

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE**

**ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIE B**

**OPTION ECONOMIE**

**ORDRE GENERAL**

**DUREE : 3 HEURES**

*Les candidats traiteront l'un des trois sujets suivants au choix.*

**SUJET n° 1**

Pourquoi revenir sur le passé ?

**SUJET n° 2**

La parole suffit-elle à faire échec à la violence ?

**SUJET n° 3**

Quels peuvent être les effets de la mondialisation sur les spécificités socio-culturelles ?

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE**

**ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIE B**

**OPTION ECONOMIE**

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**DUREE : 4 HEURES**

*L'épreuve est composée d'exercices indépendants qui peuvent donc être traités dans un ordre quelconque.*

**Exercice n° 1**

Soit  $E$  un espace vectoriel sur le corps des réels de dimension finie. On désigne par  $e$  l'endomorphisme identité et on considère un endomorphisme  $u$  tel que  $u^2 = u$  ou  $u = u$ . Un tel endomorphisme est appelé projecteur. On rappelle qu'un endomorphisme de  $E$  est une application linéaire de  $E$  dans  $E$ .

- 1) Vérifier que  $u$  est un projecteur si et seulement si  $e-u$  est un projecteur.
- 2) Montrer que  $\text{Im}(u) = \text{Ker}(e-u)$  et que  $\text{Ker}(u) = \text{Im}(e-u)$  où  $\text{Im}(u)$  désigne l'image de  $u$  et  $\text{Ker}(u)$  désigne le noyau de  $u$ .
- 3) Montrer que  $\text{Im}(u)$  et  $\text{Ker}(u)$  sont deux sous espaces supplémentaires.

## Exercice n° 2

1) Soit la matrice  $J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Calculer  $J^2, J^3, \dots, J^n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

2) Soit la matrice  $M = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & a & 0 \\ 0 & 3 & a \end{pmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$

Mettre la matrice  $M$  sous la forme d'une combinaison linéaire des matrices  $I$  et  $J$ ,  $I$  étant la matrice identité d'ordre 3.

Utiliser ce résultat pour calculer  $M^2, M^3, \dots, M^n$  ( $n$  appartenant à  $\mathbb{N}^*$ ).

## Exercice n° 3

Soit  $(u_n)$ ,  $n$  appartenant à  $\mathbb{N}$ , la suite réelle définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \frac{4u_n - 1}{4u_n - 2} \text{ avec } u_0 = 1$$

- 1) Calculer les 4 premiers termes de la suite. Que constatez-vous ?
- 2) Etablir une relation entre  $u_{n+2}$  et  $u_n$ .
- 3) En déduire l'équation de récurrence qui lie deux termes successifs d'indice pair. Montrer que les termes d'indice pair forment une suite convergente, dont vous déterminerez la limite.
- 4) Ecrire, de façon analogue, l'équation de récurrence qui lie deux termes successifs d'indice impair. En déduire que les termes d'indice impair forment une suite convergente, dont vous préciserez la limite.
- 5) Déduire de ce qui précède, le comportement de la suite  $(u_n)$ .

#### Exercice n° 4

Calculer l'intégrale généralisée suivante :

$$I = \int_1^2 \ln(x^2 - 1) dx$$

#### Exercice n° 5

On considère le système d'équations différentielles suivant :

$$x' = -x - y; \quad y' = -4y - z; \quad z' = 5z \quad \text{où } x, y, z \text{ sont des fonctions de la variable réelle } t.$$

- 1) Ecrire ce système différentiel sous forme matricielle où  $A$  est une matrice d'ordre 3 et  $Y$  la matrice colonne ayant comme composantes  $x, y$  et  $z$ .
- 2) Déterminer les valeurs propres de la matrice  $A$ . Est-elle diagonalisable ? Est-elle inversible ?
- 3) Déterminer trois vecteurs propres de  $A$ , indépendants, de première composante égale à 1.
- 4) Déterminer la matrice de passage  $P$  de la base canonique à la base formée des vecteurs propres. Ecrire la relation de similitude entre  $A$  et une matrice diagonale  $D$  que vous déterminerez.
- 5) Effectuer le changement  $Z = P^{-1}Y$ , les composantes de  $Z$  étant des fonctions de la variable réelle  $t$ . Déterminer les solutions du nouveau système différentiel.
- 6) Donner les solutions du système initial.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE**

**ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIE B**

**OPTION ECONOMIE**

**COMPOSITION D'ECONOMIE**

**DUREE : 4 HEURES**

*Le candidat traitera l'un des deux sujets suivants au choix.*

**SUJET n° 1**

Dans quelle mesure la régulation par les marchés et le progrès social sont-ils compatibles ?

