

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

**ITS Voie B Option Économie**

**MATHÉMATIQUES**

**(Durée de l'épreuve : 4 heures)**

**Il est rappelé aux candidats que les exercices sont indépendants.**

**Exercice n° 1**

Le parc des compteurs d'eau des abonnés d'une commune se répartit de la façon suivante :

10% des compteurs ont moins de deux ans et se trouvent de ce fait encore sous garantie ;

60% des compteurs ont entre deux et vingt ans ;

30% des compteurs ont plus de vingt ans.

Lors du passage de l'agent chargé de relever les compteurs, la probabilité de trouver le compteur défectueux est la suivante :

1% s'il s'agit d'un compteur sous garantie ;

5% s'il s'agit d'un compteur âgé de deux à vingt ans ;

10% s'il s'agit d'un compteur âgé de plus de vingt ans.

On notera les événements :

A : « le compteur est sous garantie »

B : « le compteur a entre deux et vingt ans d'âge »

C : « le compteur a plus de vingt ans d'âge »

D : « le compteur est défectueux »

### Question 1

Calculer la probabilité de l'événement suivant « le compteur se trouve encore sous garantie et il est défectueux ».

### Question 2

Calculer la probabilité de l'événement D.

### Question 3

L'agent constate qu'un compteur est défectueux. Calculer la probabilité qu'il soit encore sous garantie.

### Question 4

L'agent trouve huit compteurs défectueux. Quelle est la probabilité pour que l'un au moins d'entre eux soit encore sous garantie ?

## **Exercice n° 2**

Une urne contient trois pièces de 50 centimes d'euro et sept pièces de 10 centimes d'euro. On tire simultanément deux pièces. On suppose que les tirages sont équiprobables.

### Question 1

Déterminer les probabilités des événements suivants :

A : « on tire deux pièces de 50 centimes d'euro »

B : « on tire deux pièces de 10 centimes d'euro »

C : « on tire une pièce de 10 centimes d'euro et une pièce de 50 centimes d'euro »

### Question 2

Le total des valeurs des deux pièces définit une variable aléatoire X. Calculer la loi de probabilité de X, puis l'espérance de X.

### Question 3

On procède à trois tirages successifs de deux pièces, les deux pièces étant remises dans l'urne après chaque tirage. Calculer la probabilité de l'événement « on tire deux fois une somme supérieure à 50 centimes d'euro ».

### Exercice n° 3

On considère l'application  $f$  de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$  qui à tout complexe  $z$  associe le complexe  $z'$  tel que :

$$z' = \frac{1+i}{3\sqrt{2}}z = f(z)$$

On pose  $z_0 = 1$ ,  $z_1 = f(z_0)$ ,  $z_2 = f(z_1)$  et, de façon générale, pour tout entier naturel  $n$ ,  $z_{n+1} = f(z_n)$ .

#### Question 1

Calculer le module et un argument de  $z_1$ .

#### Question 2

Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$z_n = \left( \frac{1+i}{3\sqrt{2}} \right)^n$$

En déduire le module et un argument de  $z_n$ .

#### Question 3

Pour quelles valeurs de l'entier naturel  $n$ ,  $z_n$  est-il :

- a) réel ?
- b) imaginaire pur ?

#### Question 4

Calculer la limite, quand  $n$  tend vers l'infini, du module de  $z_n$ .

### Exercice n° 4

Trouver un équivalent, au voisinage de 2, de l'expression :

$$y = \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x+7} - 3} - \frac{3}{2}$$

### Exercice n° 5

Calculer l'intégrale indéfinie suivante :

$$I = \int \frac{\sqrt{1+x^2} + 1}{\sqrt{1+x^2} - 1} dx$$

### Exercice n° 6

Soit  $f_a$  l'application linéaire de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}^3$  définie par :

$$f_a(x,y,z) = (ax+y+z, 2y+z, y+2z)$$

où  $a$  est un paramètre réel fixé.

#### Question 1

Trouver le noyau et l'image de  $f_a$ . Donner leurs dimensions.

#### Question 2

Donner la matrice  $M$  associée à  $f_a$ , par rapport à la base :

$$\{ (1,1,1) ; (1,0,0) ; (0,1,0) \} \text{ de } \mathbb{R}^3$$

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

**ITS Voie B Option Économie**

**ORDRE GÉNÉRAL**

**(Durée de l'épreuve : 3 heures)**

**Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.**

**Sujet n° 1**

De quelle vérité l'opinion est-elle capable ?

**Sujet n° 2**

Dans quelle mesure l'école est-elle aujourd'hui un facteur d'intégration sociale ?

