

AVRIL 2005

CONCOURS INGENIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

1^{ère} COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES
(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Calculatrice permise.
Les exercices et le problème sont indépendants.

Exercice 1

Soit f une fonction continue bornée de \mathbb{R}^+ dans \mathbb{R} . On pose

$$I_n(f) = \int_0^{+\infty} f(x) \frac{n}{1+n^2x^2} dx.$$

- Montrer que cette suite est bien définie et est bornée par $\pi/2 \sup_{x \in \mathbb{R}^+} (f(x))$.
- On pose $f_0(x) = 1$, pour $x \in \mathbb{R}^+$, $f_1(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \in [0, 1] \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$. Calculer $I_n(f_0)$ et $I_n(f_1)$.
- Déterminer les limites respectives de $I_n(f_0)$ et $I_n(f_1)$, lorsque $n \rightarrow \infty$.
- On pose $S_n(f) = \sum_{k=1}^n I_k(f)$. Calculer explicitement $S_n(f_0)$ et sa limite quand $n \rightarrow \infty$.
- La série $S_n(f_1)$ est-elle convergente ou divergente?
- Montrer que de manière générale $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(f) = \frac{\pi}{2} f(0)$. En déduire une condition nécessaire pour que la série $S_n(f)$ soit convergente.
- On pose $f_2(x) = \frac{x}{1+x}$, $x \in \mathbb{R}^+$. Vérifier que f_2 est bien continue bornée sur \mathbb{R}^+ . Calculer $I_n(f_2)$ et en déduire la limite de $S_n(f_2)$ quand $n \rightarrow \infty$.
- Trouver une fonction f telle que $S_n(f)$ soit convergente.

Exercice 2

- Etudier la fonction de $[-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(t) = \frac{\sin(t)}{t(1+t^2)}.$$

On précisera en particulier si cette fonction est continue dérivable en 0.

- On pose

$$F(x) = \int_0^{\infty} \frac{\sin(tx)}{t(1+t^2)} dt.$$

Montrer que cette intégrale est bien définie et que

$$|F(x)| \leq \frac{\pi}{2}|x|.$$

c) Montrer que F est dérivable, de dérivée

$$G(x) = \int_0^\infty \frac{\cos(tx)}{(1+t^2)} dt.$$

Aide : on reviendra à la définition de la dérivabilité.

d) Montrer que G est continue sur \mathbb{R} dérivable sur \mathbb{R}^* .

e) Montrer que G n'est pas dérivable en 0.

f) Expliciter cette dérivée et montrer que, pour $x > 0$, F vérifie l'équation différentielle,

$$F(x) - F''(x) = \pi/2.$$

En déduire l'expression de $F(x)$, $x > 0$. On rappelle que $\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t} dt = \frac{\pi}{2}$.

g) Même question que f) pour $x < 0$. En déduire la forme analytique de $F(\cdot)$ et $G(\cdot)$.

Problème

Préliminaire: Dans tout le problème, ϕ est une fonction convexe de $]0, 1[$ dans \mathbb{R} . On rappelle que ϕ est alors continue, dérivable à droite sur $]0, 1[$ et on a, pour tout x, c dans $]0, 1[$,

$$\phi(x) \geq \phi(c) + (x - c)\phi'_d(c),$$

où $\phi'(c^+)$ est la dérivée à droite en c .

En déduire l'inégalité de Jensen suivante :

soit f continue de $[0, 1]$ dans $]0, 1[$ alors

$$\phi\left(\int_0^1 f(t) dt\right) \leq \int_0^1 \phi(f(t)) dt.$$

Première partie

a) Comparer $\phi(1/2)$ et $\int_0^1 \phi(t) dt$.

b) Soit q un entier strictement positif. Soit f_q l'application définie de $] - 1/2, \infty[$ dans \mathbb{R} par

$$f_q(x) = \frac{1}{(x + q + 1)\sqrt{x + 1/2}}.$$

Montrer que f_q est strictement convexe (pour cela, calculer sa dérivée seconde). En déduire que pour tout $m \in \mathbb{N}^+$,

$$f_q(m) \leq \int_{m-1/2}^{m+1/2} f_q(t) dt.$$

Montrer que ce résultat est encore vrai pour $m = 0$ (on vérifiera que l'intégrale est faussement impropre en $-1/2$).

c) On pose $S_N(q) = \sum_{m=0}^N \frac{1}{(m+q+1)\sqrt{m+1/2}}$. Dédurre des résultats précédents l'inégalité suivante

$$0 < S_N(q) \leq \int_0^{\sqrt{N+1}} \frac{2}{(t^2 + q + 1/2)} dt < \frac{\pi}{\sqrt{q + 1/2}}.$$

En déduire que S_N est convergente et donner un encadrement (non-trivial) de sa limite.