**SUJET n° 2**

*Dans l'équilibre de ses réponses, le candidat devra observer le barème.*

**MICROECONOMIE**

**QUESTION : 3 points.**

Les choix intertemporels et l'arbitrage travail - loisir dans la théorie du consommateur.

### EXERCICE I : 4 points.

Deux entreprises A et B forment un duopole et sont les seules à offrir un bien homogène X, dont la demande totale est égale à :

$$Q = 800 - 200 p$$

où  $p$  représente le prix du marché.

Les coûts totaux de production des deux entreprises sont les suivants :

- pour A  $CT_A(Q_A) = Q_A + \mu$  avec  $\mu = 0$   
- pour B  $CT_B(Q_B) = Q_B + \xi$  avec  $\xi = 0$

1. Déterminer la demande inverse exprimée en fonction des quantités  $Q_A$  et  $Q_B$ .
2. Déterminer le prix du marché, la quantité produite et le profit lorsque :
  - A est seule sur le marché ;
  - A et B agissent de façon indépendante, chacune comme si elle était en situation de monopole. Quelle est l'influence des coûts fixes ?
1. Déterminer pour chaque entreprise les valeurs fondamentales de l'équilibre de Cournot.
2. Expliciter l'équation des courbes d'iso profit de l'entreprise B en supposant ses coûts fixes nuls.

### EXERCICE II : 3 points.

L'entreprise FAC produit un bien X avec le coût total de production suivant :

$$CT(q) = \frac{2}{3} q^3 - 5 q^2 + 18 q$$

où  $q$  représente la quantité de bien produite.

1. Etudier et représenter le coût marginal, le coût moyen et le coût variable moyen.
2. En déduire la courbe d'offre de l'entreprise et la tracer sur le graphique précédent.
3. Si le prix de vente du bien X est de 18, quelle est la production optimale ?  
En déduire la valeur du profit.
4. Déterminer le surplus du producteur après en avoir donné une définition.

## MACROECONOMIE

### QUESTION : 4 points.

Les dévaluations sont-elles des instruments efficaces pour lutter contre le chômage ?

### EXERCICE : 6 points.

Soit une économie sans progrès technique dans laquelle la population active croît à un taux constant  $n$  et où l'épargne est proportionnelle au revenu. La fonction de production présente des rendements marginaux décroissants pour le capital.

1. Qu'est ce que le sentier de croissance équilibré (ou stationnaire) ?
2. Si, pour une raison quelconque, l'économie est en dessous de son taux de croissance de long terme, quels ajustements ont lieu pour retourner à l'équilibre ?
3. Quelle différence y a-t-il dans l'analyse si le progrès technique augmentant, l'offre de travail se produit à un taux  $t$  ?
4. Qu'implique pour le taux de croissance relatif de long terme des économies le fait que toutes aient accès à la connaissance technique ?
5. Quels facteurs peuvent entraver le processus décrit au point 4 ?
6. Expliquer en quoi des externalités relatives au capital humain et physique peuvent affecter la croissance ?
7. Quel rôle peut jouer le gouvernement dans le processus de croissance ?

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE**

**ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIE B**

**OPTION ECONOMIE**

**COMPOSITION D'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE**

**DUREE : 2 HEURES**

**Exercice n° 1**

Une filiale de l'entreprise Gamma avait au 1<sup>er</sup> janvier 1995 1000 salariés permanents. Trois ans plus tard, au 1<sup>er</sup> janvier 1998, il ne restait plus sur ces 1000 salariés que 879 d'entre eux. 121 personnes ont quitté l'entreprise pour des raisons de retraite ou de convenances personnelles. La répartition de ces salariés par niveau est donnée dans le tableau ci-dessous.

Situation au 1<sup>er</sup> janvier 1998 des salariés déjà présents au 1<sup>er</sup> janvier 1995

1/1/98 1/1/95	Cadre	Agent de maîtrise	Agent d'exécution	Parti de l'entreprise	Total
Cadre	41	0	0	9	50
Agent de maîtrise	6	132	0	12	150
Agent d'exécution	0	20	680	100	800
Total	47	152	680	121	1000

- 1) Calculez, pour chaque niveau en 1995, les probabilités pour qu'un individu pris au hasard et ayant en 1995 le niveau considéré se retrouve en 1998 dans l'une des 4 situations considérées (distribution marginale).
- 2) Peut-on dire que le niveau de classification ait une influence sur les départs ?
- 3) Au bout de combien de périodes triennales plus d'un employé sur deux, parmi ceux présents au 1<sup>er</sup> janvier 1998, aura quitté l'entreprise si le taux de départs observé se maintient ?
- 4) En supposant que les distributions marginales observées soient stables au cours du temps et qu'en outre au 1<sup>er</sup> janvier 1998 l'entreprise ait 50 cadres, 175 agents de maîtrise et 920 agents d'exécution : quels seront, en l'absence d'embauche, les effectifs de l'entreprise par niveau au 1<sup>er</sup> janvier 2001 et au 1<sup>er</sup> janvier 2004 si l'on raisonne en espérance mathématique ?

