ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1999

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B Option Mathématiques

PREMIERE EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

PROBLEME N° 1

Rappel *:le développement en série entière de ln(1-x) est pour* $|x| < 1 : -\sum_{1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$

❶ Démontrer que la série $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-k}}{k}$ est convergente et calculer sa somme

(on pourra songer à poser $x = e^{-1}$ *et utiliser le développement en série entière de ln(1-x))*

❷ ① Soit $D_1 = \{(x, y) \in R^2 / 1 < x < e; \ln x < y < 2 \ln x\}$ et $A_1 = \iint_{D_1} dxdy$

Représenter D_1 et montrer que son aire A_1=1.

② Soit $D_k = \{(x, y) \in R^2 / 1 < x < e^k; \ln x < y < 2 \ln x\}$ et $A_k = \iint_{D_k} dxdy$

Calculer l'aire A_k de D_k

③ Etudier la nature de la série $\sum_{k=1}^{\infty} A_k^{-1}$

PROBLEME N° 2

Rappels :	$\cos u = 1 - \frac{u^2}{2} + u^3\varepsilon(u); \lim\limits_{u\to 0}\varepsilon(u) = 0$ $\sin u = u - \frac{u^3}{6} + u^4\varepsilon(u); \lim\limits_{u\to 0}\varepsilon(u) = 0$

❶ ① En utilisant les développements limités de cos u et sin u, discuter selon les valeurs de a,b et c la nature de la série de terme général $u_n = a\cos\frac{1}{n} + b\sin\frac{1}{n} + c\cos\frac{1}{n+1}$

② Sachant que a+c=0 et b=0, montrez que la somme de cette série est S=a(cos1-1)

❷ On pose $u_n = (-1)^n \sin\left[\frac{\sqrt{n+1}}{n}\right]$ pour n>0

Démontrer que $\sum\limits_{n\geq 1} u_n$ est semi-convergente

❸ On considère la série de terme général $u_n = \frac{x^n}{2n+1}$

① Quel est son rayon de convergence R ?

② Etudier le cas $|x| = R$

❹ On pose $u_n = (-1)^n n^{-(1+\frac{1}{n^\alpha})}$ pour n>0 et $\alpha > 0$

① Démontrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^{1/n^\alpha} = 1$ et en déduire que la série $\sum\limits_{n\geq 1} u_n$ n'est pas absolument convergente

② Etudier les variations de la fonction de la variable réelle x>0 par $f(x) = e^{-(1+\frac{1}{x^\alpha})\ln x}$ et en déduire que la série $\sum\limits_{n\geq 1} u_n$ est semi-convergente

PROBLEME N° 3

> ***Rappels:***
> *Lemme de Riemann-Lebesgue : si g est une fonction continue sur*
> *[a ;b],* $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_a^b g(t).\sin nt.dt = 0$
>
> $\sin a - \sin b = 2\sin\left(\dfrac{a-b}{2}\right).\cos\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$

On considère la fonction f : $x \to \int_0^x \frac{\sin t}{t}dt$

❶ Montrer que f est continue sur R

❷ Montrer que f est une fonction impaire

❸ Etudier les variations de f

❹ Montrer que $I = \int_0^{+\infty}\frac{\sin t}{t}dt$ est convergente.

(Pour cela ,on pourra songer à une intégration par parties de manière à pouvoir comparer I à une intégrale convergente)

On cherche à présent à calculer la limite de cette intégrale convergente.

Pour cela ,on considère les intégrales $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2n+1)t}{\sin t}$ $K_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2n+1)t}{t}dt$ où n est un entier naturel.

❺ Calculer $J_{n+1} - J_n$ et en déduire la valeur de J_n pour tout n entier naturel.

❻ Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty}(J_n - K_n) = 0$ en utilisant le lemme de Riemann-Lebesgue avec la fonction g : $t \to \frac{1}{\sin t} - \frac{1}{t}$.

En déduire la limite de K_n quand n $\to +\infty$

❼ Montrer enfin que $I = \dfrac{\pi}{2}$.

En déduire le comportement asymptotique de f en $\mp\infty$

❽ Tracer la courbe représentative de f.