Deuxième partie

Soit $u_n, n \in \mathbb{N}$ telle que la série $\sum_{m=0}^N u_m^2$ soit convergente de limite A . On se propose de démontrer, à l'aide de la partie précédente, l'inégalité dite de Hilbert

$$\sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \frac{u_n u_m}{m+n+1} < A \pi. \quad (1)$$

On pose pour cela, pour $a = (a_0, a_1, \dots, a_N) \in \mathbb{R}^{N+1}$,

$$F(a) = \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \frac{a_n a_m}{m+n+1},$$

$$G(a) = \sum_{m=0}^N a_m^2.$$

a) Montrer que F et G sont des fonctions continues de \mathbb{R}^{N+1} dans \mathbb{R}^+ . En déduire que l'ensemble $\{a, G(a) = \lambda\}$ avec $\lambda \geq 0$ est un compact de \mathbb{R}^{N+1} .

b) Montrer que, pour tout $\lambda \geq 0$,

$$M_\lambda = \sup_{\substack{a \in \mathbb{R}^{N+1} \\ G(a) = \lambda}} \{F(a)\}, \quad (2)$$

existe et est atteint.

c) En déduire que, au maximum, $a^* = (a_0^*, \dots, a_N^*)$, il existe $\mu \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $p \in \{0, 1, \dots, N\}$,

$$\sum_{m=0}^N \frac{a_m^*}{m+p+1} = \mu a_p^*.$$

et

$$M_\lambda = \mu \lambda.$$

d) Montrer que, si $\sum_{m=0}^N u_m^2 = 0$, alors l'inégalité de Hilbert (1) est vérifiée.

e) Montrer qu'il existe q tel que

$$\mu \leq \sqrt{q+1/2} \sum_{m=0}^N \frac{1}{(m+q+1)\sqrt{m+1/2}}.$$

Aide : Pour cela, on considérera a^ une solution de (2). Puis on supposera que l'un des termes de la série a^* , disons a_k^* , est strictement positif (quitte à échanger les signes) et on posera*

$$\sqrt{(q+1/2)a_q^*} = \max_{m \in \{0, \dots, N\}} (\sqrt{m+1/2}a_m^*) > 0.$$

f) En déduire l'inégalité de Hilbert (1).

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

De quelle vérité l'opinion est-elle capable ?

Sujet n° 2

Dans quelle mesure l'école est-elle aujourd'hui un facteur d'intégration sociale ?

Sujet n° 3

Les hommes ont-ils besoin d'être gouvernés ?

AVRIL 2005

CONCOURS INGENIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

2^{ème} COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les exercices et le problème sont indépendants.

Exercice 1

Soit E un espace vectoriel de dimension finie. $L(E)$ est l'ensemble des applications linéaires de E dans E . E^* l'ensemble des applications linéaires de E dans \mathbb{R} .

Préliminaire : Soit f dans $L(E)$. Montrer que si $(x, f(x))$ sont liés pour tout $x \in E$, alors f est une homothétie (Théorème de Schur).

Aide : on montrera d'abord que f est une homothétie sur des droites, puis sur tout système libre.

a) On suppose désormais que $E = M_{n,n}(K)$ est l'espace vectoriel des matrices de taille n sur le corps K . $GL_n(K)$ est l'ensemble des matrices inversibles. Quelle est la dimension de E ? Donner une base de E . Montrer que, si C est une matrice qui commute avec toute matrice A de $M_{n,n}(K)$, alors C est une homothétie.

b) Montrer que l'application *trace* :

$$tr : M_{n,n}(K) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$A = (a_{i,j})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}} \rightarrow tr(A) = \sum_{i=1}^n a_{i,i}$$

est une application linéaire de E^* et rappeler pourquoi

$$tr(AB) = tr(BA).$$

c) Montrer que l'application

$$\phi : E \rightarrow E^*$$

$$A \rightarrow \phi_A,$$

où $\phi_A(B) = tr(AB)$, est une isométrie de E dans E^* .

