

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Études mathématiques
Niveau moyen
Épreuve 2

Mardi 14 mai 2019 (matin)

1 heure 30 minutes

Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours d'études mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions dans le livret de réponses fourni.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.

Répondez à **toutes** les questions dans le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. On vous recommande d’indiquer votre raisonnement autant que possible. Lorsque la réponse est fautive, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Les solutions obtenues à l’aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d’un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

1. [Note maximale : 15]

Il y a 110 élèves à l’établissement d’enseignement secondaire Sila. Chacun choisit exactement un cours de langue parmi l’anglais, l’espagnol ou le chinois. Le tableau suivant montre le nombre d’élèves de sexe féminin et masculin inscrits dans les trois différents cours de langue.

		Cours de langue choisi			Total
		Anglais	Espagnol	Chinois	
Sexe de l’élève	Féminin	25	8	10	43
	Masculin	21	14	32	67
Total		46	22	42	110

Un test du χ^2 a été effectué au seuil de signification de 5% pour analyser la relation entre le sexe et le cours de langue que l’élève a choisi.

- (a) Écrivez l’hypothèse nulle, H_0 , pour ce test. [1]
- (b) Indiquez le nombre de degrés de liberté. [1]
- (c) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour écrire
 - (i) les effectifs théoriques correspondant aux élèves de sexe féminin qui ont choisi de prendre un cours de chinois ;
 - (ii) la statistique du χ^2 . [3]

La valeur critique pour ce test au seuil de signification de 5% est de 5,99.

- (d) Indiquez si H_0 devrait être rejetée ou pas. Justifiez votre réponse. [2]
- (e) Un élève (de sexe féminin ou masculin) de cet établissement est choisi au hasard.
 - (i) Trouvez la probabilité que l’élève ne choisisse pas le cours d’espagnol.

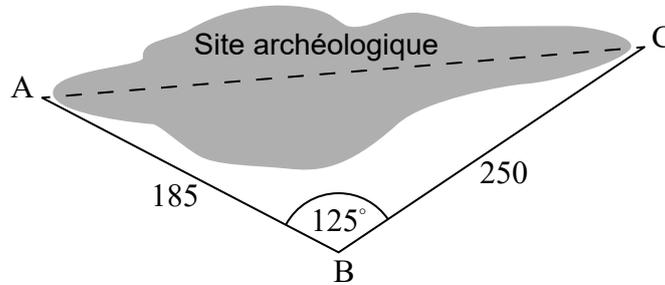
Un autre élève (de sexe féminin ou masculin) de cet établissement est choisi au hasard.

 - (ii) Trouvez la probabilité qu’aucun des deux élèves ne choisisse le cours d’espagnol.
 - (iii) Trouvez la probabilité qu’au moins un des deux élèves soit de sexe féminin. [8]

2. [Note maximale : 13]

Un site archéologique doit être rendu accessible au public. À cette fin, les archéologues construisent deux sentiers droits menant du point A au point B et du point B au point C, tel que montré dans le diagramme suivant. La longueur du sentier AB est de 185 m, la longueur du sentier BC est de 250 m et l'angle $\hat{A}BC$ mesure 125° .

la figure n'est pas à l'échelle

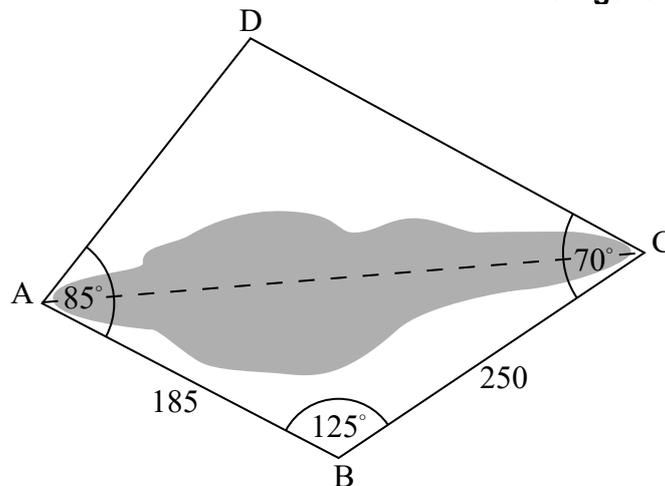


(a) Trouvez la distance entre A et C.

[3]

Les archéologues planifient la construction de deux autres sentiers droits, AD et DC. Pour que les sentiers fassent le tour du site, l'angle $\hat{B}AD$ doit mesurer 85° et l'angle $\hat{B}CD$ doit mesurer 70° , tel que montré dans le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle



(b) Trouvez la mesure de

(i) l'angle $\hat{B}AC$;

(ii) l'angle $\hat{C}AD$.

[4]

(c) Trouvez la mesure de l'angle $\hat{A}CD$.

[2]

La longueur du sentier AD est de 287 m.

