### **AVRIL 2004**

## CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

# ITS Voie B Option Économie

## **MATHÉMATIQUES**

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

# Exercice n° 1

### Question 1

Démontrer par récurrence la relation suivante :

$$\forall n \in ? *, 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

### Question 2

On note (u<sub>n</sub>) la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ \text{pour tout entier } n \text{ de N,} \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + (n+1)^2 \end{cases}$$

Montrer qu'il existe trois constantes réelles a,b,c telles que la suite  $(r_n)$  définie, pour tout entier n de N, par :

$$r_n = an^2 + bn + c$$

vérifie la relation:

$$r_{n+1} = (1/2) r_n + (n+1)^2$$

### Question 3

On suppose maintenant que a,b,c ont les valeurs trouvées à la question précédente et on pose alors, pour tout entier n de N :

$$v_n = u_n - r_n$$

- a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
- b) Calculer le terme général de la suite (v<sub>n</sub>) en fonction de n
- c) En déduire le terme général de la suite (uh) en fonction de n
- d) La suite (u<sub>n</sub>) converge-t-elle?

### Question 4

Calculer, pour tout entier n de N:

$$V_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$$
  
 $R_n = r_0 + r_1 + r_2 + ... + r_n$   
 $U_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$ 

### Exercice n° 2

On considère l'espace vectoriel  $R^3$  muni de sa base canonique B composée des vecteurs  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ . Soit f un endomorphisme de  $R^3$ , défini par :

$$f(e_1) = -e_1$$
  
 $f(e_2) = e_1 + e_2 + e_3$   
 $f(e_3) = -e_2 - e_3$ 

### Question 1

Déterminer la matrice A de f dans la base canonique B de R<sup>3</sup>

### Question 2

Déterminer des bases de Ker f et de Im f, où Ker f désigne le noyau de f et Im f son image.

### Question 3

- a) L'endomorphisme f est-il injectif ? surjectif ? bijectif ?
- b) Quel est le rang de f?

## Question 4

- a) Montrer que la valeur 0 est une valeur propre de la matrice A
- b) En déduire un vecteur propre associé à la valeur propre 0
- c) Calculer les autres valeurs propres de A
- d) La matrice A est-elle diagonalisable ? Justifier.

## Question 5

Soit la famille de vecteurs B' composée des vecteurs  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  de  $R^3$  définis par :  $u_1 = -e_2$  ;  $u_2 = e_1 + e_3$  ;  $u_3 = e_1$ 

- a) Montrer que cette famille forme une base de R<sup>3</sup>
- b) Ecrire la matrice P de passage de la base B à la base B'
- c) Calculer P<sup>-1</sup>
- d) En déduire la matrice A' de l'endomorphisme f dans la base B'
- e) Quel est le rang de la matrice A'?

# Exercice n° 3

## Question 1

Calculer le développement limité à l'ordre 2, au voisinage de 0, de la fonction :

$$g(x) = \sqrt{1+2x} - 1 - x$$

# Question 2

Même question pour la fonction :

$$h(x) = e^{3x} - 3e^x + 2$$

# Question 3

Calculer:  $\lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{h(x)}$ 

### Exercice n° 4

En fonction du paramètre m réel, déterminer les points stationnaires de la fonction f ainsi définie :  $f(x, y, z) = x^2 - yz^2 - xy^2 + 2mxy$ 

### AVRIL 2004

# CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

# ITS Voie B Option Économie

## ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats traiteront <u>au choix</u> l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Dans une société, quelles sont les conditions de la réduction des inégalités entre les hommes et les femmes ?

Sujet n° 2

L'homme moderne s'est-il trop éloigné de la nature ?

Sujet n° 3

Les découvertes techniques contribuent-elles à renouveler les questions morales ?

### AVRIL 2004

# CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

# **ITS Voie B Option Économie**

## **ÉCONOMIE**

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Le candidat traitera <u>au choix</u> l'un des deux sujets suivants.

