ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ENSEA – ABIDJAN

AVRIL 2006

CONCOURS INGENIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

$1^{ère}$ **COMPOSITION DE MATHEMATIQUES**
(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Calculatrice autorisée.
Les exercices et le problème sont indépendants.

Exercice 1

1) Pour $n \in \mathbb{N}^*$, étudier si l'intégrale $I_n = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^4)^n}$ est définie.
2) Montrer (sans calculer sa limite) que la suite $(I_n)_{n\geq 1}$ converge.
3) Montrer (par intégration par partie) que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

$$I_n - I_{n+1} = \frac{1}{4n} I_n$$

4) En déduire une expression de I_n en fonction de I_1.

5) Déterminer la nature de la série $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \ln\left(\frac{4k-1}{4k}\right)$. En déduire la valeur de $\lim\limits_{n\to\infty} I_n$.

6) Pour $n \in \mathbb{N}^*$, montrer que $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} I_k = \int_0^{\infty} \frac{dt}{2+t^4} + (-1)^{n+1} B_n$ avec $B_n = \int_0^{\infty} \frac{dt}{(2+t^4)(1+t^4)^n}$.

7) Montrer que $0 \leq B_n \leq I_n$. En déduire la nature et la valeur somme de la série $\sum\limits_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} I_k$ en fonction de I_1.

Exercice 2

On note E_n l'espace des polynomes de degré inférieur ou égal à n.

1. Quel est la dimension de E_n? En donner une base. On note $E = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} E_n$. On considère la suite de polynômes $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définis par $P_0 = 1$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, P_{n+1} est la primitive de P_n pour laquelle on a $\int_{-1}^{1} P_{n+1}(t)\mathrm{d}t = 0$.
2. Déterminer P_1, P_2. Quel est le degré de P_n?
3. Montrer que si P_n est une fonction impaire, il en est de même de P_{n+2}.
En déduire que pour tout n impair > 1, $P_n(1) = 0$.
4. Montrer que pour tout $n \geq 1$, $\int_{-1}^{1} tP_n(t)\mathrm{d}t = 2P_{n+1}(1)$
5. On considère l'application de $E_n \times E_n$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$\phi \ : \ (P, Q) \ \longmapsto \ \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} P(t)Q(t)\mathrm{d}t$$

Vérifier qu'il s'agit d'un produit scalaire dans E_n.

6. Soient m et n deux entiers tels que $m \geq n > 0$. Montrer que l'on a

$$\phi(P_n, P_m) = (-1)^{n-1} P_{m+n}(1) = \phi(P_n, P_0) = 0$$

7. On pose $A_n = vect\{P_{2k}, 0 \leq 2k \leq n\}$, l'espace vectoriel engendré par les polynomes $P_{2k}, 0 \leq 2k \leq n$. On pose de même $B_n = vect\{P_{2k+1}, 0 \leq 2k+1 \leq n\}$. Montrer que A_n et B_n sont deux sous-espaces supplémentaires orthogonaux de l'ensemble des polynomes de degré inférieur à n.

Problème

Première partie

Soit K un compact convexe d'un espace vectoriel normé E. Soit u une application linéaire continue de E dans E telle que $u(K) \subset K$. On note u^n la $n^{ième}$ itération de u soit $u^n = \underbrace{u \circ \cdots \circ u}_{n\ fois}$.

L'objet de cet exercice est de montrer que u a un point fixe dans K (c'est à dire il existe a dans K tel que $u(a) = a$).

1. Montrer que l'on peut toujours se ramener au cas $0 \notin K$.
2. On note S_n l'application définie sur E par
$$S_n(x) = \frac{1}{n}(x + u(x) + \cdots + u^{n-1}(x)),$$
pour $n \geq 1$. Montrer que $S_n(K) \subset K$.
3. Montrer que pour tout entier $n_1, n_2, \ldots, n_k$ en nombre k fini,
$$S_{n_1} \circ \cdots \circ S_{n_k}(K) \subset S_{n_1}(K) \cap S_{n_2}(K) \cap \cdots \cap S_{n_k}(K).$$
En déduire que $A = \cap_{n \geq 1} S_n(K)$ est non vide.
4. Montrer que tout x dans A est un point fixe de u (Indication : pour $a \in A$, on montrera qu'il existe $x_n$tel que $a = S_n(x_n)$ et on calculera la norme de $u(a) - a$.)

