

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Matemáticas
Nivel superior
Prueba 3 – Estadística y probabilidad

Miércoles 15 de mayo de 2019 (mañana)

1 hora

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NS y de ampliación de matemáticas NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[50 puntos]**.

Por favor comience cada pregunta en una página nueva. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 16]

La variable aleatoria continua X tiene la siguiente función densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx & 0 \leq x < 1 \\ kx^2 & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{resto de valores} \end{cases} .$$

- (a) Muestre que $k = \frac{6}{17}$. [4]
- (b) Halle la función de distribución de probabilidad acumulada de X . [6]
- (c) Halle la mediana, m , de X . [3]
- (d) Halle $P(|X - m| < 0,75)$. [3]

2. [Puntuación máxima: 12]

En el departamento de atención al cliente de una empresa hay empleados que atienden el teléfono. El tiempo que tarda un empleado en resolver la consulta de un cliente es una variable aleatoria que se puede modelizar por una distribución normal de media 150 segundos y desviación típica 45 segundos.

- (a) Halle la probabilidad de que el tiempo que tarda un empleado en resolver la consulta de un cliente elegido al azar sea mayor que 180 segundos. [2]
- (b) Halle la probabilidad de que el tiempo que tarda un empleado en resolver las consultas de los tres clientes que tiene haciendo cola sea inferior a nueve minutos. [4]

Al comienzo de la jornada Amanda, una de las empleadas, tiene a cuatro clientes haciendo cola. Un segundo empleado, Brian, tiene a tres clientes haciendo cola. Puede suponer que estos dos empleados trabajan de manera independiente.

- (c) Halle la probabilidad de que Amanda termine de resolver las consultas de su cola antes de que Brian termine de resolver las consultas de la suya. [6]

3. [Puntuación máxima: 10]

En una población grande de gallinas, los pesos de dichas gallinas siguen una distribución normal de media μ kg y desviación típica σ kg. Se toma de esta población una muestra aleatoria compuesta por 100 gallinas.

Sea \bar{X} la media de los pesos correspondiente a esta muestra.

(a) Indique cómo es la distribución de \bar{X} y dé su media y su varianza. [1]

Los valores de la muestra se resumen mediante $\sum x = 199,8$ y $\sum x^2 = 407,8$, donde x kg es el peso de una gallina.

(b) Halle una estimación sin sesgo de μ . [1]

(c) Halle una estimación sin sesgo de σ^2 . [2]

(d) Halle un intervalo de confianza del 90% para μ . [3]

(e) Se halla que $\sigma = 0,27$. Se decide contrastar, a un nivel de significación del 1%, la hipótesis nula $\mu = 1,95$ frente a la hipótesis alternativa $\mu > 1,95$.

(i) Halle el valor del parámetro p correspondiente a este contraste.

(ii) Escriba la conclusión a la que haya llegado. [3]

4. [Puntuación máxima: 12]

Se sabe que X, Y, Z son variables aleatorias y que c es una constante.

(a) Muestre que $\text{Cov}(X + c, Y) = \text{Cov}(X, Y)$. [3]

(b) Muestre que $\text{Cov}(X + Y, Z) = \text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(Y, Z)$. [3]

Se sabe que S y T son dos variables independientes que siguen una distribución normal de media 0 y varianza 1.

(c) Utilizando los resultados de (a) y (b), halle el valor de $\text{Cov}(1 + S, S + ST^2)$. [6]