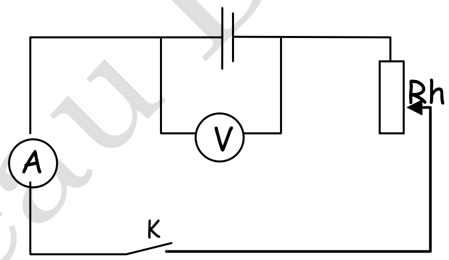
1. Définir quel type de caractéristique doit on étudier ?
2. Définir cette caractéristique.
3. Faire le schéma du montage et donner le rôle de chaque élément de montage.
4. L'expérience a fourni les résultats suivants :

U (V)	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4
I (A)	1	1,5	2,0	2,5	3

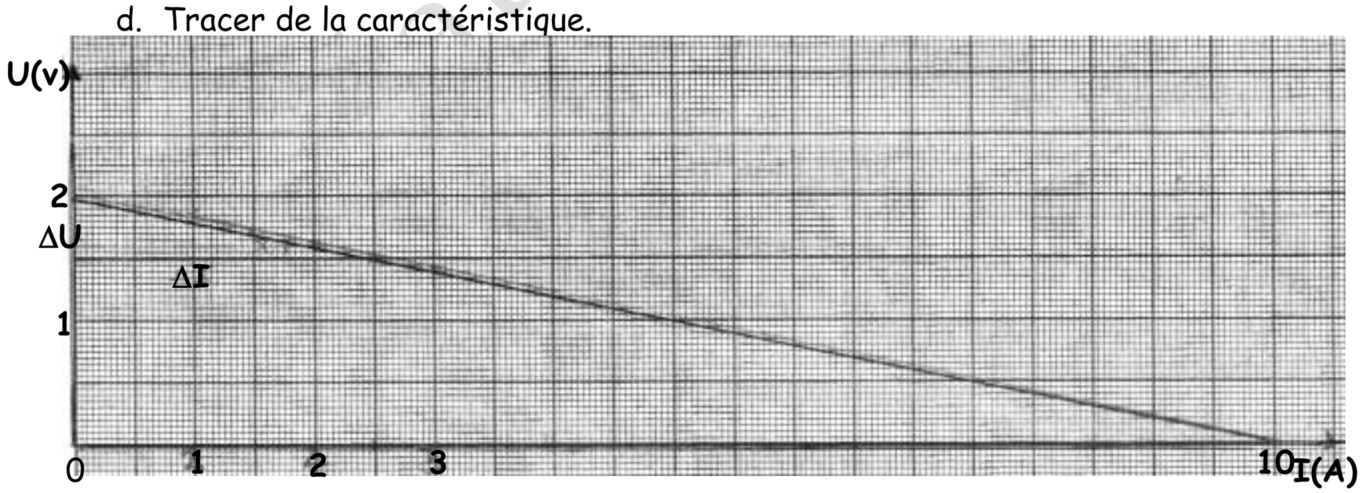
   d. Tracer la caractéristique U =f(I) de pile.
   e. On ouvre l'interrupteur. Quelle valeur U_0 de la tension U doit on s'attendre à mesurer ?
   f. Quelle est la forme de l'équation de cette caractéristique ? En déduire la valeur de la résistance interne de la pile.
   g. Comment appelle t-on l'intensité du courant lorsqu'on annule la tension aux bornes de la pile ? Déterminer sa valeur. Echelle : 2cm→ 1A ; 2cm→ 1V.

Solution:

1. Il s'agit de la caractéristique intensité-tension.
2. Elle est la variation de la tension en fonction de l'intensité du courant.
3. Schéma du montage.



4.
   d. Tracer de la caractéristique.



   e. K ouvert la valeur de la tension Uo qu'on doit attendre à mesurer est la f.e.m de la pile.

f. Equation de la caractéristique.

Elle est de la forme $U = E - rI$.