**Sujet n° 3**

Les hommes ont-ils besoin d'être gouvernés ?

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

**ITS Voie B Option Économie**

**ÉCONOMIE**

**(Durée de l'épreuve : 4 heures)**

**Le candidat traitera au choix l'un des deux sujets suivants.**

**Sujet n° 1**

En vous appuyant sur le modèle macroéconomique keynésien en économie ouverte (IS LM BP), il vous est demandé d'analyser les conséquences du choix d'un régime de change (fixe ou flexible) sur la politique budgétaire et monétaire en cas de mobilité élevée des capitaux.

**Sujet n° 2**

***Le sujet n° 2 est constitué de deux parties (microéconomie et macroéconomie) qui figurent en pages 2 et 3-4 respectivement.***

# MICROÉCONOMIE

*Cette première partie comporte une question et un exercice. Elle est globalement notée sur 10.*

## QUESTION (5 points)

La notion de fonction de production :

- 1) Définition générale et propriétés.
- 2) La technologie de Léontief.
- 3) La technologie de Cobb Douglas.

## EXERCICE (5 points)

Une économie d'échange est caractérisée par deux agents 1 et 2 et deux biens,  $Y_1$  et  $Y_2$ . La fonction d'utilité du premier agent est  $U_1 = 3Y_1$ . Celle du second consommateur s'écrit :  $U_2 = 5Y_2$ . On suppose que les dotations initiales du premier consommateur en biens 1 et 2 sont respectivement de  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{2}$ . Les dotations du second consommateur sont égales à celle du premier.

- a. Tracez les courbes d'indifférence des deux consommateurs dans la boîte d'Edgeworth.
- b. L'allocation initiale est-elle optimale au sens de Pareto ? Expliquez.
- c. Tracez la courbe des contrats.
- d. On suppose maintenant que les agents échangent, en prenant les prix sur les marchés comme donnés et en maximisant leur fonction d'utilité. Quelle est l'allocation concurrentielle ? Quel est le rapport d'échange entre les biens  $Y_1$  et  $Y_2$  s'établissant à l'équilibre ?

## MACROÉCONOMIE

*Cette seconde partie comporte une question et un exercice. Elle est globalement notée sur 10.*

### QUESTION (5 points)

Les effets d'une dévaluation dans les économies développées et dans les économies en voie de développement.

### EXERCICE (5 points)

Une économie est représentée par le modèle keynésien simplifié suivant :

Fonction de consommation des ménages :  $C = c \cdot Q_d + \bar{C}$      $\bar{C} = 20$

Revenu disponible des ménages :  $Q_d = Q - T$

Recettes fiscales :  $T = t \cdot Q + \bar{T}$      $\bar{T} = -10$

Dépenses publiques :  $\bar{G}$     exogènes

Solde budgétaire :  $T - \bar{G} = -10$

Investissement des entreprises :  $I = a / i$      $a = 2.6$

Taux d'intérêt nominal :  $i = 10\%$

Balance commerciale :  $B = \bar{X} - M$

Exportations exogènes :  $\bar{X}$

Importations : les importations sont déterminées par la contrainte d'équilibre de la balance commerciale, le pays étant une petite économie surendettée.

Equilibre global :  $Q = C + I + \bar{G} + \bar{X} - M$

Le seuil d'épargne des ménages est atteint pour  $Q_d = 100$

Le multiplicateur des dépenses publiques  $k_g \cong 3,57$

- 1) Trouver le revenu d'équilibre, le montant des recettes et des dépenses de l'Etat, le niveau des investissements et enfin le niveau des importations.
- 2) La production domestique peut être représentée par la fonction de production suivante :  $Q = 60 \cdot \sqrt{L}$  . Le taux de chômage est de 30,55 % de la population active. La population active représente les 3/4 de la population ayant l'âge de travailler, et la population en âge de travailler les deux tiers de la population totale. Quel est le niveau de la production par tête. Quel serait ce niveau au plein emploi ?
- 3) Pour atteindre le plein emploi, l'Etat hésite entre une action sur les dépenses publiques et une action sur les recettes fiscales. Evaluer les résultats de ces deux politiques. Laquelle conseillez-vous de choisir ?

AVRIL 2005

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

**ITS Voie B Option Économie**

**ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE**

**(Durée de l'épreuve : 2 heures)**

**Question 1**

Le comité régional du tourisme réalise tous les mois une enquête auprès d'un échantillon d'hôtels de la région pour mesurer l'activité économique de ce secteur. L'hôtelier enquêté inscrit à chaque arrivée le nombre de personnes qui vont passer au moins une nuit à l'hôtel ainsi que le nombre de nuits effectivement passées. Le tableau ci-dessous correspond au résultat synthétique communiqué par un hôtelier pour le mois de septembre 2004. A partir des éléments fournis, donner la moyenne et l'écart type du nombre de nuitées.