Deuxième partie

5. Soit $||.||$ une norme sur $E = \mathbb{R}^n$ et K sa boule unité fermée. Montrer que
(i) K est symétrique,
(ii) K est convexe
(iii)K est compact
(iv) 0 est un point intérieur à K.
6. Rappellez les conditions pour que, une fonction $n(x)$ sur $E = \mathbb{R}^n$ soit une norme.
7. On suppose que K possède les quatres propriétés (i) à (iv) ci-dessus. Montrer que $p(x) = \inf\{a > 0 \ ; \ \frac{x}{a} \in K\}$ est bien définie et vérifie bien chacune des propriétés d'une norme. La vérification de chacune de ces propriétés peut se faire de manière indépendante.
8. Montrer par inclusion réciproque que K est le boule unité de la norme $p()$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

AVRIL 2006

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

La liberté est-elle une donnée ou une conquête ?

Sujet n° 2

Faut-il penser que l'accroissement des pouvoirs de la médecine lié aux découvertes de la biologie (clonage, médecine génétique, moléculaire) peut constituer un problème inquiétant ?

Sujet n° 3

Qu'est-ce que le développement durable ? Quelles en sont les conditions ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ABIDJAN

AVRIL 2006

CONCOURS D'ÉLÈVE INGÉNIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

Option Mathématiques

DEUXIÈME ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

DURÉE : 3 HEURES

EXERCICE N^{0}1

Soit G un groupe fini (noté multiplicativement), d'élément neutre noté e. On rappelle que l'ordre de G est son cardinal (noté $|G|$) et que l'ordre d'un élément x est le cardinal du sous-groupe qu'il engendre (nous admettrons que c'est le plus petit entier non nul n tel que $x^n = e$).

Rappels :

- Le groupe des permutations de l'ensemble $\{1, \ldots, n\}$ est noté S_n, son cardinal est $n!$.
- Théorème de Lagrange : Si G est un groupe fini alors le cardinal de tout sous-groupe de G divise le cardinal de G.

1. Montrer que pour tout $x \in G$, $x^{|G|} = e$.

   On appelle **exposant** de G le plus petit entier n tel que pour tout $x \in G$, $x^n = e$.

2. Soit $x \in G$ et m un entier non nul tel que $x^m = e$. Montrer que l'ordre de x divise m.
3. Déterminer l'exposant de S_3 ainsi que S_4 (en particulier dites pourquoi il n'y a dans S_4 que des éléments d'ordres $1, 2, 3$ ou 4).

   On suppose à présent que G est un groupe d'exposant 24.

4. Expliquez rapidement pourquoi il existe $u \in G$ et $v \in G$ tels que $u^{12} \neq e$ et $v^8 \neq e$.
5. Montrer que v^8 est d'ordre 3 et u^3 est d'ordre 8.
6. Si, de plus, G est commutatif, montrer qu'il existe dans G un élément d'ordre 24 (à déterminer).

EXERCICE N^{0}2

Soit l'application f qui à un polynôme P de $\mathbb{R}[X]$ associe le polynôme $X(P(X) - P(X-1))$.

1. Montrer que f est une application linéaire qui préserve le degré des polynômes non-constants (effectuer une récurrence). En déduire que c'est un endomorphisme de $\mathbb{R}_n[X]$.
2. Ecrire la matrice M représentant f dans la base canonique $(1, X, X^2, \ldots, X^n)$.
3. Soit le polynôme $P_k = \prod_{i=0}^{k-1}(X - i)$, pour $k \geq 1$ et $P_0 = 1$. Montrer que pour tout $0 \leq k \leq n$, P_k est un vecteur propre de f associé à la valeur propre k puis que la famille $(P_0, P_1, \ldots, P_n)$ forme une base. En déduire une matrice diagonale semblable à M.