Graphiquement $E = 2V$ (ordonnée à l'origine) et $r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$ (pente de la droite) $= \frac{1,5-2}{(2,5-0)} = \frac{-0,5}{2,5}$ $= r\ 0,2\Omega$.

g. Si $U = 0$, l'intensité du courant est appelée courant de court-circuit qu'on note I_{cc}. $I_{cc} = \frac{E}{r}$ AN : $I_{cc} = \frac{2}{0,2} = 10 \Rightarrow I_{cc} = 10A$.

Exercice2 :

On associe en série une batterie d'accumulateurs de caractéristiques ($E = 18v$; $r = 1,2\Omega$), un conducteur ohmique de résistance $R = 4,8\Omega$, un moteur de f.c.e.m E' et de résistance r' et un ampèremètre de résistance négligeable.

1. On empêche le moteur de tourner ; l'intensité du courant dans le circuit vaut alors $I_1 = 2,1A$ calculer r'.
2. Le moteur tourne à la vitesse de 150tr/min; l'intensité du courant vaut alors $I_2 = 1,2A$. Calculer E'.
3. Quel est le moment du couple moteur ?
4. Calculer le rendement de la batterie, du conducteur ohmique, du moteur et du circuit lorsque $I = I_2 = 1,2A$.

Solution:

1. Calcul de r'.

$I = \Sigma R / \Sigma E = \frac{E}{r+r'+R} \Rightarrow \frac{E}{I}$ $r' = -(r+R')$ AN : $r' = 2,57\Omega$.

2. Le moteur ne tourne pas donc $E' = 0$.

3. Moment du couple moteur.

$P = M.\omega = E'I \Rightarrow M = \frac{E'I}{\omega} = \frac{E'I}{2\pi N}$ AN : $M = 0,6N.m$.

4. *Rendement de la batterie.

$\eta = \frac{PI}{PT} = \frac{U}{E}$ AN : $\eta = \frac{E'-rI_2}{E} = \frac{18-1,2\times1,2}{18} = 0,92$.

* Rendement du moteur.

$\eta = \frac{P}{U} = \frac{E'I}{UI} = \frac{E'}{U} = 0,46$.

*Rendement du circuit.

$\eta = \frac{E'}{E}$ AN: $\eta = 0,43$.

Exercice3 :

Pour construire un générateur de f.é.m. E = 45V et de résistance interne r =0,1Ω on dispose d'éléments de piles de f.é.m.E_1 = 1,5V et résistance interne r_1 = 0,02Ω.

1. Comment doit – on disposer ces éléments de piles ?
2. Combien de piles doit – on utiliser en tout ?

On dispose en série le générateur précédent de caractéristiques E et r ; un résistor de résistance R = 12Ω ; un moteur de f.é.m. E' et de résistance interne r' ; un ampèremètre de résistance g=2Ω. Le moteur étant bloqué, l'ampèremètre indique 3A. Lorsque le moteur tourne, l'ampèremètre indique 2A.

3. Faire le schéma du circuit.
4. Calculer E' et r'.

L'ampèremètre du circuit précédent est shunté au 1/10e. Calculer en envisageant le cas ou le moteur tourne et le cas ou le moteur est bloqué.

5. La résistance du shunt.
6. L'intensité du courant qui passe dans l'ampèremètre.

Dans le circuit précédent on remplace l'ampèremètre shunté par un électrolyseur d'argent avec anode en argent. Sachant que la résistance de l'électrolyseur r' = 2Ω et que le moteur tourne.

7. Quelle est la nature de cet électrolyseur ?
8. Calculer l'intensité du courant dans le circuit.
9. Ecrire les équations aux électrodes.
10. Calculer la masse d'argent déposé à la cathode en 1 heure.

Solution:

1. Disposition des piles.

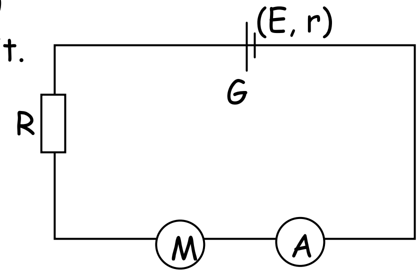
$$E = nE_1 \Rightarrow n = \frac{E}{E_1} = \frac{45}{1,5} = 30.$$

$$r = \frac{nr_1}{m} \Rightarrow m = \frac{nr_1}{r} = \frac{30\times 0,02}{0,1} = 6.$$

2. Nombre total de piles.

P = n×m = 30x6 = 180

3. Schéma du circuit.



4. Calcul de E' et r'.

Moteur bloqué ⇒ E' =0 on a :

$$I_1 = \frac{E}{r+R+r'+g} \Rightarrow r' = \frac{E}{I_1}-(r+R+g)$$

AN: $r' = 0{,}9\Omega$.

