

# Université Des Montagnes

(UdM)

B.P. 208 Bangangté

## CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE

Filière des Sciences et de Technologie

Session du 8 août 2010

### **INSTRUCTIONS AUX CANDIDATS**

- La durée de chaque épreuve est de 2 heures
- Chaque épreuve est constituée de 20 exercices. Chaque exercice comporte cinq propositions de réponse: a), b), c), d), e).
- Le candidat indiquera pour chaque proposition si elle est vraie (V) ou fausse (F).
- Toute réponse exacte donne droit à un point.
- Toute réponse inexacte entraîne le retrait d'un demi point.
- L'annulation d'une réponse ou l'abstention n'est pas prise en compte, c'est-à-dire qu'elle n'entraîne ni rajout, ni retrait de point.
- Il est conseillé de s'abstenir de répondre à une question quand on n'est pas sûr de la réponse
- Une bonification d'un point est ajoutée chaque fois qu'un exercice est traité correctement, c'est-à-dire lorsque les mentions vraie (V) ou fausse (F) sont toutes exactes pour les 5 propositions de réponse.
- Vous devez commencer par remplir la partie administrative de votre feuille de composition.

## Epreuve de Mathématiques Calculatrices autorisées

### Exercice 1

$(u_n)_{n \geq 2}$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{-1}{2}$  et de premier terme  $u_2 = \frac{-1}{3}$ . On pose :

$$P_n = u_2 u_3 \cdots u_n$$

- L'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$  est  $u_n = \frac{-1}{3} \left( \frac{-1}{2} \right)^n$
- $(u_n)_{n \geq 2}$  est une suite strictement monotone.
- La limite de  $S_n = u_2 + u_3 + \cdots + u_n$  est  $\frac{-2}{9}$ .
- $P_n$  est le produit de  $n - 2$  premiers termes consécutifs de la suite  $(u_n)_{n \geq 2}$ .
- $P_5 = \left( \frac{-1}{3} \right)^4 \left( \frac{-1}{2} \right)^6$ .

### Exercice 2

Dans une culture bactérienne, le nombre de bactéries est multiplié par 2 toutes les heures. On note  $N_t$  le nombre de bactéries après  $t$  heures. L'opération de multiplication débute le 28 février 2008 à 14 heures. 50 heures après, le nombre  $N_0$  est multiplié par au moins  $10^{15}$ .

- $N_t = N_0 e^{-2t}$ .
- $N_t = 2^t N_0$ .
- Le 28 Février 2008 à 24h, le nombre  $N_0$  de bactéries est multiplié par 1024.
- Le nombre de bactéries est multiplié par au moins  $10^{15}$  le 1 Mars 2008 à 16h.
- Le nombre de bactéries est multiplié par au moins  $10^{15}$  le 2 Mars 2008 à 16h.

### Exercice 3

On considère le nombre complexe  $Z_n = \left( \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \right)^n$  où  $n$  est entier naturel non nul et on pose  $Z_0 = 1$ . On désigne respectivement par  $\text{Im}(Z_n)$  et  $\text{Re}(Z_n)$  les parties imaginaire et réelle de  $Z_n$ .

- $\text{Re}(Z_n) = \left( \frac{-1}{2} \right)^n$  et  $\text{Im}(Z_n) = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^n$ .
- $\text{Re}(Z_n) = \cos \frac{2n\pi}{3}$  et  $\text{Im}(Z_n) = \sin \frac{2n\pi}{3}$ .
- $\cos \frac{2n\pi}{3} + i \sin \frac{2n\pi}{3}$  est la forme trigonométrique de  $Z_n$ .
- $(Z_1)^{3n+1}$  est un nombre réel.
- $Z_5 + Z_4 + Z_3 + Z_2 + Z_1 + Z_0 = 0$

### Exercice 4

On considère dans l'ensemble des nombres complexes l'équation (E) :  $\bar{Z} = jZ^2$  où

$$j = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{2\pi}{3}}. \quad Z_0 \text{ une solution non nulle de (E).}$$

- $\bar{Z}_0$  est une solution de (E).

- b)  $|Z_0| = 1$ .
- c) La forme exponentielle du nombre complexe  $\cos \frac{2\pi}{9} - i \sin \frac{2\pi}{9}$  est  $e^{i\frac{2\pi}{9}}$ .
- d) Le nombre complexe  $e^{-i\frac{2\pi}{9}}$  est une solution de (E).
- e)  $\cos \frac{2\pi}{9} - i \sin \frac{2\pi}{9}$  est une racine cubique de  $\bar{j}$ .

### **Exercice 5**

On considère les nombres complexes  $Z_1 = 1 + e^{i\theta}$  et  $Z_2 = 1 - e^{i\theta}$ , où  $\theta$  est un nombre réel de l'intervalle  $]0, 2\pi[$ . On rappelle que  $1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}$ ,  $1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$ ,  $\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$  et  $(1 + e^{i\theta})(1 - e^{-i\theta}) = 2i \sin \theta$ .

- a)  $Z_2$  est le conjugué de  $Z_1$ .
- b) Le module de  $Z_1$  est  $2 \cos \frac{\theta}{2}$ .
- c)  $Z_2$  est le nombre complexe de module  $2 \sin \frac{\theta}{2}$  et d'argument  $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$ .
- d) Si  $\theta \in ]\pi, 2\pi[$  alors la forme trigonométrique de  $Z_1$  est  $Z_1 = -2 \cos \frac{\theta}{2} e^{i\left(\frac{\pi+\theta}{2}\right)}$ .
- e) Le nombre complexe  $\frac{Z_1}{Z_2}$  est un nombre complexe imaginaire pur.