Aide : on montrera que cette application est linéaire et bijective.

d) Déterminer l'ensemble des fonctions linéaires $\psi : E \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$\psi(AB) = \psi(BA).$$

Exercice 2

- a) Soit $M_n = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\alpha}{n} \\ \frac{\alpha}{n} & 1 \end{pmatrix}$, pour $\alpha \in \mathbb{R}$. Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de cette matrice. Cette matrice est-elle diagonalisable dans $M_{n,n}(\mathbb{C})$? inversible?
- b) Déterminer dans \mathbb{C} , $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + i\alpha/n)^n$, pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$.
- c) En déduire $\lim_{n \rightarrow \infty} (M_n^n)$.

Problème

Soit E un espace vectoriel réel de dimension finie, de base (e_1, \dots, e_n) , muni du produit scalaire

$$\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

lorsque $x = \sum_{i=1}^n x_i e_i$, $y = \sum_{i=1}^n y_i e_i$.

Un endomorphisme autoadjoit de E est une application V de $L(E)$ telle que

$$V = V^*.$$

On rappelle que tout endomorphisme autoadjoit est diagonalisable. On note $\mathcal{A}(E)$ l'ensemble des endomorphismes autoadjoints.

Première partie

Si U et V sont dans $\mathcal{A}(E)$, on introduit la relation

$$U \preceq V,$$

si et seulement si

$$V - U \text{ est semi-définie positive,}$$

c'est-à-dire, pour tout x dans E

$$\langle x, (V - U)x \rangle \geq 0.$$

- a) La relation \preceq est-elle une relation d'ordre sur $\mathcal{A}(E)$? d'ordre total?
- b) Montrer que, pour tout $B \in L(E)$,

$$U \preceq V \implies BUB^* \preceq BVB^*.$$

c) Montrer que, pour $V \in \mathcal{A}(E)$, $0 \preceq V$ si et seulement si toutes les valeurs propres de V sont positives.

d) Soit $V \in \mathcal{A}(E)$ tel que $0 \preceq V$, montrer qu'il existe $C \in \mathcal{A}(E)$, $0 \preceq C$ telle que $V = C^2$. C est appelé racine carrée positive de V .

e) Montrer que les sous-espaces propres de V et ceux de C , une racine carrée positive, sont identiques. En déduire l'unicité de la racine carrée positive de tout endomorphisme autoadjoit, notée désormais $V^{1/2}$.

f) Montrer que V inversible $\iff V^{1/2}$ inversible et que

$$(V^{1/2})^{-1} = (V^{-1})^{1/2}$$

Deuxième partie

Pour tout $V \in \mathcal{A}(E)$, on appelle spectre de V , le n -uplet des valeurs propres ordonnées de V , que l'on note

$$\begin{aligned} sp(V) &= (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \\ \lambda_1 &\geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n. \end{aligned}$$

Pour U et V dans $\mathcal{A}(E)$, on pose

$$\begin{aligned} sp(V) = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) &\geq sp(U) = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\ \iff \lambda_i &\geq \mu_i, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Le but de cette partie est de comparer cette relation d'ordre sur les valeurs propres avec la relation d'ordre $U \preceq V$.

a) Soient (u_1, \dots, u_p) des vecteurs propres orthogonaux associés à $(\lambda_{i_1}, \lambda_{i_2}, \dots, \lambda_{i_p})$, une sélection ordonnées de valeurs propres, $\lambda_{i_1} \geq \lambda_{i_2} \geq \dots \geq \lambda_{i_p}$. On note $F_p = \text{vect}(u_1, \dots, u_p)$, l'espace vectoriel engendré par (u_1, \dots, u_p) . Déterminer

$$M_p = \sup_{x \in F_p \setminus \{0\}} \frac{\langle x, Vx \rangle}{\langle x, x \rangle}$$

et

$$m_p = \inf_{x \in F_p \setminus \{0\}} \frac{\langle x, Vx \rangle}{\langle x, x \rangle}.$$

b) Soient V et U dans $\mathcal{A}(E)$ tels que $U \preceq V$. Soit F_{n-p+1}^V l'espace vectoriel engendré par les $n - p + 1$ vecteurs propres associés aux $n - p + 1$ plus petites valeurs propres de V , et soit F_p^U l'espace vectoriel engendré par les p vecteurs propres associés aux p plus grandes valeurs propres de U . Déterminer

$$M_{V,p} = \sup_{x \in F_{n-p+1}^V \setminus \{0\}} \frac{\langle x, Vx \rangle}{\langle x, x \rangle}$$

et

$$m_{U,p} = \inf_{x \in F_p^U \setminus \{0\}} \frac{\langle x, Vx \rangle}{\langle x, x \rangle}.$$

c) Dédurre de ce qui précède que

$$U \preceq V \implies sp(U) \leq sp(V).$$

Aide : on montrera qu'il existe un point $x_0 \neq 0 \in F_{n-p+1}^V \cap F_p^U$ et on comparera alors $\frac{\langle x_0, Vx_0 \rangle}{\langle x_0, x_0 \rangle}$ à $M_{V,p}$, $m_{U,p}$.