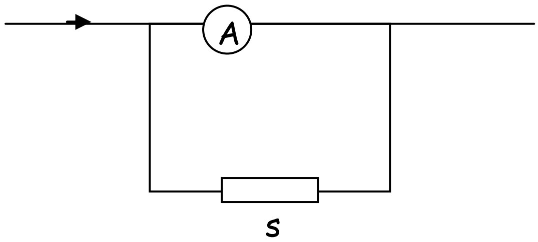
Moteur en mouvement en rotation.

$I_2 = \dfrac{E-E'}{r+R+r'+g} \Rightarrow E' = E - I_2\,(r+R+r'+g)$. AN: $E' = 15V$.

5. Résistance du shunt. Elle ne dépend pas de la rotation ou non du moteur

$S = \dfrac{g}{n-1}$ AN : $S = \dfrac{2}{10-1} = 0{,}22\Omega \Rightarrow S = 0{,}22\Omega$.

6. L'intensité du courant qui passe dans l'ampèremètre.



Note : Lorsqu'on ajoute ou enlève un élément électrique d'un circuit électrique, l'intensité du courant principal est modifiée.

Déterminons l'intensité du courant principal.

Moteur bloqué : $I = \dfrac{E}{r+r'+R_e+g}$ avec $Re = \dfrac{g.s}{s+g}$ $I = \dfrac{45}{0{,}1+0{,}9+12+0{,}198} = 3{,}22$

$Ia = \dfrac{I}{n} = 0{,}322$ AN : $Ia = \dfrac{3{,}22}{10} = 0{,}322 \Rightarrow Ia = 0{,}322A$

Moteur tourne :

$I = \dfrac{E-E'}{\Sigma R} = 1{,}07 \Rightarrow Ia = \dfrac{I}{n} \approx 0{,}11 \Rightarrow Ia = 0{,}11A$.

7. Nature de l'électrolyseur: électrolyseur à anode soluble
8. Intensité du courant dans le circuit.

L'électrolyseur à anode soluble se comporte comme un résistor dont la résistance ici 2Ω est égale à la résistance de l'ampèremètre avant le shuntage alors l'intensité du courant est I = 2A. (cas où le moteur tourne).

9. Equations aux électrodes.

Anode : $Ag \longrightarrow e^- + Ag^+$

Cathode: $Ag^+ + e^- \longrightarrow Ag$

Bilan: $Ag \longrightarrow Ag$.

Au cours d'une telle électrolyse, il y a transport de matière de l'anode pour la cathode.

10. Masse d'argent déposé à la cathode en 1h.

$m = \dfrac{1}{F} \times \dfrac{A}{x} It$. AN $m = \dfrac{1}{96500} \times \dfrac{108}{1} \times 2 \times 3600 = m = 8{,}06g$.

Exercice4 :

Un générateur de f.e.m 12V et de résistance interne 6 ohms débite un courant I dans un circuit formé en série d'un récepteur de caractéristique (2V ; 10Ω) et d'un résistor de résistance 4Ω.

1. Définir : récepteur, résistor.
2. Enoncer la loi de pouillet puis en déduire l'intensité du courant.
3. Calculer :
   a. La puissance électrique produit par le générateur réçue par le récepteur et le résistor.
   b. La puissance utile du récepteur.
   c. La puissance dissipée par effet joule dans le récepteur et dans le résistor.
   d. La puissance fournie au circuit extérieur par le générateur.
4. Déterminer le rendement du générateur, du résistor et du récepteur ainsi que celui du circuit.

Solution:

1. Définition.

Résistor: Dipôle qui transforme intégralement l'énergie électrique reçue en énergie calorifique.