## Exercice n° 2

A partir des tableaux joints en annexe, il vous est demandé de rédiger un article de 30 lignes maximum sur les inégalités entre les hommes et les femmes sur le marché du travail en France, en intégrant au moins 5 critères.

### Annexe 1 - Taux d'activité par tranche d'âge des femmes et des hommes de 1975 à 2001

	Année :																										
	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
<b>femmes</b>																											
<i>Ensemble</i>	42,3	42,8	43,5	43,3	44,2	44,4	44,7	45,1	45,0	45,4	45,4	46,0	45,8	45,6	45,8	45,9	46,0	46,4	46,8	47,0	47,2	47,6	47,2	47,6	47,9	48,2	48,3
15 - 24 ans	45,7	45,9	45,6	44,4	44,6	43,3	42,7	42,3	41,4	41,1	40,3	39,7	38,7	36,1	35,2	33,1	31,2	30,6	29,3	27,8	26,7	25,9	24,5	25,0	24,6	26,0	26,5
25 - 49 ans	58,9	60,5	62,1	62,7	64,5	65,2	66,1	67,6	68,9	70,0	70,8	72,4	72,2	72,9	73,4	74,3	75,1	76,1	77,4	77,8	78,3	78,7	78,2	78,7	79,1	79,3	79,6
50 -59 ans	49,4	49,5	50,4	49,7	50,3	51,7	52,4	51,9	50,3	50,5	50,3	51,0	52,0	52,7	53,2	53,7	54,5	55,2	55,8	57,1	59,3	61,2	62,4	63,2	64,9	65,0	64,8
60 ans et plus	11,5	10,3	9,4	8,1	7,6	7,8	7,8	7,3	6,9	6,9	6,5	6,2	6,0	5,8	5,8	5,3	5,0	4,7	4,6	4,5	4,2	4,2	3,9	3,7	3,6	3,4	3,3
<b>hommes</b>																											
<i>Ensemble</i>	72,6	72,1	71,8	71,2	71,2	71,1	70,4	69,7	68,7	68,0	67,7	67,2	66,5	65,7	65,5	64,3	63,8	63,6	63,0	62,7	62,3	62,7	62,3	62,0	62,0	61,9	61,8
15 - 24 ans	55,7	55,0	54,3	53,0	53,1	52,6	51,2	51,4	50,9	49,3	49,0	47,7	46,3	43,5	42,3	39,6	37,5	37,3	35,1	33,5	32,8	32,4	31,4	30,9	32,1	32,6	33,1
25 - 49 ans	97,0	97,1	96,9	97,0	97,0	97,2	97,0	96,9	96,9	96,6	96,6	96,7	96,7	96,5	96,4	96,2	96,1	95,7	95,5	95,7	95,4	95,6	95,3	95,1	94,7	94,8	94,8
50 -59 ans	89,7	89,2	89,2	88,1	87,9	87,2	86,3	83,8	81,7	80,1	79,7	80,2	78,8	78,7	78,9	78,7	78,8	79,1	79,1	78,8	78,8	81,1	81,7	81,2	81,7	80,8	80,5
60 ans et plus	26,2	23,0	20,4	18,1	16,3	17,3	16,7	15,9	14,2	14,0	13,5	12,0	11,2	10,9	10,4	9,4	8,3	8,0	7,7	7,1	6,5	6,5	5,8	5,6	5,6	5,2	5,0

Source : Insee, enquêtes Emploi.

**Annexe 2 - Taux de chômage des femmes et des hommes par tranche d'âge de 1990 à 2001**

<b>femmes</b>	Années											
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
ensemble	12,3	11,8	13,0	13,5	14,6	14,1	14,4	14,4	14,0	13,8	12,0	10,9
15-24 ans	23,9	23,9	26,1	28,4	31,7	32,2	31,9	32,8	30,0	29,7	23,7	21,8
25-39 ans	12,2	11,7	13,4	14,4	15,3	14,8	15,7	15,3	15,3	15,0	12,8	11,9
40-49 ans	8,5	8,5	8,7	9,1	10,6	10,0	10,3	10,4	10,3	10,4	9,8	8,5
50-59 ans	8,7	8,8	9,8	8,8	9,2	9,1	9,1	10,1	9,7	9,8	8,8	7,6
<b>hommes</b>	Années											
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
ensemble	7,14	7,15	8,01	9,54	10,94	9,88	10,52	10,92	10,27	10,33	8,54	7,21
15-24 ans	15,30	15,73	16,59	21,44	24,14	20,91	22,01	24,51	21,81	24,17	18,40	16,21
25-39 ans	6,73	6,87	7,86	9,55	10,98	9,67	10,64	11,31	10,80	10,40	8,81	7,58
40-49 ans	4,64	4,72	5,26	6,45	8,03	7,79	7,96	7,74	7,49	7,29	6,13	5,08
50-59 ans	6,04	6,03	7,29	7,41	8,19	7,95	8,50	8,62	8,14	8,43	7,00	5,37

Source : Insee, enquêtes Emploi.