### **Exercice 6**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, I, J)$ .  $r$  est la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\frac{\pi}{4}$ ;  $h$  l'homothétie de centre  $I$  et de rapport  $-2$ .

- a)  $r \circ h$  est la similitude plane directe d'angle  $\frac{\pi}{4}$  et de rapport  $-2$ .
- b)  $r \circ h$  est la similitude directe d'angle  $\frac{-3\pi}{4}$  et de rapport  $2$ .
- c)  $h \circ r = r \circ h$ .
- d) La droite d'équation  $y = x$  a pour antécédent  $r \circ h$  la droite d'équation  $y = 0$ .
- e) La transformation complexe associée à  $r \circ h$  est de la forme  $Z \mapsto 2e^{i\frac{5\pi}{4}} Z + b$  où  $b$  est un nombre complexe.

### **Exercice 7**

$S$  est une similitude d'écriture complexe  $Z' = (1 - i)Z + 4i$ ,  $E$  l'ensemble des points  $M$  d'affixe  $Z$  tels que  $Z = 4 + iy$ ,  $y \in \mathbb{R}$ .  $A$  et  $B$  ont respectivement pour affixes  $4$  et  $\frac{-4i}{1-i} = 2 - 2i$ .

- a) L'homothétie de centre  $A$  et de rapport  $\sqrt{2}$  et la rotation de centre  $A$  et d'angle  $\frac{-\pi}{4}$  commutent.
- b)  $E$  est l'ensemble des points invariants par la similitude  $S$ .
- c)  $E$  est une droite parallèle à l'axe des ordonnées.
- d) Le point  $B$  est l'antécédent de  $O$ .

- e) L'ensemble des points  $M$  tels que  $|(1-i)Z + 4i| = 3\sqrt{2}$  est le cercle de centre  $\Omega(-2, 2)$  et de rayon 3.

### **Exercice 8**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $I = [10^{10}, +\infty[$  ;

- a) Si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  alors  $f$  est croissante sur  $I$ .
- b) Si  $f$  est croissante sur  $I$  alors  $f(I) = [f(10^{10}), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$ .
- c) Si  $f$  est continue et strictement croissante sur  $I$  alors  $f(I) = [f(10^{10}), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[ = f(I)$ .
- d) Si  $f$  est croissante sur  $I$  alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
- e) Si  $f$  est une bijection croissante de  $I$  vers  $f(I)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ , alors  $f^{-1}$  est une bijection croissante de  $]0, 10^{-10}]$  vers  $[10^{10}, +\infty[$ .

### **Exercice 9**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ . Pour tout nombre réel  $k$ , on définit la fonction  $f_k$

par :  $f_k(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ k & \text{si } x = 0 \end{cases}$ . Le taux d'accroissement entre 0 et  $x$  de  $f_k$  est  $T(x) = x \sin \frac{1}{x}$

et  $f_0'(x) = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$ .

- a) Pour tout nombre réel non nul  $x$ ,  $\left| x^2 \sin \frac{1}{x} \right| \leq x^2$ .
- b) La fonction  $f_1$  est continue en 0.
- c) La fonction  $f_0$  est dérivable en 0 et le nombre dérivé de  $f_0$  en 0 est 0.
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f_0'(x) = 0$ .
- e) La droite d'équation  $x = 0$  est un axe de symétrie de la courbe de  $f$ .

### **Exercice 10**

L'ensemble de définition de la fonction  $f : x \mapsto \ln(x^2 - 2x + 1)$  est :

- a)  $E = ]-\infty, 1[$ .
- b)  $E = ]0, +\infty[$ .
- c)  $E = \mathbb{R}$ .
- d)  $E = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
- e) Pour deux nombres réels  $a$  et  $b$ ,  $f(ab) = f(a) + f(b)$ .

### **Exercice 11**

On considère la fonction  $f : x \mapsto x + \cos x$  ;  $\forall x \in \mathbb{R}, -1 + x \leq f(x) \leq 1 + x$

- a)  $f'(\frac{\pi}{2}) = 0$  et  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .
- b)  $f$  est une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $\mathbb{R}$ .
- c)  $f^{-1}$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

d)  $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$  et  $(f^{-1})'\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 2$ .

e) La droite d'équation  $y = x$  est une asymptote à la courbe de  $f$ .

### **Exercice 12**

L'ensemble solution de l'inéquation  $4 \ln^2 x + 4 \ln x + 1 \leq 0$  est :

a) L'intervalle  $\left] -\infty, e^{\frac{-1}{2}} \right]$ .

b) L'intervalle  $\left[ e^{\frac{-1}{2}}, +\infty \right[$ .

c) Le singleton  $\left\{ e^{\frac{-1}{2}} \right\}$ .

d) L'ensemble des nombres réels.

e) L'ensemble vide.

### **Exercice 13**

Une primitive de la fonction  $f : x \mapsto \frac{6x}{x^2 - 25}$  sur  $] -5, 5[$  est la fonction :

a)  $F_1 : x \mapsto 6 \ln \sqrt{5+x} + 6 \ln \sqrt{5-x}$ .

b)  $F_2 : x \mapsto 3 \ln(x^2 - 25)$ .

c)  $F_3 : x \mapsto 3 \ln(25 - x^2)$ .

d)  $F_4 : x \mapsto \frac{3}{(x^2 - 25)^2}$ .

e)  $F_5 : x \mapsto 3x \ln(x^2 - 25)$ .