Récepteur : Dipôle qui transforme l'énergie électrique reçue en une autre forme que l'énergie calorifique.

Exemple : électrolyseur (énergie chimique), Moteur (énergie mécanique)

2. Loi de Pouillet : l'intensité du courant est égale au rapport de la somme algébrique des forces électromotrices à la somme des résistances dans un circuit fermé sans dérivation. Les f.e.m des pôles fonctionnant en générateur sont comptées positivement ; celles des dipôles fonctionnant en récepteur sont comptées négativement. $I = \sum E / \sum R$.

Intensité du courant.

$I = \frac{E-E'}{r+r'+R}$ AN: $I = \frac{12-2}{6+10+4} = 0,5 \Rightarrow I = 0,5A$.

3. Calculons:
   a. La puissance électrique:

   * produit par le générateur.

   $P = EI$ AN: $P = 12\times0,5 = 6 \Rightarrow P = 6W$.

   *Reçue par le récepteur.

   $P = UI = (E'+r'I)\,I$ AN: $P = (2+10\times0,5)0,5 = 3,5W$.

   *Reçue par le résistor.

   $P = U_RI$ or $U_G = U_R+Ur \Rightarrow U_R = U_G + Ur = E\text{-}rI\text{-}(E'+r'I) = E\text{-}E'\text{-}(r+r')\,I \Rightarrow$

   $P = [E\text{-}E'\text{-}(r+r')I]\,I$. AN: $P = [12\text{-}2\text{-}(6+10)0,5]0,5 = 1 \Rightarrow P = 1W$.

   b. Puissance utile du récepteur.

   $P = E'I$ AN : $P = 2\text{x}0,5 = 1W$.

   c. Puissance dissipé par effet joule dans:

* Le récepteur : $P = r'I^2$ AN : $P = 10x0{,}5^2 = 2{,}5W$
* Le resistor : $P = RI^2$ AN: $P = 4x0{,}5^2 = 1W$

d. Puissance fournie au circuit extérieur par le générateur.

$P = UI = (E-rI)I$ AN : $P = (12-6x0{,}5).0{,}5 = 45$ $\Rightarrow P = 4{,}5W$.

4. Rendement:

* Du générateur: $\eta = \dfrac{P \text{ fournie au circuit extérieur}}{P \text{ produit par le générateur}} = \dfrac{4{,}5}{6} = 0{,}75$.

* Du résistor : $\eta = \dfrac{P_{\text{dissipé par effet foule}}}{Preçue} = \dfrac{1}{1} = 1$.

* Du récepteur : $\eta = \dfrac{P_{utile}}{Preçue} = \dfrac{1}{35} = 0{,}28$.

* Du circuit : $\eta = \dfrac{P_{utile}}{Pprod} = \dfrac{1}{6} = 0{,}17$.

Exercice5 :

La plaque signalétique d'un moteur électrique à courant alternatif est la suivante P_u = 2 KW. U = 220V ; r = 0,9 ; K= 0,85.

1. Quelle est la puissance absorbée par le moteur ?
2. Calculer la puissance apparente du moteur.
3. Quelle est l'intensité du courant de fonctionnement ?

Solution:

1. La puissance absorbée par le moteur est la puissance utile pour son fonctionnement. $P_U = 2\ kw = 2.10^3 w$.
2. Puissance apparente du moteur.

$P_U = Pa.k \Rightarrow Pa = \dfrac{P_U}{k}$.

AN: $Pa = 2.10^3/0{,}85 = 2{,}35.10^3 \Rightarrow Pa = 2{,}35.10^3 w$.

3. Intensité du courant.

$Pa = UI \Rightarrow I = Pa/U$. AN: $I = \dfrac{2{,}35.10^3}{220} = 10{,}68 \Rightarrow I = 10{,}68A$

Exercice6 :

Une ligne de transport, de résistance r, est utilisée pour alimenter une installation de facteur de puissance K.

Soit, P_f la puissance électrique fournie, U la tension au départ de la ligne.