PROBLEME N° 4

Rappel :

D'après les formules d'Euler : $\cos\theta = \dfrac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$

❶ Montrer que la fonction f : R→C définie par : $f(x) = e^{2j\pi x}$ est périodique de période 1 où R désigne l'ensemble des réels et C l'ensemble des complexes.

❷ Calculer le module et l'argument du nombre complexe : $z_1 = a + ae^{4j\pi x}; a \in R^*; x \in \left[0;\dfrac{1}{2}\right]$

Pour quelles valeurs de x a-t'-on $z_1 = 0$?

❸ Calculer le module et l'argument du nombre complexe : $z_2 = \dfrac{1}{2} + e^{2j\pi x} + \dfrac{e^{4j\pi x}}{2}$

❹ On considère le nombre complexe z défini par :

$$z = a_0 + a_1 e^{2j\pi x} + a_2 e^{4j\pi x} + a_3 e^{6j\pi x} + \ldots + a_k e^{2jk\pi x} + \ldots + a_{n-1} e^{2(n-1)j\pi x}$$

Les n coefficients réels $a_{0,} a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ sont tels que : $a_0 = a_{n-1}; a_1 = a_{n-2}; \ldots; a_k = a_{n-k-1}$

quelque soit le nombre entier k compris entre 0 et $\dfrac{n}{2}$.

Par ailleurs, on supposera que n est un nombre pair.

Démontrer que l'argument de z est une fonction affine de x .

ECOLE NATIONALE D'ECONOMIE APPLIQUEE (ENEA)
DEPARTEMENT DE STATISTIQUE
BP 5084
DAKAR -SENEGAL

INSTITUT SOUS REGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
YAOUNDE - CAMEROUN

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1999

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIES A et B

ORDRE GENERAL

DUREE : 3 HEURES

Les candidats traiteront l'un des 3 sujets au choix

SUJET N° 1

Commentez ces phrases de Simone WEIL tirées de «L'enracinement». «Cela n'a pas de sens de dire que les hommes ont, d'une part des droits, d'autre part des devoirs... Un homme qui serait seul dans l'univers n'aurait aucun droit mais il aurait des obligations»

SUJET N° 2

Le droit doit-il se contenter de suivre l'évolution des moeurs ?

SUJET N° 3

Commentez ces phrases d'Ernest RENAN dans «qu'est-ce qu'une nation ?». «Une grande agrégation d'hommes, saine d'esprit et chaude de coeur, crée une conscience morale et s'appelle une nation».

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1999

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION MATHEMATIQUES

DEUXIEME EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 3 HEURES

L'épreuve est composée de deux exercices et de d'un problème, tous indépendants.

« Votre copie est destinée à être corrigée et notée. Il sera tenu compte de la qualité, de la présentation et de l'orthographe ».

EXERCICE n° 1

Soient E un espace vectoriel sur le corps des réels (noté R) de dimension finie n et H un sous espace vectoriel de E.

❶ Soit φ une application linéaire non identiquement nulle de E dans R appelée aussi **forme linéaire**.

On suppose que $H = Ker\varphi$ où $Ker\varphi$ désigne le noyau de φ.

Montrer qu'il existe $a \in E$ non nul tel que $E = H \oplus Vect(a)$ où $\oplus$ est le symbole de la somme directe et $Vect(a)$ désigne le sous-espace vectoriel engendré par le vecteur a.

En déduire que la dimension de H vaut n-1 c'est-à-dire que H est un **hyperplan** de E.

❷ Soit L un sous espace vectoriel de E de dimension n-1. Montrer qu'il existe une forme linéaire dont L est le noyau.

On pourra appliquer le théorème de la base incomplète et considérer la base duale associée.

EXERCICE n° 2

On désigne par GL(n,C) l'ensemble des matrices inversibles d'ordre n à coefficients complexes.

Soit G un sous-groupe multiplicatif, borné et commutatif de GL(n,C).

Montrer qu'il existe P appartenant à GL(n,C) telle que pour tout A appartenant à G, $P^{-1}AP$ soit diagonale.