### **Exercice 14**

La primitive  $F$  de la fonction  $f : x \mapsto \frac{3}{2 \ln x^2}$  qui prend la valeur 2 en  $\frac{1}{2}$ ,

a) est la fonction  $x \mapsto 2 + \int_{\frac{1}{2}}^x f(t) dt$ .

b) est définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ .

c) est définie sur  $]1, +\infty[$ .

d) est définie sur  $]0, 1[$ .

e) Le nombre dérivé de  $F$  en  $\frac{1}{2}$  est  $\frac{-3}{2 \ln 2}$ .

### **Exercice 15**

On considère la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x^2}} \frac{1}{\ln t} dt$ ,  $D_h$  son ensemble de définition,  $F$  une

primitive de la fonction  $f : t \mapsto \frac{1}{\ln t}$  sur  $]0, 1[$  et sur  $]1, +\infty[$  telle que  $\lim_{u \rightarrow 0} F(u) = 2$ .

a)  $D_h$  est un intervalle de  $\mathbb{R}$ .

- b)  $h'(x) = \frac{1}{\ln x}$ .
- c)  $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \leq 0 \quad \forall x \in ]1, +\infty[$
- d) Si  $x \in ]0, 1[$  alors  $h(x)$  est strictement négatif.
- e)  $h(x) = F\left(\frac{1}{x^2}\right) - F\left(\frac{1}{x}\right)$  et l'axe des abscisses est asymptote à la courbe de  $h$ .

**Exercice 16**

$f$  est une fonction positive et périodique de période 3 définie sur  $\mathbb{R}$ ; (D) le domaine du plan délimité par les droites d'équations respectives  $x = -2, x = 7, y = 0$  et la courbe  $C_f$  de la fonction  $f$ ;  $F_{-2}$  et  $F_1$  les primitives sur  $\mathbb{R}$  de  $f$  qui s'annulent respectivement en -2 et 1. On suppose que  $\int_{-2}^1 f(t) dt = 6$ .

- a)  $\int_1^4 f(t) dt = 9$ .
- b) L'aire du domaine (D) est de 18 unités d'aire.
- c)  $F_{-2}$  est périodique de période 3.
- d)  $x \mapsto F_1(x) - F_{-2}(x)$  est une fonction croissante.
- e)  $F_1(x) = -6 + F_{-2}(x)$

**Exercice 17**

On considère l'équation différentielle (E) :  $yy' + 1 = 0$ .

- a) (E) est une équation différentielle linéaire d'ordre 1.
- b) La fonction  $f : x \mapsto \sqrt{-2x+1}$  est une solution de (E).
- c) La fonction  $g : x \mapsto \sqrt{-2x+1} + 1$  est la solution de (E) qui prend la valeur 2 en 0.
- d) La fonction  $h : x \mapsto \sqrt{-2x+4}$  est la solution qui prend la valeur 2 en 0.
- e) La forme générale des solutions de (E) est  $x \mapsto \sqrt{-2x+1+c}$ ,  $c \in \mathbb{R}$ .

**Exercice 18**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ;  $A(4,0), B(2,4), C(-3,0)$  des points du plan; ( $\Gamma$ ) est le cercle de centre  $I\left(2, \frac{3}{2}\right)$  et de rayon  $\frac{5}{2}$ ; ( $D$ ) est la droite d'équation  $6x + 8y + 1 = 0$ .

- a) ( $\Gamma$ ) est le cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .
- b) La droite ( $D$ ) est tangente au cercle ( $\Gamma$ ).
- c) L'image de  $I$  par la projection orthogonale sur la droite ( $D$ ) est le point  $O$ .
- d) L'isobarycentre des points  $O, A$  et  $B$  est le point  $I$ .
- e) Le produit scalaire des vecteurs  $\overline{OA}$  et  $\overline{OB}$  est -16.

**Exercice 19**

On dispose de dix jetons dont deux noirs, cinq blancs, trois bicolores (une face blanche et une face noire) On choisit au hasard un jeton que l'on jette.

- a) Le choix et le jet d'un jeton sont des épreuves indépendantes.
- b) La probabilité d'avoir la face apparente blanche sachant qu'on a un jeton blanc est 1.

- c) La probabilité d'obtenir la face apparente blanche est  $\frac{1}{13}$ .
- d) L'évènement contraire de F : « obtenir la face apparente blanche » est l'évènement H : « obtenir la face cachée noire ».
- e)  $p_F(\overline{H}) = \frac{5}{8}$  où  $\overline{H}$  est l'évènement contraire de H.

### **Exercice 20**

X est une variable aléatoire dont la fonction de répartition F est définie par :

$$\forall x \in ]-\infty, -1[, F(x) = 0 ; \quad \forall x \in [-1, 0[, F(x) = \frac{1}{3} ; \quad \forall x \in [0, 1[, F(x) = \frac{1}{2} ;$$

$$\forall x \in [1, 2[, F(x) = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \forall x \in [2, +\infty[, F(x) = 1. \quad p \text{ la probabilité définie sur l'univers } \Omega \text{ de}$$

l'expérience aléatoire.

- a) Pour tout nombre réel x,  $F(x) = p(X < x)$
- b) L'ensemble des valeurs prises par X est  $\left\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1\right\}$ .
- c) F est continue à gauche de 1.
- d)  $p(X = 0) = \frac{1}{6}$ .
- e)  $P(X \leq 2) = 1$ .