Sujet n° 1

Libéralisation des échanges et croissance économique dans les économies contemporaines.

Sujet n° 2

Le sujet n° 2 est constitué de deux parties (microéconomie et macroéconomie) qui figurent en pages 2 et 3 respectivement.

# **MICROÉCONOMIE**

Cette première partie comporte une question et deux exercices. Elle est globalement notée sur 10.

### **QUESTION (4 points)**

Le surplus du consommateur.

### **EXERCICE I (3 points)**

La production d'une entreprise de taxis «brousse» est mesurée par le nombre *n* de kilomètres parcourus chaque jour. Ses coûts de production comprennent :

- le coût salarial du conducteur, soit *w*Francs CFA de l'heure,
- le coût du carburant diesel, soit *p* Francs CFA par litre,
- la consommation de carburant c par kilomètre, fonction de la vitesse v du taxi : nous supposons qu'elle puisse être représentée par c = A + Bv, A et B étant deux constantes.
- 1) Déterminer la fonction de coût variable total de l'entreprise lorsque celle-ci dispose d'un nombre illimité de taxis.
- 2) Donner l'expression de la fonction de coût lorsque l'entreprise ne dispose que d'un taxi dont l'utilisation ne peut excéder 10 heures par jour.

### **EXERCICE II (3 points)**

Une entreprise a pour fonction de production  $y = k^{1/3}l^{1/3}$  avec deux facteurs de production, du capital en quantité k et du travail en quantité l.

Les prix unitaires des facteurs sont égaux à 1 et le prix du bien égal à p.

- 1) Déterminer la fonction de coût total. En déduire la fonction d'offre de l'entreprise et la demande pour chaque facteur en fonction du prix du bien.
- 2) Déterminer la fonction de demande de chaque facteur et la fonction d'offre de l'entreprise en passant par la maximisation du profit.

## **MACROÉCONOMIE**

Cette seconde partie comporte une question et un exercice. Elle est globalement notée sur 10.

### **QUESTION (4 points)**

Les causes de l'inflation dans les économies en développement.

## **EXERCICE** (6 points)

Une économie est représentée par le modèle keynésien simplifié suivant :

Fonction de consommation :  $C = c(Q - \overline{T}) + C_0$  c = 0.6

Fonction d'investissement :  $I = aQ + I_0$  a=0,2

Fonction d'importations :  $M = mQ + M_0$  m=0,2

Équilibre global :  $Q = C + I + \overline{G} + \overline{X} - M$ 

 $C_0$ ,  $I_0$ ,  $M_0$ , c, a, et m sont des constantes,  $\overline{G}$ ,  $\overline{T}$  et  $\overline{X}$  des variables exogènes (respectivement les dépenses publiques, la fiscalité, les exportations), les deux premières étant des instruments de politique économique.

- A. On suppose qu'à la suite d'un choc, la consommation se réduit de 10 milliards de Francs CFA au profit de l'épargne.
- 1) Calculer l'impact de ce choc sur les variables endogènes. Expliquer les canaux de transmission de ce choc.
- 2) Quelles mesures de politique économique permettraient de maintenir le niveau initial de production?

### B. Politique budgétaire :

- 1) Calculer l'impact sur l'équilibre des biens et services d'un accroissement des dépenses publiques de 10 milliards de Francs CFA financé par déficit.
- 2) Calculer l'impact d'un accroissement de dépenses identique financé par la fiscalité. Comparer aux résultats précédents ; commenter.

### AVRIL 2004

# CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

# ITS Voie B Option Économie

## ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

(Durée de l'épreuve : 2 heures)

### Exercice n° 1

Dans une centrale d'achats, pour chaque livraison effectuée, on a noté le nombre de kilomètres parcourus. Le tableau ci-dessous est un résumé des observations faites au cours d'une année.