1. Donner en fonction de P_f. U et K l'expression de l'intensité du courant dans la ligne.
2. Déduire l'expression de la puissance consommée par effet joule dans la ligne de transport.
3. Quelles solutions peut-on préconiser pour limiter les pertes dans les lignes ?
4. Calculer la puissance électrique perdue dans la ligne avec les données suivantes : U = 220V ; r = 0,8Ω ; K = 0,9 ; P_f = 20KW.

Solution:

1. Donnons en fonction de P_f, U et k l'expression de l'intensité du courant dans la ligne.

La puissance électrique fournie est $P_f = UIk \Rightarrow I = P_f/Uk$.

2. Déduction de l'expression de la puissance consommée par effet joule dans la ligne de transport. $P_P = rI^2 \Rightarrow P_P = r(P_f/Uk)^2$
3. Solution à préconiser pour limiter les pertes dans les lignes. D'après l'expression ci-dessus on constate que P_P est proportionnelle à r et inversement proportionnel à U et k on doit donc :

- Diminuer r en augmentant la section du fil car $r = \frac{\varphi l}{s}$ (résistance d'un fil homogène et cylindrique).
- Transporter l'énergie électrique sous haute tension U.
- Augmenter le facteur de puissance k.

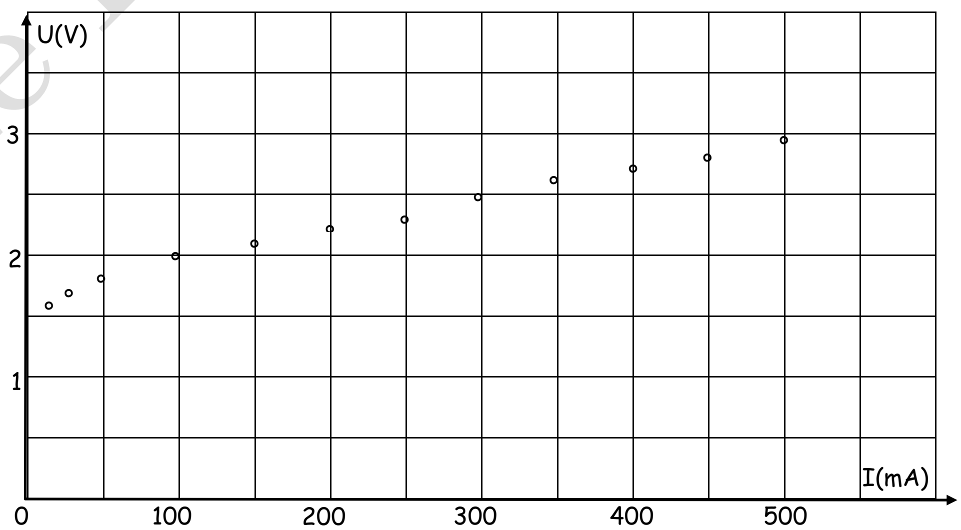
4. Calcul de la puissance électrique perdue dans la ligne.

AN : $P_P = 0{,}8\left(\frac{20.10^3}{220\times 0{,}8}\right)^2$ AN : $P_f = 10{,}33W$.

Exercice7 :

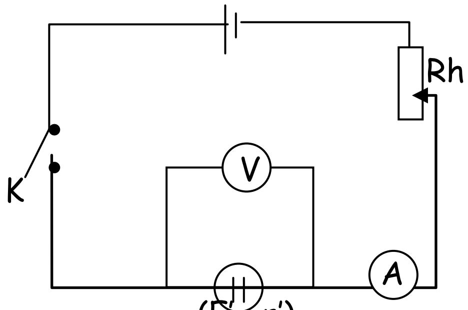
Pour déterminer expérimentalement la f.c.e.m. E' et la résistance interne r' d'un récepteur, on se propose d'étudier les variations de la d.d.p. U à ses bornes, en fonction de l'intensité I du courant qui le traverse.