## Epreuve de Physiques Calculatrices autorisées

### Exercice 1

Pendant un vol destiné à effectuer des expériences scientifiques, la chute d'un Airbus A300 est assimilée à une chute libre pendant 20s environ. On considère que l'avion n'est soumis qu'à son poids. Embarqué dans cet avion, un scientifique, attaché à son siège, observe un objet qui flotte dans l'air de la cabine. Le scientifique voit l'objet immobile.

Au début de la chute, l'avion parcourt 100m en 0,5s dans le référentiel terrestre.

- La vitesse moyenne de l'avion est égale à  $650 \text{ Km.h}^{-1}$
- Le mouvement de l'avion est rectiligne uniforme lorsque l'avion est en chute libre
- Dans le référentiel lié à l'avion, le scientifique attaché à son siège est immobile
- Le scientifique voit l'objet immobile flottant dans l'air de la cabine parce qu'il tombe à la même vitesse que l'objet
- Le référentiel lié à l'avion est un référentiel galiléen.

### Exercice 2

On étudie l'évolution de la vitesse d'une bille d'acier tombant dans de l'huile au cours du temps.

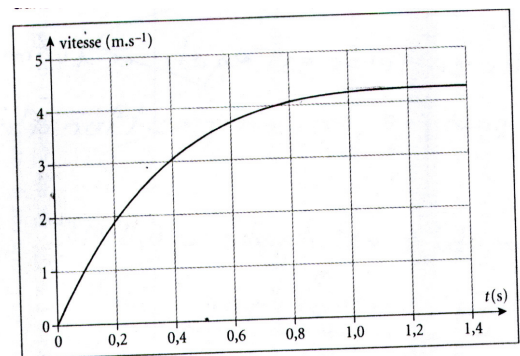
La force de frottement est donnée par :  $\vec{f} = -\lambda v \cdot \vec{v}$  où  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse. On néglige la poussée d'Archimède.

- Le mouvement comporte deux phases
- Le temps caractéristique (abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec la droite  $V = V_{\text{lim}}$ ) est  $\tau = 0,65\text{s}$
- L'équation différentielle du mouvement de la bille

$$\text{s'écrit : } \frac{d\vec{V}}{dt} - \frac{\lambda}{m} V^2 = g$$

- L'expression littérale de la vitesse limite est  $V_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{mg}{\lambda}}$
- Si la masse de la bille est  $m = 27\text{g}$ , alors le coefficient  $\lambda$  vaut  $0,12\text{Kg m}^{-1}$

**Données :**  $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$



### Exercice 3

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur «solide-ressort» est donnée par la relation  $x(t) = 0,10 \cos(19t + \pi/2)$  où  $x$  est en m et  $t$  en s.

- La fréquence  $N_0$  des oscillations effectuées vaut  $N_0 = 6,3 \text{ Hz}$
- La valeur maximale de la vitesse est  $V_{\text{max}} = 9,2 \text{ ms}^{-1}$
- La valeur maximale de l'accélération est  $a_{\text{max}} = 19 \text{ ms}^{-2}$
- Si le solide a pour masse 200g, alors l'énergie mécanique de l'oscillateur est  $E = 0,36\text{J}$
- L'énergie mécanique est une grandeur dont la valeur dépend du référentiel choisi

### Exercice 4

Dans tout l'exercice, on néglige les forces de pesanteur. Dans une enceinte au vide poussé (appelée « tube à rayons X »), des électrons, émis sans vitesse initiale par un filament chauffé, sont accélérés par une tension de 40 KV et tombent sur une plaque de cuivre constituant la cible (on parle de faisceau homocinétique d'électrons).

Les valeurs en électronvolt (ev) des énergies des couches K, L et M sont :  $E_K = - 8979\text{ev}$  ;  $E_L = - 931 \text{ ev}$  ;  $E_\infty = 0\text{ev}$ .

- L'énergie en ev de chacun des électrons à la fin de l'accélération est  $E = 40\ 000 \text{ ev}$
- L'énergie d'un électron incident est insuffisante pour arracher un électron K de l'atome de cuivre.
- Si toute l'énergie de l'électron incident est transmise à l'électron de la couche K, cet électron quitte son atome de cuivre avec une énergie cinétique  $E_c = 13021 \text{ ev}$

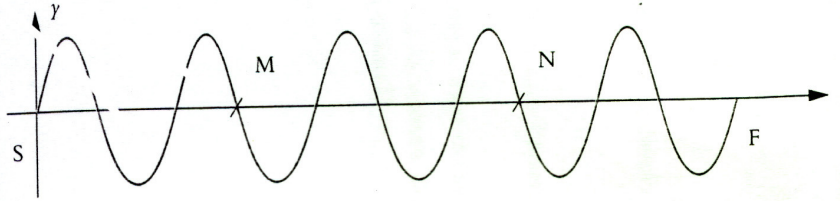


- d. Si un électron de la couche K est arraché, un électron L peut le remplacer si l'atome de cuivre émet un rayonnement  $\gamma$  de longueur d'onde  $\lambda = 15,4 \text{ nm}$
- e. Un atome gagne de l'énergie en émettant un photon.