PROBLEME

Partie 1

Soit le déterminant $V_n(a_1,...,a_n) = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 & \cdots & a_1^{n-1} \\ 1 & a_2 & a_2^2 & \cdots & a_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & a_n & a_n^2 & \cdots & a_n^{n-1} \end{vmatrix}$ où $(a_1,...,a_n) \in IR^n$.

❶ Calculer $V_2(a_1,a_2)$ et $V_3(a_1,a_2,a_3)$.

❷ Que vaut $V_n(a_1,...,a_n)$ si il existe un couple (i,j) tel que $a_i = a_j$ et $i \neq j$?

On supposera dans toute la suite que $\forall i \neq j, a_i \neq a_j$

❸ On se propose de montrer par récurrence que $V_n(a_1,...,a_n) = \prod_{k<l}(a_l - a_k)$

① Montrer que la propriété est vraie au rang 2.

② On suppose la propriété vraie au rang n.

Soit le polynôme $P(x) = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 & \cdots & a_1^n \\ 1 & a_2 & a_2^2 & \cdots & a_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & a_n & a_n^2 & \cdots & a_n^n \\ 1 & x & x^2 & \cdots & x^n \end{vmatrix}$.

Quelles sont ses racines ? En déduire son degré.

En développant ce déterminant par rapport à sa dernière colonne, en déduire le coefficient du terme de plus haut degré de $P(x)$.

Conclure.

Partie 2

Soit le déterminant $\Delta_n = \begin{vmatrix} P_0(x_1) & P_1(x_1) & \cdots & \cdots & P_{n-1}(x_1) \\ P_0(x_2) & \cdots & \cdots & \cdots & P_{n-1}(x_2) \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ P_0(x_n) & P_1(x_n) & \cdots & \cdots & P_{n-1}(x_n) \end{vmatrix}$

où P_k est un polynôme de degré k.

❶ Calculer Δ_n lorsque pour tout $k = 0,...,n-1,$ on a $P_k(x) = x^k$.

❷ On se replace dans le cas général où P_k est un polynôme de degré k à coefficients réels.

① Montrer que $B = (P_0,...,P_{n-2}, X^{n-1})$ est une base de l'espace vectoriel des polynômes à coefficients réels de degré inférieur ou égal à (n-1).

② En déduire une écriture de P_{n-1} dans cette base.

③ Remplacer la dernière colonne du déterminant par l'expression de P_{n-1} dans la base B.

Montrer alors que Δ_n peut se mettre sous la forme :

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} P_0(x_1) & P_1(x_1) & \cdots & P_{n-2}(x_1) & \lambda_{n-1}x_1^{n-1} \\ P_0(x_2) & \cdots & \cdots & P_{n-2}(x_2) & \lambda_{n-1}x_2^{n-1} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ P_0(x_n) & P_1(x_n) & \cdots & P_{n-2}(x_n) & \lambda_{n-1}x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

où λ_{n-1} est un coefficient réel que l'on définira.

④ Montrer que :

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} \lambda_0 & \lambda_1 x_1 & \cdots & \lambda_{n-2}x_1^{n-2} & \lambda_{n-1}x_1^{n-1} \\ \lambda_0 & \cdots & \cdots & \lambda_{n-2}x_2^{n-2} & \lambda_{n-1}x_2^{n-1} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \lambda_0 & \lambda_1 x_n & \cdots & \lambda_{n-2}x_n^{n-2} & \lambda_{n-1}x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

où λ_{n-1} et λ_{n-2} sont des coefficients réels que l'on définira.

En déduire que $\Delta_n = \lambda_0\lambda_1\ldots\lambda_{n-1}V_n(x_1,\ldots x_n)$ où $\lambda_0,\lambda_1,\ldots\lambda_{n-1}$ sont des coefficients réels que l'on définira.

❸ Application :

Calculer $C_n = \begin{vmatrix} C_0^{x_1} & C_1^{x_1} & \cdots & \cdots & C_{n-1}^{x_1} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ C_0^{x_n} & C_1^{x_n} & \cdots & \cdots & C_{n-1}^{x_n} \end{vmatrix}$ avec $C_k^x = \dfrac{x(x-1)\ldots(x-k+1)}{k!}$

Partie 3

Soit $\theta \in [0,2\pi]$.