Parcours de livraison (en kilomètres)	Nombre de livraisons
De 0 à 6	60
de 6 à 12	360
de 12 à 18	520
de 18 à 24	620
de 24 à 30	710
de 30 à 36	780
de 36 à 42	650
de 42 à 48	600
de 48 à 54	400
de 54 à 60	100

### Question 1

Déterminer, par le calcul, le pourcentage de livraisons dont le kilométrage est :

- a) inférieur à 24 kilomètres
- b) compris entre 12 et 36 kilomètres

### Question 2

- a) Calculer la moyenne arithmétique du parcours de livraison.
- b) Calculer le coût moyen d'une livraison sachant que le prix du kilomètre parcouru est facturé 1,6748 euros.
- c) Les calculs précédents ont été faits pour l'année 2001. En 2002, le prix par kilomètre parcouru a diminué de 2% et le nombre moyen de kilomètres par livraison a augmenté de 5%, calculer le coût moyen d'une livraison en 2002 et comparer avec 2001.

#### Question 3

Déterminer la médiane du parcours de livraison à partir de ce tableau.

#### Exercice n° 2

Le nombre de places offertes dans les crèches en 1946 était de 3813. Pour l'année 1986, ce nombre atteignait 57937.

## Question 1

Donner le taux d'accroissement annuel moyen de la variable étudiée.

### Question 2

En 1975, l'indice du nombre de places offertes dans les crèches, calculé sur la base 100 en 1986, était 49,3. Donner le nombre de places offertes en 1975.

### Exercice n° 3

A partir des 4 tableaux fournis en annexe, dresser un panorama de l'offre médicale (nombre de lits, de médecins, etc.) en France en la rapprochant de la demande (population, nombre de décès, etc...).

	Hospitalisation court séjour : Lits installés au 1.1.2000					
Annexe 1	То	tal	Répartition (pour 100 000 hab.)			
	nombre	pour 100 000 hab.	Medecine	Chirurgie	Gynéco- Obstétrique	
Alsace	7 883	451	228	177	46	
Aquitaine	12 938	443	209	196	38	
Auvergne	5 758	439	208	193	38	
Bourgogne	7 373	457	238	177	43	
Bretagne	11 462	393	197	157	39	
Centre	9 014	368	181	150	38	
Champagne-Ardenne	5 901	440	213	181	46	
Corse	1 276	489	239	201	49	
Franche-Comté	4 726	422	195	179	48	
Île-de-France	47 501	433	197	191	45	
Languedoc-Roussillon	9 725	420	210	177	33	
Limousin	3 547	499	258	206	35	
Lorraine	11 401	493	254	192	47	
Midi-Pyrénées	10 530	410	201	174	34	
Nord - Pas-de-Calais	15 594	389	182	158	49	
Basse-Normandie	6 377	447	224	174	49	
Haute-Normandie	6 375	357	168	147	41	
Pays-de-la-Loire	11 905	367	175	153	39	
Picardie	6 765	363	182	134	48	
Poitou-Charentes	5 895	358	171	150	36	
Provence-Alpes-Côte d'Azur	20 053	442	215	188	38	
Rhône-Alpes	22 784	401	192	168	41	
Ensemble province	197 282	413	201	170	41	
Ensemble métropole	244 783	417	201	175	41	
Guadeloupe	1 708	401	210	132	59	
Guyane	615	382	187	113	82	
Martinique	1 844	481	271	155	55	
Réunion	2 007	280	140	94	46	
Total France	250 957	415	201	173	42	

Source : Ministère de l'emploi et de la solidarité - DREES

<u>Hospitalisation</u> <u>complète</u>: activité des unités et services qui, accueillant et hébergeant des malades, se caractérisent par un équipement en lits d'hospitalisation, et par des équipes médicales et paramédicales qui assurent le diagnostic, les soins et la surveillance.