**Données :** Célérité de l'onde électromagnétique dans le vide :  $c = 2,998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$   
 Constante de Planck :  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.S}$   
 $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

### Exercice 5

Un vibreur commence à mettre en mouvement, à la date  $t=0$ , l'extrémité S d'une corde tendue horizontalement dont l'autre extrémité est au contact de coton. L'aspect de la corde à l'instant  $t=0,1\text{s}$  est représenté ci-contre :

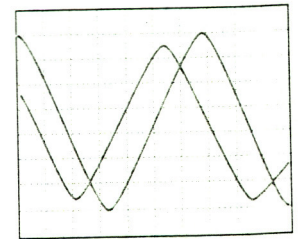
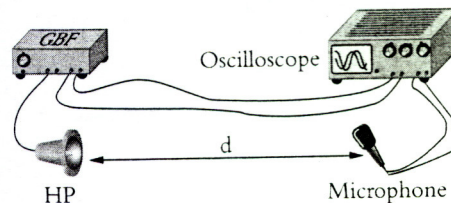


La distance SF est de 0,5m

- La célérité le long de la corde est  $V=0,05 \text{ ms}^{-1}$
- La longueur d'onde de cette onde est  $\lambda = 5\text{m}$
- La fréquence du vibreur est  $N = 100 \text{ Hz}$
- Les points M et N de la corde vibrent en phase
- Les points M et N sont en train de monter.

### Exercice 6

Un haut parleur HP est mis en vibration à l'aide d'un générateur (GBF) réglé sur la fréquence  $f=1,47 \text{ KHz}$ . Un microphone placé à une distance du haut parleur est relié à la voie B d'un oscilloscope, la voie A étant reliée au GBF (voir schéma).



On observe alors, sur l'écran de l'oscilloscope, les oscillogrammes ci-dessus.

- Le balayage de l'oscilloscope est  $b = 0,2 \text{ ms/div}$ .

Pour une valeur  $d_1 = 92,5 \text{ cm}$  de  $d$ , on observe des courbes en phase. A partir de  $d_1$  on continue à augmenter progressivement la distance  $d$ , et on observe ainsi cinq autres coïncidences (courbes en phases). La vitesse du son dans l'air est  $v = 340 \text{ ms}^{-1}$ .

- La distance  $d_1$  est un multiple impair de la demi-longueur d'onde
- La longueur d'onde vaut  $\lambda = 0,231 \text{ m}$
- La distance  $d_2$  correspondant à la dernière coïncidence observée est  $d_2 = 208 \text{ cm}$
- Le son est une onde longitudinale.

### Exercice 7

Le 1<sup>er</sup> janvier 1995, un laboratoire de physique a acheté une source de césium 137 émetteur  $\beta^-$  ayant une activité de 185000 Bq. La demi-vie du césium 137 est  $T = 30 \text{ ans}$ .

- La constante radioactive du césium est  $\lambda = 0,231 \text{ an}^{-1}$
- Au moment de l'achat l'échantillon contient  $N_0 = 3,5 \times 10^8$  noyaux de césium.
- La masse de césium contenu dans l'échantillon au moment de l'achat est  $m_0 = 2,08 \times 10^{-6} \text{ g}$
- Le 1<sup>er</sup> janvier 2025, l'échantillon aura une activité de 92500Bq
- L'énergie de masse de la particule  $\beta^-$  émise au cours de la désintégration d'un noyau de césium 137 est égale à  $8,19 \times 10^{-16} \text{ J}$

$$\ln 2 = \log 2 = 0,693$$

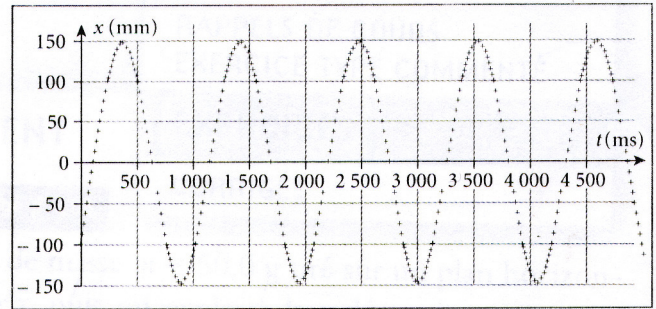
$$\text{Constante d'Avogadro : } \mathcal{N} = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Masse molaire atomique du Cobalt 137 : } 137 \text{ gmol}^{-1}$$

$$\text{Masse de l'électron : } e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$$

**Exercice 8**

Un solide de masse  $m = 249\text{g}$  est mobile sur un banc à coussin d'air horizontal. Il oscille sous l'action d'un ressort de raideur  $K = 8,9 \text{ N.m}^{-1}$ . L'autre extrémité du ressort est reliée à un exciteur. On enregistre la position du centre d'inertie  $G$  du solide au cours du temps (voir figure)



A partir de cette figure,

- A la date  $t = 2,48\text{s}$ , l'énergie du système se trouve sous forme potentielle
- L'énergie mécanique du système est égale à  $100 \text{ mJ}$
- La vitesse du solide au passage par sa position d'équilibre est égale à  $0,134 \text{ m/s}$
- La vitesse initiale du mobile est égale à  $6,8 \text{ ms}^{-1}$
- Le solide est un oscillateur harmonique

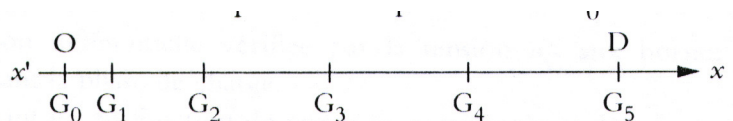
**Exercice 9**

Un système, constitué d'une locomotive et de ses deux wagons, possède un mouvement d'accélération  $a$  sur une voie rectiligne et horizontale. La masse de la locomotive est  $M = 80\text{t}$ , et la masse de chaque wagon est  $m = 10\text{t}$ . La force  $\vec{F}$  développée par le moteur de la locomotive a pour intensité  $F = 1,2 \times 10^5 \text{ N}$ , et la force de frottement a pour intensité  $f = 200 \text{ N/tonne}$  en mouvement.  $G = 9,8 \text{ N/Kg}$ .