PROBLÈME

Soit E un espace euclidien muni du produit scalaire $< \cdot, \cdot >$, défini par rapport à la base $\mathcal{B} = (e_1, \ldots, e_n)$ par

$$\forall x \in E, \forall y \in E, \; < x, y > = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \; \text{ quand } x = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \; y = \sum_{i=1}^{n} y_i e_i.$$

On dit qu'un endomorphisme $f \in \mathcal{L}(E)$ est *symétrique* lorsque $< f(x), y > = < x, f(y) >$ pour tous x et y de E. On rappelle que la matrice d'un tel endomorphisme, par rapport à n'importe quelle base orthonormée, est symétrique, et réciproquement.

Le but de ce problème est d'établir le théorème spectral pour les endomorphismes symétriques (première partie), et d'en voir quelques applications (seconde partie).

Première partie

1. Montrer que les valeurs propres d'une matrice symétrique $A \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$ sont nécessairement réelles.

2. Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ un endomorphisme symétrique.

   a) Justifier le fait qu'il existe un plus petit entier $m \leq n$ et des réels $a_0, a_1, \ldots, a_{m-1}$ tels que
   $$f^m(x) + a_{m-1} f^{m-1}(x) + \ldots + a_2 f^2(x) + a_1 f(x) + a_0 x = 0$$
   et montrer que si $x \neq 0$ et W est le sous-espace vectoriel engendré par les $f^j(x)$ $(j \in \mathbb{N})$ (où $f^0 = id$ et $f^{j+1} = f \circ f^j$), alors il existe un vecteur propre de f dans W.

   b) Rappeler pourquoi toute famille de vecteurs deux à deux orthogonaux est libre.

   c) Montrer que pout tout $j \in \mathbb{N}$, f^j est symétrique.

   d) Montrer que si $x_1, \ldots, x_r$ $(1 \leq r \leq n-1)$ sont des vecteurs propres de f formant un système orthogonal, engendrant le sous-espace noté V_r, alors il existe un vecteur propre x_{r+1} de f dans l'orthogonal de V_r.

   Indication : partir d'un élément non-nul x de $V_r^{\perp}$, exploiter *a*), et *b*).

   e) En déduire que f est diagonalisable et admet une base orthonormée de vecteurs propres.

3. En déduire que si $A \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$ est symétrique, alors il existe une matrice Λ diagonale de taille $n \times n$ et une matrice P orthogonale de taille $n \times n$ $({}^tPP = I)$ telles que ${}^tPAP = \Lambda$.

Seconde partie

Dans toute cette partie A désigne une matrice symétrique de taille $n \times n$ à coefficients réels, et $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ ses valeurs propres (non nécessairement distinctes). On rappelle qu'une matrice $P \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$ orthogonale est inversible, son inverse est sa transposée, et elle vérifie $\sum_{i=1}^{n} (P_{ij})^2 = 1$ $(\forall i = 1..n)$. Les questions 1 et 2 sont indépendantes et utilisent la question 3 de la première partie.

1. *a*) Soit $R_A : \mathbb{R}^n \backslash \{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto R_A(x) = {}^txAx / {}^txx$.

   Montrer que R_A a comme valeurs maximum et minimum $\max_i \lambda_i$ et $\min_i \lambda_i$ respectivement, et que $R_A(x) = \lambda_i$ dès que $Ax = \lambda_i x$.

   b) Trouver des réels (a, b, c) qui minimisent la quantité

$$\phi(a, b, c) = \frac{-2a^2 - b^2 + 2c^2 + 2bc}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