d) Vérifier que la réciproque est fautive pour $n = 2$ en prenant

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Donner un contre-exemple dans le cas général où $n > 2$.

e) Montrer que $sp(V) \geq sp(U)$ si et seulement si il existe un endomorphisme orthogonal A tel que

$$V \succeq AUA^*.$$

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

CONTRACTION DE TEXTE

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Ce texte est tiré du livre de Mihaly Csikszentmihalyi dont le titre est: "VIVRE, la psychologie du bonheur" paru aux éditions Robert Laffont en janvier 2004. Il doit être résumé en 250 mots, plus ou moins 10%.

La qualité de l'expérience vécue

Bonheur et expérience vécue

Il y a deux mille trois cents ans, Aristote déclarait que par dessus tout, les femmes et les hommes cherchent le bonheur. Tandis que le bonheur est convoité pour lui-même, tout autre but - santé, beauté, richesse ou puissance - est désiré tant qu'il est censé nous rendre heureux. Bien des choses ont changé depuis Aristote et notre compréhension du monde s'est considérablement élargie ; les dieux des Grecs semblent bien impuissants face aux pouvoirs que détient l'humanité actuelle. Pourtant, pour ce qui a trait au bonheur, peu de changements sont apparus au cours des siècles, notre compréhension en la matière a peu progressé et nous n'avons rien appris concernant les façons d'accéder à cette bienheureuse condition.

De nos jours, nous sommes en bien meilleure santé, nous pouvons espérer vivre plus longtemps, nous sommes entourés d'objets de luxe et de commodités inexistantes autrefois (il n'y avait pas de toilettes dans le palais du Roi-Soleil, les chaises étaient rares dans les châteaux médiévaux, et l'empereur romain ne pouvait regarder la télé), nous disposons de connaissances scientifiques stupéfiantes, mais si la majorité des gens se dit heureuse, bon nombre d'individus considèrent que leur vie se passe dans l'anxiété ou l'ennui.

Est-ce que le sort de l'humanité est qu'elle demeure insatisfaite, chacun désirant plus qu'il ne peut avoir ? Est-ce que le malaise qui gâte souvent de précieux moments provient du fait que l'individu cherche le bonheur au mauvais endroit ?

Les connaissances de la psychologie moderne ont pour objectif d'explorer cette question ancienne : *Quand les gens se sentent-ils le plus heureux ?* Il y a vingt-cinq ans, j'ai fait une "découverte" à propos du bonheur. Elle est maintenant assez connue mais demeure inexplicée. Aussi ai-je passé ce quart de siècle à examiner ce phénomène insaisissable. Cette découverte est fort simple : le bonheur n'est pas quelque chose qui arrive à l'improviste ; il n'est pas le résultat de la chance ; il ne s'achète pas et ne se commande pas ; il ne dépend pas des conditions externes mais plutôt de la *façon dont elles sont interprétées*. Le bonheur est une condition qui doit être préparée, cultivée et protégée par chacun. Les gens qui apprennent à maîtriser leur expérience intérieure deviendront capables de déterminer la qualité de leur vie et de s'approcher aussi près que possible de ce qu'on appelle être heureux.

Nous ne pouvons pas atteindre le bonheur en le cherchant consciemment. Comme le disait le grand philosophe anglais J. S. Mill (1806 - 1873) :

"Demandez-vous si vous êtes heureux et vous cessez de l'être". C'est par le plein engagement dans chaque détail de sa vie qu'il est possible de trouver le bonheur et non par une recherche directe. Le psychologue autrichien Victor Fran le formule joliment :

"Ne visez pas le succès - plus vous le cherchez, plus vous courez le risque de le rater. On ne peut pas pourchasser le succès, pas plus que le bonheur ; il doit s'ensuivre ou survenir... comme l'effet non recherché d'un engagement personnel dans un projet plus grand que soi".