- L'accélération du système « locomotive-wagons » est  $a = 2,4 \text{ ms}^{-2}$
- La tension  $\vec{T}$  exercée par l'attelage qui relie la locomotive au premier wagon a pour intensité  $T = 8000 \text{ N}$
- En considérant comme origine des temps l'instant de démarrage et comme origine des espaces la position du centre d'inertie du système « locomotive-wagons » au démarrage, la vitesse du système à l'instant  $t = 15 \text{ min}$  est de  $900 \text{ ms}^{-1}$
- Le système parcourt  $405 \text{ Km}$  en  $15 \text{ min}$
- L'intensité de la réaction de la voie sur le 1<sup>er</sup> wagon est  $R_1 = 101,99 \text{ N}$

**Exercice 10**

Un palet de masse  $m = 50\text{g}$  est tiré sur un plan horizontal avec une corde parallèle à  $x'x$ . Le palet se déplace alors sans frottement.



$G_0G_1=5\text{mm}$  ;  $G_0G_2=15\text{mm}$  ;  $G_0G_3=29\text{mm}$  ;  $G_0G_4=44\text{mm}$  ;  $G_0G_5=60\text{mm}$ .

La figure présente les positions occupées par le centre d'inertie  $G$  du palet à intervalles de temps réguliers  $\Theta = 20 \text{ ms}$  (points  $G_0$  à  $G_5$ ). La distance  $OD$  vaut en réalité  $13 \text{ cm}$ . On prendra  $g = 9,8 \text{ N/Kg}$ .

A  $t=0$ , le centre d'inertie du palet est au point  $O$ .

- La vitesse  $v_{G_2}$  au point  $G_2$  est égale à  $1,3 \text{ ms}^{-1}$
- La vitesse  $v_{G_4}$  au point  $G_4$  est égale à  $1,7 \text{ ms}^{-1}$
- L'accélération  $a_{G_3}$  au point  $G_3$  est égale à  $10 \text{ ms}^{-2}$
- La tension de la corde au point  $G_3$  est  $T_{G_3} = 0,5 \text{ N}$
- La réaction du plan horizontal sur le palet est  $R = 0,94 \text{ N}$

**Exercice 11**

On considère la réaction nucléaire représentée par l'équation :  ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$

La demie vie du radium est de  $1600 \text{ ans}$  et on a au départ un échantillon contenant  $10^{10}$  noyaux de radium.

- Cette réaction correspond à une radioactivité  $\alpha$
- La masse perdue lors de cette désintégration vaut  $\Delta m = 0,006 \text{ u}$
- L'énergie libérée par cette réaction de désintégration est  $E = 6,5 \text{ Mev}$
- Le nombre de noyaux désintégrés au bout de  $3200 \text{ ans}$  est  $N = 5,7 \text{ Mo}^3$
- L'énergie libérée par la désintégration de l'échantillon est  $E = 2,4 \times 10^{10} \text{ Mev}$

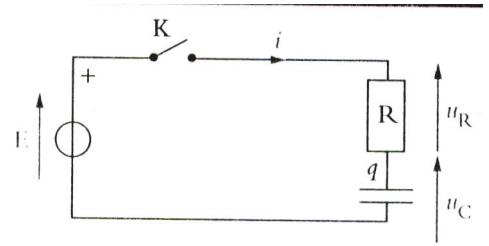
**Données :**

Energie de masse de l'unité de masse atomique :  $931 \text{ Mev}$  ( $1\text{u}=931\text{Mev}/\text{C}^2$ )

$m({}^{222}_{86}\text{Rn}) = 221,970 \text{ u}$  ;  $m({}^{226}_{88}\text{Ra}) = 225,977 \text{ u}$  ;  $m({}^4_2\text{He}) = 4,001 \text{ u}$

**Exercice 12**

On étudie la charge d'un condensateur de capacité  $c$  à travers un résistor de résistance  $R = 2,9 \text{ k}\Omega$ . Pour cela, on réalise le montage de la figure.  $E$  est la tension constante délivrée par le générateur :  $E = 6\text{V}$ . Le condensateur est initialement déchargé, et à la date  $t = 0\text{s}$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .



- a. L'équation différentielle vérifiée par la tension  $U_c$  aux bornes du condensateur pendant la charge est :

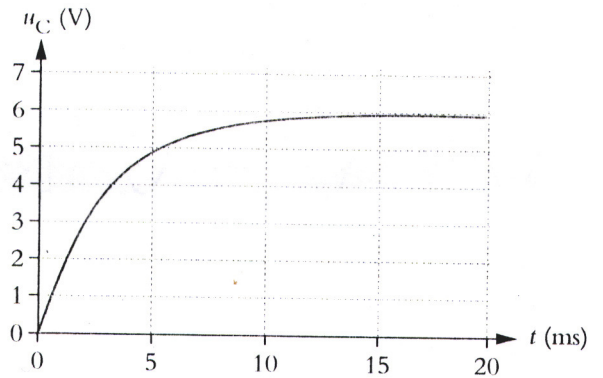
$$E = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$$

La courbe donnant  $U_c$  en fonction du temps est la suivante :