2. *a*) En utilisant la concavité de la fonction log, à savoir

$$\log(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \lambda \log(x) + (1-\lambda)\log(y) \quad \text{pour tous } \lambda \in [0,1] \text{ et } x, y > 0,$$

montrer la propriété suivante (moyenne géométrique $\leq$ moyenne arithmétique): si $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ désigne des réels ≥ 0 de somme 1, et $(u_1, \ldots, u_n)$ des réels strictement positifs, alors

$$\prod_{j=1}^{n} u_j^{\alpha_j} \leq \sum_{j=1}^{n} \alpha_j u_j.$$

b) En déduire que, si $\lambda_i > 0$ $(\forall i \leq n)$, alors $\det(A) \leq \prod_{i=1}^{n} A_{ii}$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

AVRIL 2006

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

CONTRACTION DE TEXTE

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Ce texte est tiré du livre de Daniel Schacter dont le titre est : «Science de la mémoire, oublier et se souvenir» paru aux éditions Odile Jacob (sciences) en septembre 2003. Il doit être résumé en 250 mots, plus ou moins 10%.

Une bénédiction des dieux

Dans l'étrange nouvelle de Yasunari Kawabata intitulée « Yumiura », un romancier reçoit la visite inattendue d'une femme qui prétend l'avoir rencontré trente ans plus tôt dans l'île de Kyûshu : il s'était rendu dans la ville de Yumiura pour assister à la fête du Port lui dit-elle. Incapable de se souvenir de cette personne et préoccupé par la détérioration de sa mémoire, l'écrivain attribue d'abord cet incident au déclin mental qui le guette puis son embarras se transforme en inquiétude lorsque la visiteuse lui décrit ce qui s'était passé un jour où elle l'avait introduit dans sa chambre : « Vous m'avez même demandé si je ne voulais pas vous épouser », se rappelle-t-elle avec nostalgie. Pris de vertige en prenant conscience de l'ampleur de son oubli, le romancier est encore plus désemparé en entendant la révélation suivante : non seulement cette femme n'a jamais oublié les instants qu'ils auraient passés ensemble, mais le souvenir qu'elle a gardé de cette rencontre lui a rongé le cœur pendant de longues années.

Après cette visite, le romancier ébranlé va chercher dans sa bibliothèque un atlas détaillé du Japon et un répertoire de tous les noms de ville, communes et villages du pays – il espère retrouver ainsi le souvenir de cette ville de Yumiura et des raisons du séjour qu'il y aurait fait. Mais les cartes et les livres qu'il consulte ne font pas mention de cette cité, et il comprend alors qu'il n'aurait pas pu se trouver dans l'île de Kyûshu à l'époque concernée : si émouvant et détaillé qu'ait été le récit de cette femme, ses souvenirs étaient totalement faux.

Cette nouvelle de Kawabata illustre à merveille les divers types de problèmes mnésiques auxquels nous pouvons être sujets. Tantôt nous oublions le passé, tantôt nous le déformons ; et certains souvenirs particulièrement dérangeants nous hantent parfois pendant des années. En même temps, la mémoire est indispensable à l'accomplissement d'un nombre étonnant de tâches quotidiennes : le rappel de conversations amicales ou de vacances familiales, la remémoration de rendez-vous ou de listes de courses, la mobilisation des mots qui nous permettent de parler à autrui et de le comprendre, le souvenir des aliments que nous aimons ou non, l'acquisition des connaissances nécessaires à un nouveau travail, tout cela dépend de cette faculté, d'une façon ou d'une autre. Notre mémoire joue un rôle si omniprésent dans notre vie de tous les jours que nous la tenons le plus souvent pour acquise jusqu'à ce que l'incident d'un oubli ou d'une distorsion quelconque vienne attirer notre attention.

Je me propose tout à la fois d'explorer la nature des imperfections de la mémoire, d'exposer le mode de compréhension nouveau qu'elles appellent et de préciser comment leurs effets pernicieux peuvent être atténués ou évités. (….)