On se propose de calculer $\Omega_n = \begin{vmatrix} \sin\theta_1 & \sin(2\theta_1) & \cdots & \sin(n\theta_1) \\ \sin\theta_2 & \sin(2\theta_2) & \cdots & \sin(n\theta_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sin\theta_n & \sin(2\theta_n) & \cdots & \sin(n\theta_n) \end{vmatrix}$

❶ Montrer que pour tout k, entier naturel, il existe un polynôme T_k de degré k tel que $\cos(k\theta) = T_k(\cos\theta)$. Quel est le coefficient du terme de plus haut degré ?

❷ En dérivant les deux termes de l'égalité $\cos(k\theta) = T_k(\cos\theta)$, donner une expression de $\sin(k\theta)$ en fonction de $\sin\theta$ et $T_k'(\cos\theta)$ (T_k' désigne la dérivée du polynôme T_k).

❸ En déduire la valeur de Ω_n.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1999

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION MATHEMATIQUES

EPREUVE DE CALCUL NUMERIQUE

DUREE : 2 HEURES

EXERCICE n° 1

Chaque jour, une machine outil produit de 0 à 10 pièces défectueuses. On suppose que les probabilités d'avoir 0, 1, ... ou 10 pièces défectueuses sont égales de sorte que si le nombre de pièces défectueuses est X, cette variable aléatoire suit la loi de probabilité suivante :

$$\forall k \in \{0, 1, \ldots, 10\} \quad \mathrm{Prob}(\mathrm{X} = k) = \frac{1}{11}$$

❶ Calculer l'espérance mathématique EX et la variance VX de cette variable aléatoire.

❷ X_1, ..., X_n représentent le nombre de pièces défectueuses n jours consécutifs. On suppose que les X_i ont indépendantes. On note Z_n la variable aléatoire définie par :

$$\mathrm{Z}_n = \frac{X_1 + ... + X_n}{n}$$

Calculer l'espérance mathématique EZ_n et la variance VZ_n de cette variable aléatoire. Que représente cette quantité ?

❸ Appliquer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev pour majorer la probabilité suivante :

$$P_n = \mathrm{Prob}\left(\left|Z_n - EZ_n\right| > \frac{1}{2}\right)$$

❹ Déterminer n_0 tel que pour tout n> n_0 on ait certainement P_n<0,01. Que représente cette quantité ?

❺ Soit W la variable aléatoire représentant le nombre de pièces défectueuses produites en deux jours. Quel est l'ensemble des valeurs que W est susceptible de prendre ? Quelle est sa loi de probabilité ? Calculer son espérance EW et tracer sa fonction de répartition.

EXERCICE n° 2

Un marchand va de ville en ville, achetant des marchandises, les revendant à l'étape suivante. Cette revente se fait avec bénéfice, on suppose dans un premier temps que le prix de vente est le double du prix d'achat. A chaque étape, il doit débourser 12 F de frais.

❶ Fabriquer un exemple numérique montrant le déroulement du processus, en commençant de la manière suivante :

1. avoir initial pour l'achat	15 F	(Opération 1)
2. doublement lors de la vente	30 F	
3. après règlement des frais	18 F	(Opération 2)
4. étape suivante	36 F	

Poursuivre le calcul et faire un graphique sur les dix premières opérations.

❷ Le marchand part de la ville A et va à la ville B où il réussit à doubler son capital ; il paie ensuite ses frais (12 F). Puis il va à la ville C où il réussit à doubler son capital ; il paie de nouveau les frais et revient à la ville A où il recommence l'opération (vente, paiement des frais). Il constate alors que sa bourse est vide. Quel était son capital initial ?

❸ Généralisation

On note x_0 l'avoir initial et x_t le capital à l'étape t, on suppose que chaque vente multiplie le capital par q, les frais sont constants égaux à c. $(q > 1,\ c > 0)$

① Calculer x_t en fonction de x_{t-1}.

② Calculer x_t en fonction de x_0, q, c et t.

③ Montrer que x_t augmente ou diminue avec le temps selon la valeur de x_0.

④ Dans le cas où x_t diminue, calculer la date t où x_t s'annule.