	Activités hospitalières du court séjour hospitalier en 1999								
Annexe 2	Entrées totales en hospitalisation complète		Venues en hos jour et en ambul	chirurgie	Nombre total	Nombre d'IVG			
	Médecine (milliers)	Chirurgie (milliers)	Médecine (milliers)	Chirurgie (milliers)	d'accouche- ments	Total	Pour 10 000 femmes de 15 à 49 ans		
Alsace	179,8	162,2	110,3	31,9	22 503	4 891	110		
Aquitaine	298,0	293,8	91,3	92,3	31 757	9 040	131		
Auvergne	121,8	119,8	26,4	42,4	13 101	3 546	117		
Bourgogne	169,8	144,7	62,4	60,7	18 026	3 727	100		
Bretagne	262,3	255,3	99,3	94,2	35 245	7 478	109		
Centre	202,6	205,2	65,8	75,9	27 541	6 228	107		
Champagne-Ardenne	137,8	140,8	57,6	42,8	16 691	3 365	102		
Corse	32,3	31,5	6,5	10,5	2 644	1 292	212		
Franche-Comté	106,9	107,5	25,6	23,7	13 756	3 058	113		
Île-de-France	873,8	946,3	496,4	495,2	160 425	55 016	188		
Languedoc-Roussillon	212,2	232,0	99,5	98,3	25 492	9 302	172		
Limousin	80,6	67,7	21,8	17,5	6 957	1 737	110		
Lorraine	275,8	240,2	62,4	49,1	26 633	6 256	109		
Midi-Pyrénées	273,1	244,7	95,9	92,4	26 860	8 191	136		
Nord - Pas-de-Calais	345,8	342,1	143,9	129,2	55 889	12 447	123		
Basse-Normandie	135,4	132,8	28,7	31,8	17 747	3 427	101		
Haute-Normandie	133,6	144,8	55,3	53,9	22 440	4 776	107		
Pays de la Loire	253,1	284,0	101,8	102,8	40 561	7 432	95		
Picardie	163,0	138,7	52,5	44,2	23 408	5 137	111		
Poitou-Charentes	146,5	150,0	49,3	44,8	17 155	3 935	103		
Provence-Alpes-Côte d'Azur	449,1	445,9	271,0	252,6	54 120	20 741	195		
Rhône-Alpes	483,8	492,1	169,8	182,0	72 395	18 710	134		
Ensemble province	4 463,3	4 375,7	1 697,0	1 573,0	570 921	144 716	126		
Ensemble métropole	5 337,1	5 322,0	2 193,4	2 068,1	731 346	199 732	138		
Guadeloupe	34,4	24,9	11,3	3,7	7 448	5 402	466		
Guyane	12,0	9,5	3,8	0,0	4 594	1 310	313		
Martinique	38,1	29,3	2,8	5,4	5 697	2 529	245		
Réunion	53,8	42,5	12,7	13,3	13 961	4 522	230		
Total France	5 475,5	5 428,2	2 224,0	2 090,5	763 046	213 495	143		

Source : Ministère de l'emploi et de la solidarité - Drees (Enquête SAE)

<u>Hospitalisation complète</u>: les entrées totales résultent de la somme des entrées directes dans une unité hospitalière hébergeant les malades, en provenance du domicile, d'un autre établissement ou d'une autre discipline du même établissement (de médecine à chirurgie, par exemple).

Hospitalisation de jour : activité des unités hospitalières qui effectuent pendant la seule journée des investigations spécialisées, des traitements médicaux séquentiels délicats, des interventions chirurgicales courtes ou une surveillance post-thérapeutique particulière (séjours de moins de 24 heures).

Interruptions volontaires de grossesse (IVG): autorisées par la loi Veil depuis 1975, les IVG doivent faire l'objet d'une déclaration sous la forme d'un bulletin statistique anonyme. L'Institut national d'études démographiques (Ined) est chargé par la loi d'analyser et de publier les résultats issus de l'exploitation de ces bulletins, en liaison avec l'Institut national de la santé et de la recherche médicale (Inserm).