Si l'ampleur de la distorsion de la mémoire évoquée dans « Yumiura » vous laisse incrédule, sachez que la réalité peut égaler la fiction ou même la dépasser. Pensez par exemple au cas de Benjamen Wilkomirski, auteur d'une autobiographie unanimement célébrée en 1996 pour la description de l'Holocauste qu'elle contient : la vie en camp de concentration est dépeinte ici du point de vue d'un enfant. Non seulement les lecteurs de cet ouvrage ont cru lire les souvenirs toujours vivaces d'un jeune garçon témoin des horreurs de la *Shoah,* mais la prose du narrateur était empreinte de tant de puissance qu'un critique est allé jusqu'à proclamer que les *Fragments*… sont « si importants au plan moral et si dépourvus d'artifices littéraires » qu'il n'était « même pas sûr d'avoir le droit de faire l'éloge d'un tel livre ». Plus remarquable encore est le fait que Wilkomirski affirmait n'avoir retrouvé ses souvenirs d'enfance que sur le tard : il ne s'était confronté à ses traumatismes qu'au cours d'une thérapie suivie à l'âge adulte. L'histoire et les souvenirs de ce personnage ont inspiré tant de vocations littéraires que Wilkomirski est devenu une célébrité internationale et que son héroïsme a été célébré par les survivants de l'Holocauste.

L'affaire a commencé à être démêlée en août 1998 grâce à l'article stupéfiant de Daniel Ganzfried : ce journaliste suisse dont le père avait survécu à l'Holocauste a révélé dans un quotidien de Zurich que Wilkomirski s'appelle en réalité Bruno Dossekker et avait été mis au monde en 1941 par une dénommée Yvonne-Berthe Grosjean, laquelle avait placé son fils dans un orphelinat pour qu'il y soit adopté – le jeune Bruno avait passé toutes les années de guerre avec les Dossekker, ses parents adoptifs établis à proximité de son canton natal. Quelle que soit la source des « souvenirs » traumatiques d' horreurs nazies que prétendait avoir l'auteur des *Fragments…*, ils n'avaient donc rien à voir avec une expérience infantile des camps de concentration. Dossekker, alias Wilkomirski doit-il être rangé pour autant dans la catégorie des menteurs ? Sans doute pas : il reste persuadé que ses souvenirs sont réels.

Nous sommes tous capables de déformer notre passé. Repensez à votre première année de lycée et essayez de répondre aux questions suivantes : vos parents vous encourageaient-ils à pratiquer tel ou tel sport ? La religion vous aidait-elle ? La discipline était-elle maintenue au moyen de châtiments corporels ? Le psychiatre Daniel Offer et ses collaborateurs de la Northwestern University ont posé ces questions et d'autres encore à soixante-sept hommes frisant la cinquantaine, et les réponses qu'ils ont obtenues sont d'autant plus intéressantes qu'Offer avait déjà demandé à ces sujets de répondre à un questionnaire identique au début de leurs études secondaires, soit trente quatre ans plus tôt.

Les souvenirs d'adolescence de ces quadragénaires différaient largement de ceux qu'ils avaient décrits au lycée. Un peu moins de 40% de ces adultes se rappelaient que leurs parents les avaient encouragés à pratiquer assidûment un sport, alors qu'ils avaient été 60% à faire état de tels encouragements à l'adolescence ; un quart d'entre eux, à peine, affirmaient que la religion les avait aidés bien que près de 70% de réponses positives aient été enregistrées pour les adolescents ; et un tiers seulement avaient le souvenir d'avoir reçu des châtiments corporels des décennies plus tôt, au lieu de 90% pour le même groupe, interrogé à l'adolescence.

Les erreurs mnésiques sont aussi fascinantes qu'importantes. Avec quel type de système de mémorisation les distorsions comme celles qui sont dépeintes dans la fiction de Kawabata et documentées par le cas de Wilkomirski ou les imprécisions exemplifiées par l'étude d'Offer sont-elles compatibles ? Pourquoi sommes-nous si souvent incapables de mettre un nom sur un visage qui nous paraît pourtant tout à fait familier ? Comment expliquer les épisodes de clés ou de portefeuilles rangés au mauvais endroit ou les bévues du même ordre ? Pourquoi certaines expériences semblent-elles disparaître de notre esprit sans laisser la moindre trace ? Pourquoi nous souvenons-nous avec autant de constance d'expériences pénibles que nous ferions mieux d'oublier ? Et comment ces particularités fâcheuses de nos systèmes de mémorisation peuvent-elles être évitées, prévenues ou minimisées ?