⑤ Prendre, comme dans l'exemple, c=12 et q=2 et représenter en fonction de x_0 le nombre maximum d'étapes que peut parcourir le marchand sans s'endetter.

ECOLE NATIONALE D'ECONOMIE APPLIQUEE (ENEA)
DEPARTEMENT DE STATISTIQUE
BP 5084
DAKAR - SENEGAL

INSTITUT SOUS REGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
YAOUNDE - CAMEROUN

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1999

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIES A

et

B OPTION MATHEMATIQUES

EPREUVE DE CONTRACTION DE TEXTE

DUREE : 3 HEURES

Ce texte est tiré du livre d'Albert Jacquard «La légende de demain», paru aux éditions Flammarion en octobre 1997. Il devra être résumé en 250 mots plus ou moins 10%.

✶✶✶

La planète bleue, les satellites nous la montrent, magnifique dans l'espace. Nous sommes en droit de l'admirer avec la satisfaction d'un propriétaire, elle est à nous. C'est notre propriété de famille. Personne ne viendra nous la disputer. Si l'on en croit la Bible, c'est le créateur qui nous l'a offerte. Elle est la Terre promise, promise aux hommes.

Longtemps nous l'avons crue immense, quasi illimitée, inépuisable, apte à nous procurer tout ce que nous exigions d'elle. Soudain, nous venons de comprendre qu'elle est petite. Certes, les scientifiques l'avaient mesurée, pesée, analysée ; ils avaient tout décrit d'elle, mais ils ne nous avaient pas fait comprendre l'essentiel : l'espace où restera confiné le destin de l'homme est limité. *Dans Regards sur le monde actuel*, Paul Valéry, dès 1945, nous a mis face à cette évidence : «Le temps du monte fini commence ». Oui, notre domaine est marqué par des limites infranchissables, nous ne le quitterons pas - du moins pas «demain».

Sans doute, parmi les milliards d'étoiles, nombreuses sont celles qui sont entourées de planètes ; et parmi ces planètes, nombreuses sont celles qui offrent un milieu semblable au nôtre. Pourquoi ne pas aller s'installer sur un de ses astres de rechange lorsque la Terre sera épuisée ? L'obstacle apparemment incontournable est la structure de l'espace-temps. Qui rend impossible tout déplacement plus rapide que la lumière. Or, il faut quatre années à cette lumière pour venir de la plus proche étoile , et cent mille années pour venir des étoiles les plus éloignées de la Voie Lactée. Même si l'éventuelle «Terre bis» n'était située qu'à quelques milliers d'année lumière, les reconnaissances préliminaires puis le transport de l'humanité poseraient des problèmes dont on imagine mal la solution. L'installation de l'humanité ailleurs que sur la Terre fait partie des utopies non réalisables, dans notre exploration des demain possibles, il est raisonnable d'admettre que nous sommes, sinon prisonniers, du moins pour longtemps assignés à résidence. Nos ancêtres, pour qui la planète abondait en *Terra Incognita*, pouvaient rêver d'un ailleurs quand leur environnement leur semblait déplaisant ; les hommes d'aujourd'hui n'ont plus d'ailleurs.

Ce constat n'est pas triste ; il définit les «conditions aux limites», comme disent les physiciens, permettent de rendre les projets d'avenir compatibles avec les contraintes imposées par la nature. Que pouvons-nous demander à la Terre ? Il nous fait connaître la réponse non seulement pour aujourd'hui et le futur proche, mais pour les générations plus lointaines. La solidarité entre les hommes ne doit pas s'arrêter à nos contemporains, elle doit s'étendre à tous nos descendants (...)

Face aux perspectives démographiques - huit milliards d'hommes dans vingt ans, sans doute neuf ou dix milliards avant la fin de XXIe siècle -, la question immédiate est la suivante : la Terre pourra-t-elle fournir aux hommes la nourriture dont ils ont besoin ? Par bonheur, la réponse est positive, mais au prix de grands changements dans nos habitudes.