Alors, comment parvenir à ce but insaisissable qui ne peut être atteint par une route directe ? Mes vingt-cinq années de recherche m'ont convaincu qu'il existe un moyen : c'est un chemin circulaire qui commence par le *contrôle du contenu de sa conscience*.

Les perceptions qui arrivent au cerveau sont le produit de plusieurs forces qui façonnent l'expérience vécue ; elles influencent l'humeur et l'individu. La plupart des forces en question sont hors du contrôle de la personne. Peut-on changer son tempérament ? Peut-on influencer sa taille ou son intelligence ? Peut-on choisir ses parents ou son lieu de naissance ? Les instructions contenues dans les gènes, la loi de la gravité ou la qualité de l'air font également partie des innombrables choses qui influencent ce que nous voyons, la façon dont nous nous sentons et ce que nous faisons. Il n'est donc pas surprenant qu'autant de gens croient que notre sort est déterminé par des agents externes.

Pourtant, il nous est arrivé à tous, à certains moments, de nous sentir, non pas assaillis par des forces anonymes, mais dans le plein contrôle de nos actions, dans la parfaite maîtrise de notre vie. Dans ces rares occasions, nous éprouvons un enchantement profond longtemps vénéré qui devient une référence, un modèle indiquant ce que notre vie devrait être.

Voilà ce que nous entendons par *expérience optimale*. C'est ce que ressent le navigateur quand le vent fouette son visage et que le bateau fend la mer - les voiles, la coque, le vent et la mer créent une harmonie qui vibre dans ses veines ; c'est ce qu'éprouve l'artiste peintre quand les couleurs s'organisent sur le canevas et qu'une nouvelle oeuvre (une création) prend forme sous la main de son créateur ébahi ; c'est le sentiment d'un père ou d'une mère) face au premier sourire de son enfant. De pareilles expériences intenses ne surviennent pas seulement lorsque les conditions externes sont favorables. Des survivants des camps de concentration qui ont connu des conditions terribles et frôlé la mort se rappellent souvent, qu'au milieu de leurs épreuves, ils ont vécu de riches et intenses expériences intérieures en réaction à des événements aussi simples que le chant d'un oiseau, la réussite d'une tâche difficile, la création d'une poésie ou le partage d'un croûton de pain.

Contrairement à ce que croient bien des gens, des expériences comme celles-là, les meilleurs moments de la vie n'arrivent pas lorsque la personne est au repos (même si le repos peut être fort agréable après l'effort). Ces grands moments surviennent quand le corps ou l'esprit sont utilisés jusqu'à leurs limites dans un effort volontaire en vue de réaliser quelque chose de difficile et d'important.

L'expérience optimale est donc quelque chose que l'on peut provoquer, l'enfant qui place avec des doigts tremblants le dernier bloc sur la haute tour qu'il a construite, le nageur qui fait ses longueurs en essayant de battre son propre record, le violoniste qui maîtrise un passage difficile. Pour chacun, il y a des milliers de possibilités ou de défis susceptibles de favoriser le développement de soi (par l'expérience optimale).

De telles expériences intenses ne sont pas nécessairement plaisantes au moment où elles se produisent. Le nageur peut avoir les muscles endoloris, les poumons brûlants et être lui-même écrasé de fatigue ; pourtant, ces moments peuvent compter parmi les meilleurs de son existence. Le contrôle de sa vie n'est jamais facile et peut même être douloureux ; mais l'expérience optimale que produisent ces instants donne un sentiment de maîtrise qui s'approche d'aussi près que l'on puisse l'imaginer de ce qu'on appelle le bonheur.

Au cours de mes recherches, j'ai essayé de comprendre le mieux possible *comment* les gens se sentent quand ils sont au maximum de l'enchantement et *pourquoi* ils le sont. Au cours des premières études, nous avons interrogé des centaines "d'experts" - artistes, athlètes, musiciens, joueurs d'échec, et chirurgiens - qui consacraient la majeure partie de leur temps à leurs activités de prédilection. Dans le but de rendre compte de leur expérience intime, j'ai développé la théorie de l'expérience optimale qui correspond à l'état dans lequel se trouvent ceux qui sont fortement engagés dans une activité pour elle-même ; ce qu'ils éprouvent alors est si agréable et si intense qu'ils veulent le revivre à tout prix, uniquement pour le simple plaisir généré par l'activité elle-même.