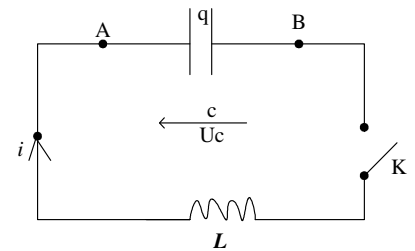
- b. La solution analytique de l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur est :

$$u_c = E(1 - e^{-t/RC})$$

- c. Pour  $t = RC$ , on a  $u_c(RC) = 3,8\text{V}$   
 d. D'après le graphe  $u_c = f(t)$ , on a :  $RC = 2\text{ms}$   
 e. La capacité du condensateur est  $c = 10^{-5}\text{F}$

**Exercice 13**

1. On étudie l'oscillateur électrique idéal représenté sur la figure. La résistance du circuit est négligeable. On charge le condensateur sous une tension  $u_c = E$ , puis à la date  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .



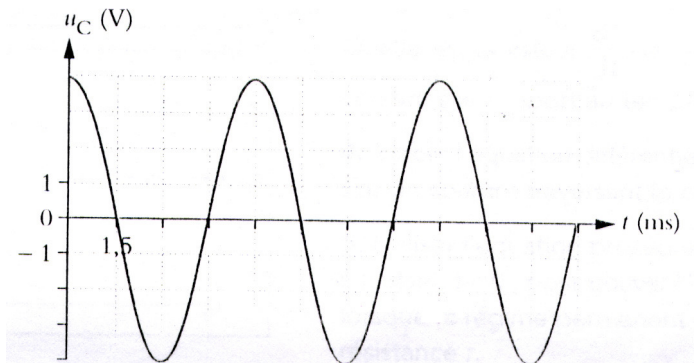
- a. L'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur est :

$$u_c - LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} = 0$$

2. La courbe  $u_c = f(t)$  est représentée ci-contre. L'équation de cette courbe est de la forme

$$u_c = u_{AB}(t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

- b. D'après la courbe, on a  $T_0 = 6\text{s}$   
 c. D'après la courbe on a  $A = 40\text{V}$   
 d. D'après la courbe on a  $\varphi = \frac{\pi}{2} \text{rad}$   
 e. Cet oscillateur est harmonique

**Exercice 14**

- 1) Un joueur de curling pousse un palet de pierre sur de la glace parfaitement lisse pendant 3s avec une force constante  $\vec{F}$  suivant une trajectoire rectiligne, le faisant passer de l'immobilité à une vitesse  $V = 2,1 \text{ ms}^{-1}$ . La masse du palet est  $m = 20 \text{ Kg}$ .
- a. L'accélération du palet à la date  $t = 3\text{s}$  est  $a = 7 \text{ ms}^{-2}$   
 b. La force  $\vec{F}$  exercée par le joueur a pour intensité  $F = 41\text{N}$
- 2) Le palet poursuit ensuite seul son trajet. Il est soumis à une force de frottement constante et s'arrête au bout de 15s
- c. L'accélération du palet dans cette phase est égale  $0,14 \text{ ms}^{-2}$   
 d. La force de frottement a pour intensité  $f = -2,8\text{N}$   
 e. On étudie le mouvement du palet dans le référentiel géocentrique

**Exercice 15**

Un skieur de masse  $m = 80 \text{ Kg}$  participe à une compétition de vitesse. Pour cela, il s'élanche à partir du repos sur une piste rectiligne inclinée de  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale.

Durant cette phase de descente, l'intensité de la force de frottement est  $f = KV^2$

- Durant la descente, le skieur est soumis à son poids  $\vec{P}$ , et à la réaction  $\vec{R}$  du plan incliné, normale au plan incliné
- L'équation différentielle vérifiée par la vitesse du skieur s'écrit :  $m \frac{dV}{dt} + KV^2 = mg \sin \alpha$
- La vitesse limite atteinte par le skieur est  $V_l = 65 \text{ ms}^{-1}$  si  $K=0,13$
- Lorsque le skieur atteint sa vitesse limite, les forces extérieures agissant sur lui se composent
- Le skieur a battu le record de vitesse qui est de  $248 \text{ Km/h}$  sur cette piste

**Exercice 16**

La célérité du son dans l'acier est  $V_1 = 5,1 \text{ Kms}^{-1}$ , et celle du son dans le pétrole est  $V_2 = 1,7 \text{ Kms}^{-1}$

Un oléoduc ou pipeline est une canalisation d'acier utilisée pour transporter du pétrole. L'oléoduc reçoit un choc à une distance  $D$  d'un capteur. Celui-ci détecte deux signaux sonores brefs séparés par une durée  $\Theta = 1,9 \text{ s}$ .

- Le capteur détecte deux signaux parce qu'il y a deux milieux de propagation
- La distance  $D$  est égale à  $8,4 \text{ Km}$
- Le son se propage dans le vide
- L'onde sonore se propage plus vite dans les liquides que dans les gaz
- L'onde sonore est une onde transversale.

**Exercice 17 :**

Un astronaute de masse  $80 \text{ Kg}$  est en état d'impesanteur dans un satellite. Il est assis sur son siège. Le satellite est considéré ponctuel de masse  $m_s = 1200 \text{ Kg}$ .