### Annexe 3 - Actifs occupés selon le sexe et la catégorie socio-professionnelle (2001)

	En milliers			
	Femmes	Hommes	Part des femmes en %	% de la population féminine occupée
Agriculteurs	200	414	32,6	1,9
Artisans	161	525	23,5	1,5
Commerçants et assimilés	246	375	39,7	2,3
Chefs d'entreprises de 10 salariés ou plus	22	118	15,5	0,2
Professions libérales	126	199	38,8	1,2
Cadres de la fonction publique	104	199	34,2	1,0
Professeurs, professions scientifiques	407	350	53,8	3,8
Professions de l'information, des arts et des spectacles	93	120	43,5	0,9
Cadres administratifs d'entreprises	330	594	35,7	3,1
Ingénieurs, cadres techniques	123	741	14,2	1,2
Instituteurs et assimilés	523	264	66,5	4,9
Professions intermédiaires de la santé	796	235	77,2	7,5
Clergé, religieux	3	11	20,0	0,0
Professions intermédiaires de la fonction publique	216	177	55,0	2,0
Professions intermédiaires commerciales des entreprises	657	677	49,2	6,2
Techniciens	144	828	14,8	1,3
Contremaîtres, agents de maîtrise	43	470	8,3	0,4
Employés civils de la fonction publique	1542	458	77,1	14,5
Policiers et militaires	47	443	9,6	0,4
Employés administratifs d'entreprises	1654	371	81,7	15,5
Employés de commerce	684	230	74,8	6,4
Personnels des services directs aux particuliers	1262	193	86,8	11,8
Ouvriers qualifiés de type industriel	248	1307	16,0	2,3
Ouvriers qualifiés de type artisanal	146	1370	9,7	1,4
Chauffeurs	38	568	6,2	0,4
Ouvriers qualifiés de manutention	36	398	8,3	0,3
Ouvriers non qualifiés de type industriel	445	807	35,5	4,2
Ouvriers non qualifiés de type artisanal	294	456	39,2	2,8
Ouvriers agricoles	65	181	26,4	0,6
Militaires du contingent	1	26	2,5	0,0
<b>Ensemble</b>	<b>10653</b>	<b>13105</b>	<b>44,8</b>	<b>100,0</b>

Source : Insee, enquête Emploi 2001.

**Annexe 4 - Actifs occupés selon le secteur d'activité (2001)**

	Femmes (en milliers)	Hommes (en milliers)	Part des femmes (en %)	% de la population féminine occupée
Agriculture, sylviculture et pêche	302	662	31,4	2,8
Industries agricoles et alimentaires	238	374	38,9	2,2
Industries des biens de consommation	363	413	46,8	3,4
Industrie automobile	53	252	17,3	0,5
Industries des biens d'équipement	160	689	18,8	1,5
Industries des biens intermédiaires	383	1 157	24,9	3,6
Energie	52	188	21,7	0,5
Construction	136	1 313	9,4	1,3
Commerce	1 379	1 682	45,1	12,9
Transports	223	848	20,8	2,1
Activités financières	384	333	53,5	3,6
Activités immobilières	167	153	52,2	1,6
Services aux entreprises	1 242	1 827	40,5	11,7
Services aux particuliers	1 287	728	63,9	12,1
Education, santé, action sociale	3 052	1 199	71,8	28,7
Administration	1 228	1 256	49,4	11,5
<b>Ensemble</b>	<b>10 653</b>	<b>13 079</b>	<b>44,9</b>	<b>100,0</b>

Source : Insee, enquête Emploi 2001.

## Annexe 5 - Population active occupée selon le statut et la durée du travail

En milliers

	Femmes		Hommes	
	Temps complet	Temps partiel	Temps complet	Temps partiel
Indépendants	332	83	862	50
Employeurs	190	23	768	12
Aides familiaux	129	88	30	16
Intérimaires	154	24	409	19
Apprentis	72	13	150	25
CDD	324	210	327	68
Autres salariés	3992	1856	7817	292
Stagiaires et contrats aidés	101	132	107	68
Salariés état ou collectivités locales	2124	807	1948	110
<b>Ensemble</b>	<b>7417</b>	<b>3235</b>	<b>12419</b>	<b>660</b>

Source : Insee, enquête Emploi 2001.