Le modèle théorique a été mis à l'épreuve auprès de milliers de personnes interrogées par les membres de mon équipe (de l'université de Chicago) et, ensuite, par des collègues à travers le monde. Les résultats ont démontré que l'expérience optimale était décrite de la même façon par les femmes et les hommes, les jeunes et les moins jeunes, les gens de différentes conditions sociales et de différentes cultures.

L'expérience optimale n'est pas un privilège propre aux sociétés riches et industrialisées ; elle est rapportée essentiellement dans les mêmes termes par des femmes âgées de Corée, des adultes de l'Inde et de la Thaïlande, des adolescents de Tokyo, des bergers navajos, des bergers des Alpes italiennes et des ouvriers assignés aux lignes d'assemblage à Chicago. (...)

Les caractéristiques de l'expérience optimale

La première surprise révélée par les études, fut la similitude existant entre des activités très différentes lorsque tout se déroule particulièrement bien. Selon toute apparence, ce qu'éprouve un nageur qui traverse la Manche est à peu près identique à l'expérience intérieure d'un joueur d'échecs en plein tournoi ou d'un alpiniste qui gravit la montagne. Ces mêmes sentiments sont également partagés, pour une large part, par des musiciens qui composent une pièce et des adolescents qui participent à un championnat de basket.

La seconde surprise fut de découvrir que les gens décrivent leur enchantement à peu près de la même façon, sans égard à la culture, à la classe sociale, à l'âge et au sexe. *Ce qu'ils font* lorsqu'ils éprouvent l'expérience intense varie considérablement - le vieux Coréen médite, le jeune Japonais fait de la moto avec sa bande, etc. - , mais, lorsqu'ils décrivent *comment ils se sentent*, c'est à peu près dans les mêmes termes. Les raisons pour lesquelles ils éprouvent de l'enchantement se ressemblent également. Bref, l'expérience optimale semble être la même partout dans le monde et pour un grand nombre d'activités.

La phénoménologie de l'expérience optimale comporte huit caractéristiques majeures :

1. la tâche entreprise est réalisable mais constitue un défi et exige une aptitude particulière
2. l'individu se concentre sur ce qu'il fait
3. la cible visée est claire
4. l'activité en cours fournit une rétroaction immédiate
5. l'engagement de l'individu est profond et fait disparaître toute distraction
6. la personne exerce le contrôle sur ses actions
7. la préoccupation de soi disparaît, mais, paradoxalement, le sens du soi est renforcé à la suite de l'expérience optimale
8. la perception de la durée est altérée

La combinaison de ces éléments produit un sentiment d'enchantement profond qui est si intense que les gens sont prêts à investir beaucoup d'énergie afin de le ressentir à nouveau. Nous allons considérer chacun des éléments afin de mieux comprendre ce qui rend cette expérience si gratifiante. Cette connaissance devrait nous aider à mieux contrôler notre conscience et à convertir la monotonie de la vie quotidienne en expériences contribuant à l'accroissement de soi.

Défi et habileté

Quelqu'un peut éprouver une grande joie, une extase sans grande raison apparente : elle est déclenchée par une mélodie qui survient, par un beau panorama ou encore provient simplement d'un sentiment de bien-être. Cependant, dans la grande majorité des cas, l'expérience optimale se produit quand une activité est dirigée vers un but et gouvernée par des règles, une activité qui représente une certaine difficulté (un défi), qui exige l'investissement de l'énergie psychique et qui ne peut être réalisée sans les aptitudes requises. Il convient également de noter tout de suite que l' "activité" et l' "aptitude" dont il est question ne doivent pas être comprises seulement au sens physique. Par exemple, une activité très fréquemment mentionnée est la lecture. Cette dernière requiert de l'attention, elle a un but et requiert la connaissance du langage écrit. Elle n'exige pas seulement de savoir lire mais aussi de savoir lire les mots en images, d'avoir de l'empathie à l'endroit des personnages fictifs, de reconnaître le contexte historique et culturel, d'anticiper les tournants de l'intrigue, d'évaluer le style de l'auteur, etc.

La capacité de manipuler l'information symbolique est une "aptitude" comme l'est celle du mathématicien qui façonne les relations quantitatives ou logiques et celle du musicien qui combine les sons. La relation à autrui est une autre activité agréable, universellement reconnue. A première vue, il peut sembler qu'aucune aptitude ne soit nécessaire pour profiter d'une activité aussi simple que bavarder ou plaisanter avec d'autres personnes. Mais, de toute évidence, celle-ci est indispensable et les personnes qui sont avant tout préoccupées d'elles-mêmes, comme peuvent l'être les timides, redoutent les contacts informels et évitent la compagnie des autres.