(d) Trouvez l'aire de la région ABCD.

[4]

Tournez la page

3. [Note maximale : 15]

Une usine conditionne l'eau de noix de coco dans des récipients de forme conique dont le rayon de la base est de 5,2 cm et la hauteur de 13 cm.

- (a) Trouvez le volume d'un récipient de forme conique. [2]
- (b) Trouvez la longueur de l'arête (l'apothème) du récipient de forme conique. [2]
- (c) Montrez que l'aire totale du récipient de forme conique est de 314 cm^2 , avec une précision de trois chiffres significatifs. [3]

Les concepteurs de l'usine étudient actuellement la possibilité de remplacer le récipient de forme conique par un récipient de forme cylindrique ayant le même rayon et la même aire totale.

- (d) Trouvez la hauteur, h , de ce récipient de forme cylindrique. [4]

Le directeur de l'usine souhaite augmenter le volume d'eau de noix de coco vendue par récipient.

- (e) Indiquez s'ils devraient ou non remplacer les récipients de forme conique par des récipients de forme cylindrique. Justifiez votre conclusion. [4]

4. [Note maximale : 16]

Lors de sa première journée dans un hôpital, Kiri reçoit u_1 milligrammes (mg) d'un médicament thérapeutique. La dose de médicament reçue par Kiri augmente chaque jour de la même quantité, d . Lors de la septième journée, elle reçoit 21 mg du médicament et lors de la onzième journée, elle en reçoit 29 mg.

- (a) Écrivez une équation, en fonction de u_1 et d , pour la quantité de médicament qu'elle reçoit
- (i) lors de la septième journée ;
 - (ii) lors de la onzième journée. [2]
- (b) Écrivez la valeur de d et la valeur de u_1 . [2]

Kiri reçoit le médicament pendant 30 jours.

- (c) Calculez la quantité totale de médicament, en mg, qu'elle reçoit. [3]

Ted est également dans un hôpital et lors de sa première journée, il reçoit une injection d'antibiotique de 20 mg. La quantité d'antibiotique reçue par Ted diminue de 50% par jour. Lors de la deuxième journée, Ted reçoit une injection d'antibiotique de 10 mg, lors de la troisième journée, il en reçoit 5 mg, et ainsi de suite.

- (d) (i) Trouvez la quantité d'antibiotique, en mg, reçue par Ted lors de la cinquième journée.
- (ii) La quantité quotidienne d'antibiotique reçue par Ted sera, pour la première fois, inférieure à 0,06 mg lors de la $k^{\text{ième}}$ journée. Trouvez la valeur de k .
- (iii) À partir de là, trouvez la quantité totale d'antibiotique, en mg, reçue par Ted au cours des k premières journées. [9]

5. [Note maximale : 20]

Considérez la fonction $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - x - 1$.

- (a) Trouvez $f(2)$. [2]
- (b) Écrivez l'ordonnée à l'origine de la représentation graphique de $y = f(x)$. [1]
- (c) Esquissez la représentation graphique de $y = f(x)$ pour $-3 \leq x \leq 3$ et $-4 \leq y \leq 12$. [4]
- (d) Trouvez $f'(x)$. [3]
- (e) Trouvez la pente de la représentation graphique de $y = f(x)$ en $x = 2$. [2]
- (f) Trouvez l'équation de la tangente à la représentation graphique de $y = f(x)$ en $x = 2$.
Donnez l'équation sous la forme $ax + by + d = 0$ où a , b et $d \in \mathbb{Z}$. [2]

La fonction possède un maximum local en $x = p$ et un minimum local en $x = q$.

- (g) Utilisez la dérivée de $f(x)$ pour trouver la valeur de p et la valeur de q . [3]
- (h) Déterminez l'image de $f(x)$ pour $p \leq x \leq q$. [3]

6. [Note maximale : 11]

Tommaso a l'intention de participer à une course cycliste régionale après avoir obtenu son diplôme, mais il doit d'abord acheter un vélo de course. Il trouve un vélo qui coûte 1100 euros (EUR). Tommaso a 950 EUR et place cet argent dans un compte qui lui rapporte 5% d'intérêt par année, **composé mensuellement**.

- (a) Déterminez le montant qu'il aura dans son compte après 3 ans. Donnez votre réponse avec une précision de deux chiffres après la virgule. [3]

Le coût du vélo, C , peut être modélisé par $C = 20x + 1100$, où x est le nombre d'années écoulées depuis que Tommaso a placé son argent.

- (b) Trouvez la différence entre le coût du vélo et le montant d'argent dans le compte de Tommaso après 3 ans. Donnez votre réponse avec une précision de deux chiffres après la virgule. [3]

Après m **mois** complets, Tommaso aura, pour la première fois, assez d'argent dans son compte pour acheter le vélo.

- (c) Trouvez la valeur de m . [5]