Situation au cours du mois de septembre 2004

Nb de nuitées	Nb d'arrivées
1	300
2	200
3	70
4	20
5	10
Total	600

**Question 2**

Le comité régional du tourisme constate depuis plusieurs mois que le nombre de répondants à l'enquête diminue. Craignant pour la qualité de l'enquête, elle demande à un chargé d'études de lui indiquer, sur la base de ses connaissances statistiques, si le taux de réponse a effectivement diminué au fil des mois. Pour ce faire, le chargé d'études se propose de comparer le taux de réponse constaté en septembre 2000 à celui constaté en septembre 2004.

En 2000, sur 558 unités enquêtées, 267 avaient répondu au questionnaire. Pour 2004, le résultat est de 236 répondants sur 540 questionnaires envoyés.

- 1) A partir des taux de réponse estimés, notés  $f_{2000}$  et  $f_{2004}$  que vous calculerez, apportez une réponse à la question posée par le comité régional.

Cette première analyse, assez sommaire, ne satisfait pas le président du comité régional du tourisme qui vous demande de faire un test de comparaison.

2) Calculez  $s = \sqrt{p(1-p) \left( \frac{1}{n_{2000}} + \frac{1}{n_{2004}} \right)}$  où  $p = \frac{n_{2000}f_{2000} + n_{2004}f_{2004}}{n_{2000} + n_{2004}}$ ,

$n_{2000}$  est le nombre d'hôteliers enquêtés en 2000 et  $n_{2004}$  celui des hôteliers enquêtés en 2004.

- 3) Dans l'hypothèse où les taux de réponse sont identiques, on considérera que la loi suivie par la différence «  $f_{2000} - f_{2004}$  » peut être approximée par une loi normale de moyenne nulle et d'écart type  $s$ . A partir des probabilités données ci-dessous pour la loi normale centrée réduite, calculez  $P(X > x)$  où  $x$  est la différence observée entre septembre 2004 et septembre 2000.

T	P (T>t)
1,1	0,1357
1,2	0,1151
1,3	0,0968
1,4	0,0808
1,5	0,0668

- 4) Concluez.

### Question 3

La région est constituée de trois départements. On dispose des données suivantes pour la saison touristique 2003 et 2004. Vous constaterez que le nombre de nuitées a augmenté sur un an. Le président du comité régional du tourisme cherche à déterminer si cela provient du fait que le nombre de personnes qui ont fréquenté un hôtel a progressé ou si cela provient du fait que la durée du séjour (nombre de nuitées par arrivée) a augmenté. Pouvez-vous l'aider ?

Département	2003	2004
A	Arrivées : 1.050.000 Nuitées : 1.850.000 Durée du séjour : 1,76	Arrivées : 1.030.000 Nuitées : 1.900.000 Durée du séjour : 1,84
B	Arrivées : 450.000 Nuitées : 750.000 Durée du séjour : 1,67	Arrivées : 460.000 Nuitées : 780.000 Durée du séjour : 1,70
C	Arrivées : 140.000 Nuitées : 280.000 Durée du séjour : 2,00	Arrivées : 160.000 Nuitées : 290.000 Durée du séjour : 1,81

Pour ce faire, l'appel aux calculs des indices de Laspeyre et de Paasche est vivement conseillé, en prenant la durée du séjour comme variable prix et le nombre d'arrivées comme variable quantité.

#### **Question 4**

A partir des éléments fournis dans le tableau ci-après, il vous est demandé de déterminer en quelle année le nombre de nuitées dépassera le seuil des 2.800.000 si la croissance annuelle constatée entre 1990 et 2003 se prolonge.

#### Nombre de nuitées

	1990	2003
Total région	2.480.000	2.650.000

#### **Question 5**

A partir des tableaux 1 à 4 suivants, il vous est demandé de rédiger un article de 25 lignes maximum sur la saison touristique (de mai à septembre) dans la région constituée des 3 départements A, B et C en comparant la saison 2004 à la saison 2003.  
(source des tableaux : Insee - enquête tourisme)

**Tableau 1 - Nombre de nuitées par mois**

Région	2003	2004
Mai	489 191	511 088
Juin	532 611	541 636
Juillet	599 299	641 340
Août	741 764	725 018
Septembre	525 894	550 397
Année	2 889 059	2 969 479