- Dans le référentiel géocentrique, l'accélération du satellite a pour expression : 
$$\vec{a} = \frac{-GM\vec{U}_{OS}}{OS^2}$$
, où  $M$  = masse de la terre,  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{Kg}^{-2}$ ;  $O$  = centre de la terre;  $S$  = satellite.
- Dans le même référentiel, l'astronaute a une accélération de même direction que celle du satellite, mais de sens contraire.
- Les forces agissant sur l'astronaute sont :
  - La force de gravitation exercée par la terre
  - La réaction de son siège
- La réaction du siège sur l'astronaute est nulle
- Si l'astronaute était sur terre, au repos, la réaction de son siège aurait une intensité  $R = 784 \text{ N}$

**Données :** Intensité de la pesanteur au sol :  $g_0 = 9,8 \text{ ms}^{-2}$

**Exercice 18 :**

Un disque noir porte quatre secteurs blancs disposés selon des rayons orthogonaux. Il tourne à la fréquence  $N = 1200 \text{ tr/min}$ . On l'illumine avec un stroboscope.

- Pour une fréquence des éclairs égale à  $16 \text{ Hz}$ , le disque paraît immobile avec 4 secteurs
- Pour une fréquence des éclairs égale à  $160 \text{ Hz}$ , le disque présente 8 secteurs dans les mêmes positions
- Pour une fréquence des éclairs égale à  $39,5 \text{ Hz}$ , on observe un mouvement apparent du disque dans le sens réel
- Pour une fréquence des éclairs égale à  $10,5 \text{ Hz}$ , on observe un mouvement apparent dans le sens inverse du sens réel, à la fréquence apparente de  $-4 \text{ Hz}$
- La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle on observe une immobilité apparente du disque avec 4 secteurs est égale à  $100 \text{ Hz}$

**Exercice 19**

Une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  est mise en série avec un conducteur ohmique de résistance  $R = 40\Omega$ . Un interrupteur  $S$  permet de connecter l'ensemble à un générateur de tension de f.e.m  $E = 12V$ . Les deux points  $A$  et  $B$  sont reliés aux entrées  $ch_1$ ,  $ch_2$  d'un oscilloscope, le point  $C$  étant à la masse. A la fermeture de l'interrupteur  $S$ , on a enregistré les courbes représentées.

- La grandeur mesurée sur  $ch_1$  est la tension  $U_{AB}$
- La grandeur visualisée sur  $ch_2$  est la tension  $U_{BC}$
- Lorsque le régime permanent est établi, l'intensité du courant est égale à  $0,25A$
- A la date  $t = 0$ , on a  $\frac{di}{dt} = 100As^{-1}$
- l'inductance de la bobine est  $L = 1,2 \times 10^{-1} H$  et sa résistance est  $r = 8\Omega$

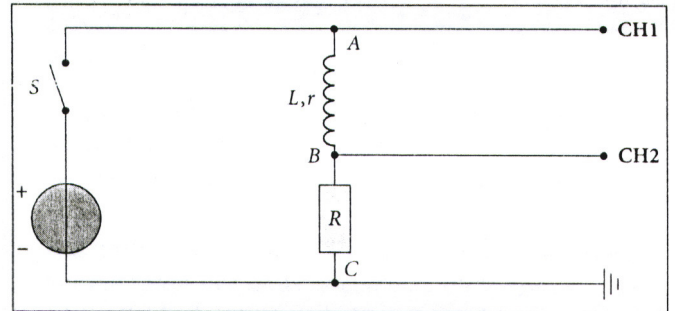
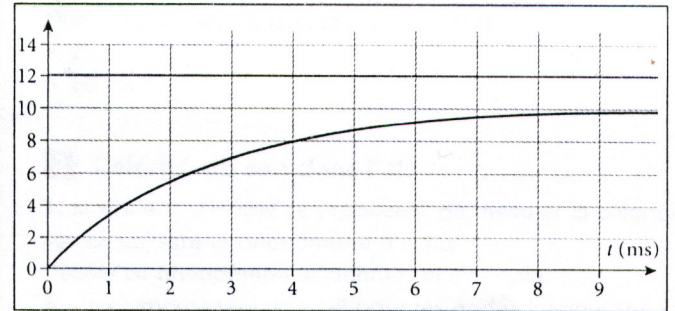


Schéma du montage.

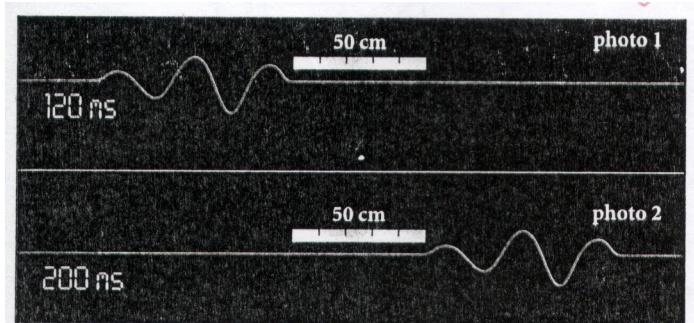


Courbes observées à l'oscilloscope.

**Exercice 20**

Sur une corde élastique tendue se propage une perturbation. Deux clichés photographiques du phénomène ont été pris aux instants  $t_1 = 120ms$  et  $t_2 = 200 ms$  (voir figure).

- Le phénomène étudié est une onde mécanique progressive
- L'onde est longitudinale
- La célérité de l'onde est égale  $14,58m/s$
- Si la masse linéique de la corde est égale à  $4 Kg m^{-1}$ , alors la tension de la corde est  $T = 580N$
- La durée de l'onde est  $\mathcal{T} = 0,0476s$



Documents photographiques de la propagation d'une onde.