Si les psychologues et les spécialistes des neurosciences ont publié de très nombreux articles sur tel ou tel aspect spécifique de l'oubli ou des distorsions de la mémoire, il n'en reste pas moins qu'aucun modèle conceptuel assez unifié pour rendre compte des divers types d'erreurs mnésiques auxquels nous sommes couramment exposés n'a encore été élaboré à ce jour. (….)

Mes premières recherches sur la mémoire remontant à plus de vingt ans, je suis intrigué depuis longtemps par les défaillances de cette aptitude. Mais c'est un matin de mai 1998 seulement que j'ai réfléchi à une question toute simple au beau milieu d'une promenade faite sous un soleil radieux. Comment la mémoire s'y prend-elle pour nous égarer ? me suis-je soudain demandé. J'ai compris, tout à la fois, qu'on ne saurait espérer parvenir à une compréhension exhaustive des erreurs mnésiques sans soulever cette question, et qu'elle n'avait pas encore été posée jusqu'alors. Au cours des mois suivants j'ai réuni les connaissances disparates que j'avais accumulées sur les diverses imperfections de la mémoire afin de tenter d'ordonner la vaste collection de pannes, de fautes et de distorsions que j'avais eu l'occasion d'observer : j'ai d'abord été insatisfait par les nombreux schémas explicatifs que j'ai plaqués sur ces observations, puis j'ai fini par découvrir un mode de penser qui a tout remis en place.

J’estime que les dysfonctionnements mnésiques peuvent être divisés en sept transgressions capitales, ou « péchés » fondamentaux, que je baptiserai respectivement fugacité, absence, blocage, méprise, suggestibilité, biais, et persistance. (…)

La fugacité, l’absence et le blocage sont des péchés d’omission ; ils impliquent qu’on ne parvient pas à retrouver le fait, l’événement ou l’idée dont on souhaite se souvenir. La fugacité renvoie à un affaiblissement ou une perte qui s’étale dans le temps. Pour prendre un exemple, il est probable que vous n’aurez aucun mal à vous souvenir aujourd’hui de ce que vous avez fait quelques heures plus tôt ; en revanche si je vous prie de me dire à quelles activités vous vous livriez il y a six semaines, six mois, ou six ans de cela, vos probabilités de remémoration décroîtront à mesure que vous remonterez dans le passé. La fugacité est un trait cardinal de la mémoire qui est à l’origine de nombreux problèmes mnésiques.

L’absence procède de la rupture de l’interface entre intention et mémoire. Les erreurs liées à ce péché (les clés ou les lunettes rangées au mauvais endroit, ou l’oubli d’une invitation à déjeuner) se produisent chaque fois qu’on est préoccupé ou distrait par des soucis qui empêchent de prêter attention à ce dont on a besoin de se souvenir. L’information désirée ne se perd pas à la longue : ou bien elle n’a jamais été mise en mémoire dans un premier temps ou bien elle n’est pas recherchée en temps voulu parce que l’attention se focalise ailleurs.

Le blocage qui est le troisième péché contrarie la recherche d’une information qu’on tente parfois désespérément de retrouver. Il nous est arrivé à tous de ne pas réussir à mettre un nom sur un visage familier : survenant même quand on se concentre soigneusement sur la tâche en cours, cette expérience frustrante ne signifie pas que le nom désiré s’est effacé de l’esprit – la récupération inattendue de noms bloqués pendant des heures ou des jours en fait preuve.