**Tableau 2 - Nombre de nuitées par nationalités**

Région	2003	2004
Ensemble	2 889 059	2 969 479
France	1 813 144	1 821 021
Etrangers	1 075 915	1 148 458
<i>dont :</i>		
<i>Iles Britanniques</i>	515 844	471 438
<i>Allemagne Bénélux</i>	234 024	280 189
<i>Amérique du Nord</i>	120 493	168 115
<i>Pays méditerranéens</i>	109 450	118 712

Département A	2003	2004
Ensemble	1 863 242	1 900 485
France	1 121 354	1 124 070
Etrangers	741 888	776 415
<i>dont :</i>		
<i>Iles Britanniques</i>	350 713	322 409
<i>Allemagne Bénélux</i>	163 045	189 693
<i>Amérique du Nord</i>	91 408	121 187
<i>Pays méditerranéens</i>	70 005	75 556

Département B	2003	2004
Ensemble	744 560	779 009
France	471 844	496 274
Etrangers	272 716	282 735
<i>dont :</i>		
<i>Iles Britanniques</i>	132 256	112 033
<i>Allemagne Bénélux</i>	56 220	66 425
<i>Amérique du Nord</i>	23 365	31 731
<i>Pays méditerranéens</i>	34 896	35 777

Département C	2003	2004
Ensemble	281 257	289 985
France	219 946	200 677
Etrangers	61 311	89 308
<i>dont :</i>		
<i>Iles Britanniques</i>	32 875	36 996
<i>Allemagne Bénélux</i>	14 759	24 071
<i>Amérique du Nord</i>	5 720	15 197
<i>Pays méditerranéens</i>	4 549	7 379

**Tableau 3 - Indicateur « durée de séjour »**

Mai à Septembre			Juillet -Août		
Durée de séjour			Durée de séjour		
Région	2003	2004	Région	2003	2004
Durée séjour	1,8	1,8	Durée séjour	1,8	1,9
Arrivées	1 636 601	1 645 774	Arrivées	726 978	725 255
Français	1 026 991	1 037 382	Français	433 688	439 565
Durée séjour Français	1,8	1,8	Durée séjour Français	1,9	1,9
Etrangers	609 610	608 392	Etrangers	293 290	285 690
Durée séjour Etrangers	1,8	1,9	Durée séjour Etrangers	1,8	1,9

Durée de séjour			Durée de séjour		
Département A	2003	2004	Département A	2003	2004
Durée séjour	1,8	1,8	Durée séjour	1,8	1,9
Arrivées	1 051 237	1 029 515	Arrivées	470 549	454 808
Français	646 600	630 783	Français	273 242	266 711
Durée séjour Français	1,7	1,8	Durée séjour Français	1,9	2,0
Etrangers	404 637	398 732	Etrangers	197 307	188 097
Durée séjour Etrangers	1,8	1,9	Durée séjour Etrangers	1,8	1,9

Durée de séjour			Durée de séjour		
Département B	2003	2004	Département B	2003	2004
Durée séjour	1,7	1,7	Durée séjour	1,8	1,8
Arrivées	448 303	459 881	Arrivées	197 487	205 102
Français	280 097	298 189	Français	118 903	129 008
Durée séjour Français	1,7	1,7	Durée séjour Français	1,8	1,8
Etrangers	168 206	161 692	Etrangers	78 584	76 094
Durée séjour Etrangers	1,6	1,7	Durée séjour Etrangers	1,6	1,7

Durée de séjour			Durée de séjour		
Département C	2003	2004	Département C	2003	2004
Durée séjour	2,1	1,9	Durée séjour	2,1	1,9
Arrivées	137 061	156 378	Arrivées	58 942	65 345
Français	100 294	108 410	Français	41 543	43 846
Durée séjour Français	2,2	1,9	Durée séjour Français	2,3	1,9
Etrangers	36 767	47 968	Etrangers	17 399	21 499
Durée séjour Etrangers	1,7	1,9	Durée séjour Etrangers	1,6	1,8

**Tableau 4 - Taux d'occupation des chambres sur la saison Mai/Septembre**

Occupation	2003					2004				
	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.
Dept A	67,6%	73,5%	75,3%	86,8%	73,7%	70,1%	77,7%	78,6%	87,9%	76,7%
Dept B	61,4%	68,8%	69,3%	86,2%	74,2%	60,5%	69,1%	65,6%	82,6%	68,8%
Dept C	52,4%	60,1%	59,0%	69,9%	63,4%	53,4%	64,8%	62,3%	66,4%	63,1%
Région	63,8%	70,4%	71,5%	84,4%	72,4%	65,1%	73,6%	72,9%	83,6%	72,7%