1. Proposer un dispositif expérimental permettant de faire varier I et de mesurer U et I. On fera un schéma soigné du circuit électrique correspondant et l'on indiquera brièvement la fonction de chacun des éléments autre que le récepteur et les fils de connexion.
2. Les mesures ont été effectuées et les résultats ont été reportés sur la figure ci-dessous.
   a. Tracer sur cette figure, la caractéristique du récepteur.
   b. Déterminer graphiquement les valeurs de E' et r'.
3. Pour un réglage donné du dispositif, la tension mesurée aux bornes du récepteur est $U_0 = 2{,}8V$.
   a. Quelle est l'intensité I_0 du courant qui le traverse ?
   On fera sur la figure, une détermination graphique.
   b. Calculer alors la puissance électrique transformée en une forme d'énergie autre que thermique par le récepteur. En déduire son rendement.



Solution:

1. Dispositif expérimental permettent de faire varier I et de mesure U.

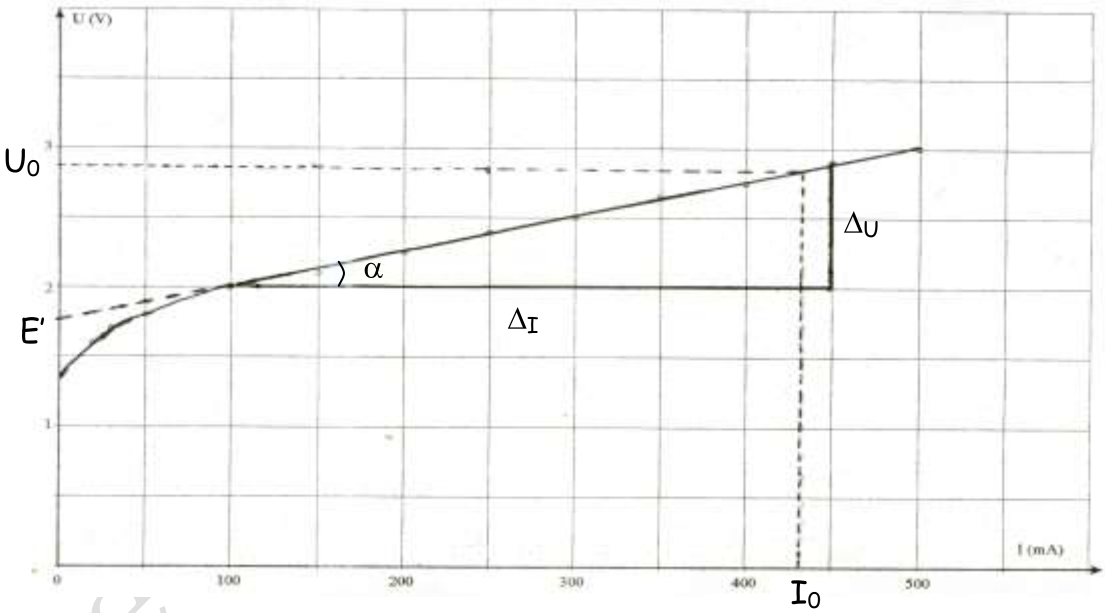


Fonction de chacun des éléments autre que le récepteur :

- Générateur : source du courant électrique.
- Voltmètre : mesure la tension aux bornes du récepteur
- Ampèremètre : mesure l'intensité du courant qui traverse le circuit.
- Rhéostat : permet de faire varier l'intensité du courant.
- Interrupteur : permet de fermer ou d'ouvrir le circuit.

2.

a. Tracer de la caractéristique du récepteur.



b. Détermination graphique de E' et r'

E' est l'ordonnée à l'origine : E' = 1,70V.

r' est la pente de la caractéristique de la partie rectiligne

$$r' = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{2,9 - 2}{(450-100).10^{-3}} = 2,57 \Rightarrow r' = 2,57\Omega$$

3.

a. Intensité I_O du courant qui le traverse

$$U = E' + r'I_O \Rightarrow I_0 = \frac{U_O - E'}{r'} \quad \text{AN: } I_0 = \frac{2,8-1,70}{2,57} = 0,428 \Rightarrow I_O = 428\text{mA}.$$

b. Calcul de la puissance électrique transformée en une autre forme que thermique par le récepteur.

$P' = E'I_0$: AN : $P' = 1{,}75 \times 0{,}408 = 0{,}714W$.