Contrairement à ces trois péchés d’omission, les quatre péchés suivants de méprise, de suggestibilité, de biais, et de persistance sont tous des péchés de commission : une certaine forme de mémoire est préservée mais elle est incorrecte ou involontaire. Le péché de méprise consiste à attribuer un souvenir à une source erronée : le fantasme est confondu avec la réalité, ou on se rappelle à tort qu’un ami a raconté une petite histoire qu’on vient en fait de lire dans un journal. La méprise est beaucoup plus fréquente qu’on ne le croit et elle peut avoir des implications très profondes dans les contextes judiciaires. Quant au péché voisin de suggestibilité, il a trait aux souvenirs implantés : j’entends par là tous ceux consécutifs aux questions, aux remarques ou aux suggestions tendancieuses d’une personne qui veut favoriser le rappel d’une expérience passée. Comme la méprise, la suggestibilité est particulièrement importante pour le système judiciaire : elle fait des ravages au sein des tribunaux.

Le péché de biais montre à quel point les connaissances et croyances actuelles influent puissamment sur les modes de remémoration du passé. Nous avons coutume de remanier ou de réécrire totalement nos expériences antérieures (à notre insu et/ou inconsciemment) pour les faire concorder avec nos connaissances ou convictions présentes : qu’elles se rapportent à un incident isolé ou à de plus longues périodes de notre existence, les interprétations faussées qui résultent de ces révisions en disent plus long sur nos sentiments d’*aujourd’hui* que sur ce qui est advenu *autrefois.*

Le septième péché – celui de persistance – se traduit par le rappel répétitif d'une information ou d'événements perturbants qu'on préférerait chasser à jamais de sa mémoire : on se souvient dans ce cas de quelque chose qu'on voudrait oublier, mais qui s'est gravé dans l'esprit. Nous connaissons tous la persistance à un degré ou à un autre : vous souvenez-vous de la dernière fois où, vous réveillant en sursaut à 3 heures du matin, vous n'avez pu faire autrement que de repenser à la gaffe humiliante que vous veniez de commettre sur votre lieu de travail ou au résultat décevant d'un examen capital. Dans les cas extrêmes de dépression aiguë ou d'expérience gravement traumatique, ce péché peut s'avérer très invalidant, voire mettre les jours en danger.

Les avancées décisives que les neurosciences connaissent depuis quelques années ont débouché sur des découvertes dont il sera souvent question dans ce livre : en permettant de visualiser les activités cérébrales concomitantes de l'apprentissage et de la remémoration, les études de neuro-imagerie ont commencé à éclairer les fondements mêmes des sept péchés. Ces travaux ayant le mérite de jeter une lumière novatrice sur ce qui se passe à l'intérieur de notre tête au moment même où nous sommes sujets à une défaillance ou à une erreur mnésique, je les commenterai tout en montrant aussi en quoi la connaissance de ces péchés peut atténuer les impacts quotidiens de ces incidents si frustrants.

Plus j'ai approfondi ce modèle des sept péchés, plus il m'est apparu qu'on ne peut éviter de se demander pourquoi nos systèmes de mémorisation ont fini par présenter ces propriétés gênantes, sinon dangereuses. Ces péchés attestent-ils que Mère Nature se serait fourvoyée au cours de l'évolution ? Les déficiences de la mémoire humaine feraient-elles courir des dangers inutiles à notre espèce ? Je ne suis pas de cet avis : j'estime au contraire que chacun de ces péchés est le sous-produit de particularités de l'esprit humain bénéfiques à d'autres égards parce que adaptatives.

Mon approche des péchés de la mémoire s'inspirera de cette conception. Plutôt que de les tenir pour des faiblesses ou des défauts inhérents à une organisation systémique, j'indiquerai en quoi les sept péchés ouvrent une fenêtre sur les forces adaptatives de la mémoire : en plus de faire comprendre pour quelles raisons cette aptitude fonctionne sans anicroche la plupart du temps, ils laissent entrevoir pourquoi sa configuration a évolué ainsi. L'importance que j'attacherai aux répercussions quotidiennes potentiellement problématiques ne vise donc pas à ridiculiser ni à dénigrer la mémoire : je la décrirai à l'inverse comme un guide le plus souvent fiable tant pour le passé que pour le futur, si ennuyeuses – en même temps que révélatrices – que soient les contrariétés que ce guide nous crée chaque fois qu'il lui arrive de nous laisser tomber.