		Médecins a	ıu 1.1.2000		Autres personnels au 1.1.2000 (pour 100 000 hab.)				
Annexe 3 - Personnels de santé	Effectifs	Total	Généralistes	Spécialistes	Chirurgiens	Infirmiers diplômés d'état	Infirmiers de secteur	Masseurs- kinésithéra-	Pharmaciens
		pour 100 000 habitants			dentistes	et autorisés	psychiatrique	peutes	
Alsace	5 411	312	152	160	78	640	82	68	94
Aquitaine	8 873	305	152	153	80	611	87	90	111
Auvergne	3 482	266	148	118	68	592	110	88	117
Bourgogne	4 099	255	138	116	52	545	95	71	100
Bretagne	8 040	277	144	133	69	572	148	93	92
Centre	6 062	248	127	122	51	480	66	66	111
Champagne-Ardenne	3 379	252	140	112	56	508	91	56	96
Corse	781	300	162	138	81	643	72	117	102
Franche-Comté	2 945	264	138	125	55	582	107	59	102
Île-de-France	43 101	394	180	214	90	575	64	111	101
Languedoc-Roussillon	7 711	336	171	165	81	689	78	126	124
Limousin	2 144	302	166	136	54	760	125	86	132
Lorraine	6 433	278	142	136	63	539	103	64	89
Midi-Pyrénées	8 644	339	167	172	84	721	116	103	111
Nord - Pas-de-Calais	10 734	269	154	114	48	455	69	84	91
Basse-Normandie	3 538	249	131	117	44	553	86	64	86
Haute-Normandie	4 424	249	128	121	42	458	64	57	92
Pays de la Loire	8 112	252	136	116	58	532	101	75	88
Picardie	4 345	234	132	102	43	443	106	61	90
Poitou-Charentes	4 422	270	151	119	54	503	127	70	104
Provence-Alpes-Côte d'Azur	18 534	411	190	222	95	689	104	132	116
Rhône-Alpes	16 906	299	148	151	69	579	78	100	108
Ensemble province	139 019	292	150	142	65	573	95	87	102
Ensemble métropole	182 120	311	156	155	70	573	89	91	102
Guadeloupe	785	186	102	84	33	355	66	45	54
Guyane	219	139	84	55	25	318	32	27	34
Martinique	762	200	112	88	35	498	66	47	60
Réunion	1 492	211	123	88	50	410	48	84	55
Total France	185 378	308	155	153	69	568	88	90	101

Source : Ministère de l'emploi et de la solidarité - Drees (répertoire Adeli)

Personnels de santé: au 1er janvier 2000, plus de 785 000 professionnels de santé exercent en France (y compris Dom), à titre libéral ou salarié. On compte plus de 185 000 médecins, 41 500 chirurgiens-dentistes, 342 000 infirmiers diplômés d'État (hors secteur psychiatrique), 52 900 infirmiers psychiatriques, 54 400 masseurs-kinésithérapeutes et près de 60 700 pharmaciens. S'y ajoutent sages-femmes, orthophonistes, orthoptistes, etc. Les personnels de santé comprennent aussi les aides-soignantes et agents hospitaliers (non comptabilisés dans le total ci-dessus).

<u>Médecins</u>: sont pris en compte les médecins en activité, du secteur public ou privé, inscrits à l'Ordre des médecins. La loi de 1979 fixe par arrêté le nombre d'étudiants pouvant être admis en deuxième année de médecine, d'odontologie et de pharmacie (numerus clausus). En médecine, le «numerus clausus » était de 4 100 en 2001.

Pharmaciens: en 2000, on recense 23 330 officines pharmaceutiques en France (y compris Dom).