Toute activité comporte un ensemble de possibilités d'action ou un "défi" qui requièrent des aptitudes appropriées. Pour ceux qui n'ont pas les aptitudes requises, l'activité ne représente pas un défi, elle n'est pas intéressante ou n'a tout simplement pas de sens. L'échiquier qui intéresse tant le joueur d'échecs, laisse indifférent celui qui n'en connaît pas les règles ; les montagnes ne sont que d'immenses masses rocheuses pour la plupart des gens, mais elles représentent pour l'alpiniste, un ensemble complexe de défis physiques et mentaux.

La compétition fournit des défis ; d'où l'intérêt des jeux et des sports qui opposent deux personnes ou deux équipes. "*Celui qui lutte contre nous, écrit Edmund Burke, renforce nos muscles et aiguise nos aptitudes ; notre adversaire est notre complice.*" Les défis de la compétition peuvent donc être très stimulants et très agréables. Cependant lorsque le désir de bien puer est remplacé par celui de gagner (et parfois à tout prix), l'agrément tend à disparaître. La compétition est agréable lorsqu'elle tend à perfectionner ses aptitudes ; elle ne procure plus grand plaisir lorsque la victoire devient une fin en elle-même.

Les défis ne se limitent pas aux activités physiques ou compétitives ; ils procurent des enchantements même dans des situations où on ne s'y attendait pas. Bien des gens pensent, par exemple, que le plaisir artistique provenant de la vue d'une toile est le simple fruit d'un processus immédiat ou intuitif, mais, pour un expert en matière d'art, c'est autre chose : *"certaines toiles sont si peu complexes qu'elles ne vous donnent aucune émotion, mais il y en a d'autres qui vous offrent une sorte de défi... ce sont celles-là, qui vous restent à l'esprit, qui sont vraiment intéressantes."* En d'autres termes, même le plaisir que l'on peut tirer d'une oeuvre dépend du défi que l'oeuvre contient.

Les activités qui procurent plaisir et enchantement ont souvent été inventées à cet effet. Les jeux, les sports, la lecture, n'existent-ils pas depuis des siècles en vue de favoriser justement les expériences plaisantes et enrichissantes ? Cependant, il ne faudrait pas penser que, seuls, les loisirs et les arts procurent des expériences optimales. Même le travail productif et la routine quotidienne peuvent être satisfaisants. C'est justement un des objectifs de ce livre de transformer les activités de la vie quotidienne en des "jeux" pleins de sens qui donnent lieu à des expériences optimales. Tondre le gazon, attendre chez le dentiste, faire un gâteau peuvent devenir des activités agréables si elles sont restructurées de façon à fournir un but, des règles, et autres éléments déjà signalés.

Chacun de nous a mis au point ses routines, afin de combler ses attentes ou aime se rappeler une expérience positive quand l'anxiété survient ; certains se tournent les pouces compulsivement, mâchonnent le bout de leur stylo, fument, tournent une mèche de leurs cheveux, fredonnent un air tandis que d'autres inventent des rituels plus ou moins ésotériques dans le même but : imposer un certain ordre à la conscience. Ces activités peuvent aider à passer des moments pénibles, à combler des vides, mais elles apportent assez peu d'agréments car elles sont peu complexes. Pour augmenter la qualité de la vie, il faut des tâches qui font appel à des aptitudes plus élaborées.

Les témoignages indiquent que l'expérience optimale survient lorsqu'il y a une correspondance adéquate entre les exigences de la tâche et les capacités de l'individu. Par exemple il n'est pas plaisant de jouer au tennis contre un adversaire trop fort, car on se sent anxieux et dévalorisé, ou un adversaire trop faible, car on s'ennuie.

L'expérience optimale apparaît entre le défi et l'ennui, lorsque le défi correspond aux capacités de l'individu. Même mon chien Hussar semble avoir compris cette règle d'or. Comme les enfants, il aime jouer à "fuite et poursuite" . Au début, il fait de grands cercles autour de moi et j'essaie de le toucher. Plus je suis fatigué, plus il se rapproche de façon à me faciliter la tâche.

Il a bien appris à faire durer son plaisir et le mien.