Rendement du récepteur.

$\eta = \dfrac{P'}{P_T} = \dfrac{E'}{U}$ AN: $\eta = \dfrac{1{,}70}{2{,}8} = 60{,}7\%$.

c. Détermination graphique de I_0.

L'abscisse du point d'ordonnée $U_O = 2{,}8V$ est I_0 tel que $OI_0 = 8{,}6cm$. L'étude du document montre que :

1cm $\longrightarrow$ 50mA. D'où $I_0 = \dfrac{8{,}6 \times 50}{1} = 430mA$.

Exercice8 :

On considère le circuit ci-contre

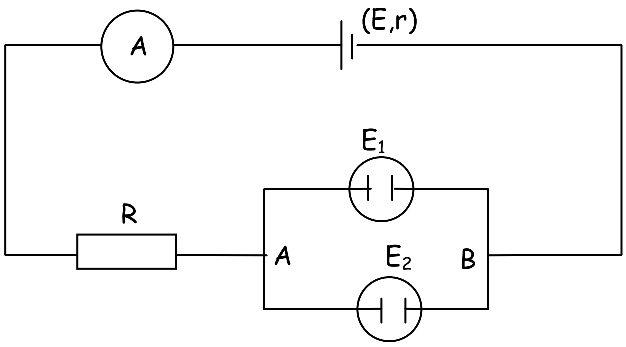
La pile (P,N) est formée de 12 éléments identiques disposés en séries de 4 éléments chacune ;

- Chaque élément a une f.é.m de 2V et une résistance interne de 0,3Ω ;
- R est un résitor de résitance R=1Ω baignant dans 400g ;

de pétrole contenu dans un calorimètre dont on négligera la capacité calorifique ;

- La branche AB comporte un électrolyseur à eau acidulée et à électrodes de platine ;
- La branche CD comprend un petit moteur.

1. Calculer :
   - la f.é.m de la pile (P,N)
   - la résitance interne de la pile
2. Sachant que la température du pétrole s'élève de 2,4°C en 8 min 20, calculer l'intensité du courant qui traverse le résistor ; on donne : chaleur massique du pétrole 2090 J.kg.°C
3. Déterminer la valeur de la tension U_{AB}.



Solution:

1. Calcul de la f.é.m de la pile.

On a un montage mixte de 3 branches de 4 éléments chacune

$E = nE_O$ AN : $E = 4 \times 2 = 8 \Rightarrow E = 8V$.

- Résistance interne de la pile.

$r = \dfrac{nr_0}{m}$ AN : $r = \dfrac{4 \times 0{,}3}{3} = 0{,}4 \Rightarrow r = 0{,}4\Omega$

2. Calcul de l'intensité du courant.

On a : $Q = mc\,\Delta\theta = RI^2t \Rightarrow I = \sqrt{\dfrac{mC\Delta\theta}{Rt}}$

AN : $I = \sqrt{\dfrac{0{,}4 x 2090 x 2{,}4}{1 x (8 x 60 + 20)}} = 0{,}63 \Rightarrow I = 0{,}63A$.

3. Valeur de la tension U_{AB}.

$U_{AB} = U_{CD}$ car électrolyseur en parallèle au moteur.
$U_{PN} = U_R + U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = U_{PN} - U_R = E - rI - RI \Rightarrow U_{AB} = E-(r+R)I$
AN: $U_{AB} = 8-(0,3+1)\times 0,63 = 7,18 \Rightarrow U_{AB} = 7,18V$.

Exercice9 :

On considère le circuit électrique représenté par la figure ci-contre. E_1 est un électrolyseur au sulfate de cuivre(II) avec des électrodes en cuivre et de résistance interne r_1. E_2 est un électrolyseur au nitrate d'argent avec des électrodes en argent et sa résistance interne est r_2. On note I, l'intensité du courant principal et I_1 et I_2, les intensités des courants dans les branches de E_1 et E_2 respectivement. Pendant une heure, l'intensité du courant principal restant constante, on constate des variations de la masse de chacune des cathodes :

E_1 : $\Delta m = m_1 = 0,75g$; E_2 : $\Delta m = m_2 = 4,32g$.