La superficie consacrée aux productions alimentaires est de l'ordre de 1,5 milliards d'hectares, qui produisent en moyenne deux tonnes qu'équivalents céréales par hectare. Malgré l'avancée de la désertification dans certaines régions comme le Sahel, cette surface pourra être maintenue sans trop de difficultés et le rendement moyen pourra être accru par l'emploi de variétés plus productives, d'engrais et de méthodes de conservation des sols ; le maintien de l'alimentation des hommes au niveau d'aujourd'hui ne posera donc guère de problème, même si la population dépasse dix milliards d'individus. Mais ce niveau moyen n'a guère de signification, car l'accès à la nourriture est très différent suivant les régions, et bien inférieur au souhaitable dans de nombreux pays.

La consommation totale d’énergie végétale, aussi bien pour les semences, l’alimentation du bétail que pour la nourriture des humains, représente l’équivalent de 6 000 calories par jour et par personne en moyenne ; les écarts selon les Etats sont considérables : 3 000 calories pour les plus démunis, 15 000 pour les plus gaspilleurs. L’amélioration nécessaire des ressources alimentaires des premiers porteraient cette moyenne à environ 9 000 calories. Autrement dit, les dix milliards d’humains de demain consommeraient autant que si nous étions quinze milliards aujourd’hui. L’évolution des rendements ne permettra pas - ou difficilement - de faire face à de tels besoins ; des changements des habitudes alimentaires s’imposeront donc.

Manger de la viande, boire du lait, c’est indirectement consommer les céréales absorbées par les animaux d’élevage. Le poids total de ces derniers étant supérieur à celui de l’ensemble des humains, il sont donc leurs véritables concurrents dans l’accès à la nourriture produites par la Terre. Or, un niveau de vie meilleur s’accompagne d’un recours accru aux nourritures les plus coûteuses en équivalent céréale. La véritable solution des problèmes que posera l’alimentation réside donc moins dans une amélioration des rendements agricoles - souvent obtenus au détriment de la conservation des sols ou d’un gaspillage inconsidéré des ressources en eau - que dans une orientation nouvelle des normes de l’alimentation. Les Occidentaux devront s’habituer à consommer moins de viande - leur santé y trouvera son compte.

La satisfaction des besoins en nourriture se heurtera aussi à un double obstacle : l’utilisation croissante des surfaces arables pour des productions non vivrières. Mises devant l’obligation de rembourser leurs dettes envers les pays développés, les nations du tiers monde s’efforcent de produire des biens exportables au détriment parfois des ressources nécessaires à leur survie. Ainsi, au début des années 80, les pays du Sahel ont produit des quantités record de coton destinées à l’exportation alors que la famine sévissait, ce qui les a contraint à importer une quantité accrue de céréales. Le caractère fondamentalement immoral de ce mécanisme est manifeste si l’on songe que les cours mondiaux du coton s’effondraient à mesure que la production en augmentait, tandis que ceux des céréales montaient à mesure que la demande s’accroissait. Bel exemple d’un mécanisme libéral qui préserve en effet fort bien la liberté du renard dans le poulailler.

En fait, la nourriture de l’humanité pose moins un problème technique qu’un problème économique, donc politique. De même est politique la question posée par les ressources en eau. Lors de la campagne aux élections présidentielles de 1974, l’agronome René Dumont s’est rendu célèbre en montrant à la télévision un verre d’eau et en ajoutant : «Cette eau sera dans vingt ans une denrée rare». Bien peu l’ont pris au sérieux ? Mais aujourd’hui, selon lui, plus de deux milliards d’hommes ne disposent pas d’eau potable, et ce chiffre va toujours croissant. La nature, pourtant, n’est guère avare en ce domaine, mais l’eau qu’elle nous fournit à profusion est dilapidée, gaspillée, polluée sans égard pour sa prochaine rareté. Sa répartition sur la planète est modifiée par l’effet de serre, qui provoque sécheresse ici et inondations là ; or, cet effet est la conséquence des activités humaines, notamment l’utilisation inconsidérée des combustibles fossiles, en premier lieu le pétrole.