	Population en 1999	Naissance	es en 1999		Décès en 1999	Espérance de vie à la naissance (en années) en 1999		
Annexe 4	Nombre	Nombre de naissances	Taux brut de natalité (pour 1 000 habitants)	Nombre de décès	Taux brut de mortalité (pour 1 000 habitants)	Mortalité infantile (pour 1 000 enfants nés vivants)	Hommes	Femmes
Alsace	1 734 145	22 369	12,9	14 297	8,2	5,1	75,0	81,6
Aquitaine	2 908 359	31 465	10,8	30 680	10,5	3,9	75,3	82,9
Auvergne	1 308 878	13 481	10,3	14 805	11,3	3,9	74,2	82,3
Bourgogne	1 610 067	17 977	11,2	17 907	11,1	5,2	74,2	82,1
Bretagne	2 906 197	34 861	12,0	30 423	10,4	4,3	73,6	82,0
Centre	2 440 329	28 872	11,8	24 622	10,1	3,9	75,2	82,7
Champagne-Ardenne	1 342 363	16 732	12,5	12 897	9,6	4,3	73,8	82,1
Corse	260 196	2 712	10,4	2 691	10,3	2,6	75,5	82,7
Franche-Comté	1 117 059	13 978	12,5	10 151	9,1	3,7	75,2	82,4
Île-de-France	10 952 011	167 295	15,3	74 745	6,8	4,7	76,3	83,0
Languedoc-Roussillon	2 295 648	25 786	11,2	24 839	10,8	4,9	75,0	82,2
Limousin	710 939	6 562	9,2	9 220	13,0	3,2	75,3	82,7
Lorraine	2 310 376	27 203	11,8	20 805	9,0	4,2	74,4	81,6
Midi-Pyrénées	2 551 687	27 639	10,8	26 284	10,3	3,8	76,6	83,0
Nord - Pas-de-Calais	3 996 588	55 867	14,0	36 888	9,2	4,5	72,0	80,6
Basse-Normandie	1 422 193	17 391	12,2	13 490	9,5	3,9	74,6	82,5
Haute-Normandie	1 780 192	23 395	13,1	15 596	8,7	4,5	74,0	82,1
Pays de la Loire	3 222 061	40 803	12,6	28 568	8,8	4,2	75,4	83,2
Picardie	1 857 481	25 137	13,5	16 842	9,1	5,6	73,3	81,2
Poitou-Charentes	1 640 068	17 898	10,9	17 729	10,8	3,0	75,5	83,2
Provence-Alpes-Côte d'Azur	4 506 151	53 433	11,8	45 888	10,2	3,6	75,4	82,8
Rhône-Alpes	5 645 407	72 482	12,8	46 303	8,2	3,9	76,0	83,1
Ensemble province	47 566 384	576 043	12,1	460 925	9,7	4,2	74,7	82,4
Ensemble métropole	58 518 395	743 338	12,7	535 670	9,1	4,3	75,1	82,5
Guadeloupe	422 496	7 352	17,4	2 633	6,2	6,9	73,7	80,8
Guyane	157 213	4 907	31,0	648	4,1	10,2	71,1	77,9
Martinique	381 427	5 766	15,1	2 551	6,7	6,8	75,1	81,5
Réunion	706 300	13 741	19,4	3 795	5,3	6,0	70,4	78,6
Total France	60 185 831	776 548	12,9	545 297	9,1	4,4	74,9	82,4

Source : Insee (RP90 - RP99- état civil)

<u>Population</u>: toutes les personnes (Français ou étrangers) résidant sur le territoire, à l'exception des personnes en séjour de courte durée (touristes, travailleurs saisonniers); elle comprend aussi des personnes momentanément absentes mais appelées à rentrer à plus ou moins brève échéance (militaires en service).

Taux brut de natalité : rapport du nombre de naissances vivantes au cours de l'année à la population totale au milieu de l'année considérée.

<u>Taux brut de mortalité</u>: rapport entre le nombre annuel de décès et la population totale en milieu d'année. Il dépend surtout de la structure par âge de la population. <u>Mortalité infantile</u>: nombre d'enfants qui meurent avant l'âge d'un an, calculé pour 1 000 naissances vivantes.

Espérance de vie à la naissance : durée de vie moyenne ou âge moyen au décès d'une génération fictive qui aurait tout au long de son existence les conditions de mortalité par âge de l'année considérée.