1. a. Calculer I_1 et I_2, en déduire I.
   b. Exprimer la différence de potentiel U_{AB} entre A et B, en déduire les valeurs numériques de r_1 et r_2.
2. - On remplace les électrolyseurs E_1 et E_2 par un moteur M de force contre-électromotrice E' et de résistance interne r'.

On se propose d'étudier les variations de la puissance mécanique disponible sur l'arbre du moteur Pm en fonction de l'intensité du courant qui traverse le circuit.

a. Exprimer la puissance mécanique P, en fonction de I et des autres paramètres du circuit (E, R, r et r').
b. Montrer que lorsque I varie P passe par un maximum pour $I_0 = 1A$.
c. Le moteur fourni une puissance mécanique $P_1 = 3W$. Montrer qu'il existe, en théorie deux valeurs pour l'intensité du courant à travers le circuit.
d. Quelle est des deux valeurs, celle qui est la plus économique en énergie ?

Solution:

1.

a. Calcul de I_1 et I_2.

Dans E_1 : $\Delta m = m_1 = \frac{1}{F}\frac{A}{x} I_1 t \Rightarrow I_1 = \frac{m_1 F x}{At}$ AN: $I_1 = \frac{0,75 \times 96500 \times 2}{64 \times 3600} = 0,63 \Rightarrow I_1 = 0,63A$.

Dans E_2 : de même $I_2 = \frac{m_2 F x}{At}$ AN : $I_2 = \frac{4,32 \times 96500 \times 1}{108 \times 3600} = 1,07 \Rightarrow I_2 = 1,07A$.

Déduction de I : $I = I_1 + I_2$ AN: $I = 1,7A$.

b. Expression de la différence de potentiel U_{AB}.

$U_{AB} = U_G - U_R = E - rI - RI = E-(r+R)I$

*Déduction des valeurs de r_1 et r_2.

Ces électrolyseurs sont à anode soluble donc leur f.é.m est nulle.

On a alors : $U_{AB} = r_1 I_1 \Rightarrow r_1 = \frac{U_{AB}}{I_1} \Rightarrow r_1 = \frac{E-(r+R)I}{I_1}$ AN: $r_1 = \frac{12-(2+3)\times 1,7}{0,63} = 5,55\Omega$

De même $r_2 = \frac{E-(r+R)I}{I_2}$ AN : $r_2 = \frac{12-(2+3)\times 1,7}{1,07} = 3,27\Omega$

2.

a. Expression de la puissance mécanique.

$P = E'I$ or $I = \frac{E-E'}{r+r'+R}$ $\Rightarrow$ $E' = E-(r+r'+R)I \Rightarrow P = [E-(r+r'+R)I].I$.

b. Montrons que lorsque I varie, P passe par un maximum.

Si P passe par un maximum alors $\frac{dp}{d_I} = 0$(c'est-à-dire la dérivée de P par rapport à I est nulle).

$\Leftrightarrow E-2(r+r'+R)I = 0$ $\Rightarrow I = I_0 = \frac{E}{2(r+r'+R)} = \frac{12}{2(2+1+3)} = 1$ $\Rightarrow I=1A$

c. Montrons qu'il existe deux valeurs pour l'intensité du courant.

$P_1 = 3 \Leftrightarrow EI-(r+r'+R)I^2 = 3 \Leftrightarrow (r+r'+R)I^2-EI + 3 = 0$.

$\Rightarrow 6I^2-12I + 3 = 0$

$\Rightarrow I_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{2} = 1,71A$ $\quad I_2 = \frac{2-\sqrt{2}}{2} = 0,29A$.

d. Valeur de I la plus économe en énergie.

La puissance disponible aux bornes du générateur a pour expression:

$P=UI$ or $U= E-rI \Rightarrow P=(E-rI)I$

Pour $I=I_1=1,71A$, $P_1= [12-2x1,71]x1,71 = 14,67W$

Pour $I =I_2=0,29A$, $P_2=[12-2x0,29]x0,29 = 3,312W$

D'où la valeur de I la plus économe en énergie est I= 0,29A.