(...) Le constat que la Terre pourra nourrir les hommes, sans trop de difficultés, même si leur effectif atteint dix milliards, a conduit à mettre en doute la nécessité d'une limitation de la fécondité. En fait, la vraie question n'est pas «Combien la Terre peut-elle nourrir d'hommes ?» mais «Combien peut-elle supporter d'hommes ?». Ce qui implique de répondre d'abord à la question : «Quelle sorte d'hommes ?». Si ce sont des paysans traditionnels qui ne demandent à la Terre que leur nourriture, le maximum, dans les conditions actuelles, est supérieur à dix milliards. Si ce sont des occidentaux moyens aux exigences multiples en richesses non renouvelables, la réponse est fort différente. Sans doute un milliard serait-il déjà beaucoup trop.

Il est raisonnable de consommer le produit d'une récolte ; le prochain été en apportera une autre ; La Terre, régulièrement, renouvelle ce cadeau. Mais il est des cadeaux qu'elle ne renouvellera pas. Ainsi a-t-elle constitué, au cours de centaines de millions d'années, un trésor sous forme de pétrole, résultat d'une lente décomposition des cadavres d'une multitude de bactéries. Il nous est si précieux que nous avons cherché partout les endroits où il peut être enfoui ; nous en avons tant découvert qu'il reste aujourd'hui 150 milliards de tonnes de réserve prouvée. Nous sommes conscients que de nouvelles découvertes permettront d'accroître ce trésor, mais elles exigerons des moyens toujours plus coûteux. Le maximum réellement accessible ne dépasse sans doute pas 450 milliards de tonnes. Or, chaque année nous en brûlons 4,5 milliards de tonnes.

A ce rythme, si optimiste soit-on quant aux découvertes à venir, ce trésor sera presque dilapidé avant la fin du prochain siècle. Et peut-être avant, car les pays dont l'économie est en difficulté - c'est-à-dire presque tous - cherchent l'issue de leurs problèmes dans la «croissance», ce qui entraîne une augmentation de la consommation de pétrole, rapprochant l'échéance finale.

Un problème semblable se pose pour le gaz naturel et le charbon, de façon toutefois moins importante car les réserves sont immenses. Il se pose aussi pour les richesses renouvelables dont le rythme de production est plus lent que le rythme de consommation, par exemple les forêts ou les nappes phréatiques profondes. Dans les déserts des Etats-Unis, d'Arabie ou de Libye, des oasis ont été crées en pompant dans ces nappes ; mais celles-ci seront épuisées dans quelques générations. Nos petits-enfants regarderont avec une certaine rancoeur ces lieux que leurs ancêtres ont rendus provisoirement verdoyants pour leur profit ; ils les contempleront avec la même tristesse que nous quand nous regardons l'emplacement de la mer d'Aral aujourd'hui disparue.

Si nous poursuivons dans l'absurde direction que nous avons baptisé «croissance», dans quelques centaines d'années, c'est-à-dire très bientôt, nous vivrons dans un jardin qui n'aura plus rien d'édénique tant nous l'aurons ravagé. Est-ce digne d'une espèce supposée raisonnable ?

Pour préparer demain, il ne suffit pas de constater le résultat des erreurs commises, il faut essayer d'en préciser les causes. Pour le gaspillage des ressources, c'est le respect abusif de la propriété qui a mené dans une impasse. Tant que la Terre était considérée comme illimitée, il était normal, pour celui qui avait défriché et ensemencé un terrain, de s'approprier ses récoltes, puis le terrain lui-même, enfin les richesses qu'il recelait. Les autres hommes pouvaient trouver un équivalent ailleurs ; ils n'étaient pas spoliés. Aujourd'hui que nous ne disposons plus d'un ailleurs, cette attitude est devenue déraisonnable. Toute appropriation, qu'elle soit individuelle ou collective, d'une richesse limitée offerte aux hommes par la nature est nécessairement un vol. La seule collectivité qui puisse à bon droit s'en déclarer propriétaire est l'ensemble de l'humanité.

A la question «A qui appartient tel gisement de pétrole ?» notre société a répondu, sans réfléchir, comme s'il s'agissait d'un champ labouré ou d'un pâturage figurant au patrimoine d'un paysan. L'émir du Koweït ou celui du Brunei se sont ainsi trouvés à la tête d'une fortune colossale, donc d'un pouvoir exorbitant, sans avoir eu d'autre peine que de naître au-dessus de quelques milliards de barils. La seule réponse sensée est : «Chaque gisement appartient à tous les hommes, non seulement à ceux d'aujourd'hui, mais à ceux de toutes les générations à venir». Autrement dit, le pétrole, comme toutes les richesses non renouvelables ou trop lentement renouvelables offertes par la planète, doit être considéré comme patrimoine commun de l'humanité.

Ce concept a été forgé par l'Unesco à propos des richesses culturelles offertes par les hommes aux hommes. Le temple de Borobudur, la cathédrale d'Amiens, la ville de Venise n'appartiennent plus à des églises ou à des Etats, qui en ont été, avec leur accord, dépossédés. Cette renonciation à l'appropriation a été étendue à tous les objets extérieurs à la planète : ni la lune ni un astéroïde ne peut être accaparé par une nation qui y planterait son drapeau. De même, le danger d'une détérioration du continent antarctique a conduit les vingt-six pays qui s'y étaient implantés à renoncer, en 1957 puis en 1991, à différer leurs revendications territoriales et à n'y exercer que des activités pacifiques. L'Antarctique commence à être considéré comme un patrimoine commun.

Ce ne sont là que les premiers pas dans la seule direction compatible avec les limites de la planète. Ils sont encourageants, mais n'ont été accomplis qu'en raison de leur bien faible impact économique. Les pas suivants seront autrement difficiles, lorsqu'il sera proposé, par exemple, de déclarer le pétrole patrimoine commun de l'humanité. Pourtant, l'urgence est grande.

Pour préparer un demain vivable tout en sauvegardant après-demain, trois objectifs doivent être simultanément poursuivis : ne pas épuiser les ressources énergétiques de la planète ; produire de l'énergie sans détériorer le climat ; réduire les écarts entre les nations dans l'accès à l'énergie.

Il est clair que le «laisser faire» cher aux néolibéraux ne permettra d'atteindre aucun de ces objectifs. Il ne peut aboutir qu'à une concurrence exacerbée et à une fuite en avant accélérée qui précipitera la catastrophe. Le scénario d'un tel «laisser faire» a été étudié par le Conseil mondial de l'énergie. Il a fait l'hypothèse que les pays les plus riches (l'Amérique du Nord et l'Europe) poursuivaient leur croissance à un rythme un peu inférieur à 2% par an et que le rapport des niveaux de vie entre eux et les plus pauvres (l'Inde et l'Afrique), ne seraient plus, en 2060 que de 5 à 1 contre 20 à 1 aujourd'hui. L'égalité serait donc encore loin d'être réalisée. Pour nourrir cette croissance et parvenir à ce début de rattrapage, il aurait fallu épuiser les réserves de pétrole, réduire de trois-quarts celles du gaz et doubler la teneur en CO_2 de l'atmosphère, ce qui aurait eu de graves effets sur le climat. Nous serions loin d'une gestion «en bon père de famille» de notre propriété.

Une autre attitude s'impose ; un autre scénario est possible. Il tire les conséquences d'une évidence : la source d'énergie la plus importante réside dans l'économie d'énergie. Une politique volontariste qui s'efforcerait d'exploiter au mieux cette source pourrait aboutir à une humanité de l'an 2060 bien différente de celle du «laisser faire». Le scénario alternatif admet que la consommation d'énergie des Américains, loin de progresser, serait divisée par 3, celle des Européens par 2, tandis que celle des Africains et des Asiatiques serait multipliée par plus de 2 ; les écarts seraient donc véritablement réduits. La conséquence serait une augmentation de seulement 20% de la teneur en CO_2, ce qui n'irait pas sans inconvénients, mais resterait acceptable. L'équilibre de notre planète serait durablement préservé.

Une telle évolution n'est nullement utopique. Elle suppose des mesures législatives et fiscales ayant pour effet de restreindre les transports routiers, d'améliorer l'isolation de l'habitat, d'accroître le recours aux énergies renouvelables, d'orienter les procédés de fabrication vers ceux qui sont les moins coûteux en énergie. Ce sont là des réponses technologiques. Leur apport sera précieux, mais il sera, à coup sûr, insuffisant; c'est une nouvelle finalité donnée à nos sociétés qui s'impose.