

ECOLE NATIONALE D'ECONOMIE  
APPLIQUEE (ENEA)  
DEPARTEMENT DE STATISTIQUE  
BP 5084  
DAKAR -SENEGAL

INSTITUT SOUS REGIONAL DE  
STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
YAOUNDE - CAMEROUN

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN

AVRIL 2002

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIES A et B**

**ORDRE GENERAL**

**DUREE : 3 HEURES**

*Les candidats traiteront l'un des 3 sujets au choix.*

**SUJET N° 1**

Pourquoi suffit-il d'un tableau noir et d'un morceau de craie pour établir des vérités mathématiques, alors que le physicien a besoin d'observer et d'expérimenter ?

**SUJET N° 2**

Expliquer et apprécier cette assertion que "la liberté d'indifférence est le plus bas niveau de la Liberté".

Descartes "Méditations"

**SUJET N° 3**

Un philosophe a défini l'intelligence "la fonction qui adapte des moyens à des fins". Cette formule vous paraît-elle présenter les conditions d'une bonne définition ?

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

ABIDJAN

AVRIL 2002

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIE B**

**OPTION ECONOMIE**

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**DUREE : 4 HEURES**

-----

*L'épreuve est composée d'exercices indépendants qui peuvent donc être traités dans un ordre quelconque.*

**Exercice n° 1**

Dans  $\mathbf{R}^3$  muni de la base canonique, considérons les vecteurs  $u_1=(1,3,0)$  ;  $u_2=(0,4,2)$  ;  $u_3=(2,-1,0)$ . Soient B la base de  $\mathbf{R}^3$  constituée par les vecteurs  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  et f une application linéaire définie de  $\mathbf{R}^3$  dans  $\mathbf{R}^3$  par :

$$f(x,y,z)=(3x-y,y,x+y+z)$$

Déterminer la matrice M représentant f dans la base B.

### Exercice n° 2

On donne la matrice A ci-dessous où k appartient à l'ensemble des nombres réels. Déterminer les valeurs de k pour lesquelles la matrice A est diagonalisable.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2-k & -1 \\ 2-k & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

### Exercice n° 3

Etudier la suite  $(u_n)$  définie par récurrence par la relation :  $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2$  (où n appartient à l'ensemble des entiers naturels) selon les valeurs de  $u_0$ .

### Exercice n° 4

Soit  $I_k = \int_0^2 x^{7-k} (x-2)^{7+k} dx$  où  $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Trouver une relation entre  $I_k$  et  $I_{k+1}$  puis calculer  $I_7$ . En déduire  $I_0$ .

### Exercice n° 5

Déterminer les paramètres réels a et b de façon que le premier terme (plus petite puissance de x) du développement limité de la fonction f soit d'ordre le plus élevé possible, pour x voisin de zéro, où :

$$f(x) = e^x - \frac{1+ax}{1+bx}$$

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN  
AVRIL 2002**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIE B**

**OPTION ECONOMIE**

**COMPOSITION D'ECONOMIE**

**DUREE : 4 HEURES**

***N.B. : Le candidat traitera l'un des deux sujets au choix.***

**SUJET n° 1**

Les Unions Economiques et Monétaires dans le contexte de la mondialisation des échanges et de la globalisation financière.

**SUJET n° 2**

**N.B. :** Dans l'équilibre de ses réponses, le candidat devra observer le barème.

**MICROECONOMIE****QUESTION : 3 points.**

Après avoir rappelé les hypothèses de base d'un modèle de concurrence pure et parfaite, vous présenterez une analyse critique de chacune d'elles.

**EXERCICE I : 3 points.**

Des études économétriques portant sur la période précédant la guerre civile américaine (1820-1860) indiquent une élasticité-prix de la demande de coton de la part des Etats-Unis approximativement égale à  $-1$ . Du fait de la rapide croissance de l'industrie textile britannique, on a estimé que la courbe de demande pour le coton américain s'était déplacée vers la droite d'environ 5% par an durant toute cette période.

1. Si, pendant cette période, la production de coton des Etats-Unis avait augmenté de 3% par an, quel aurait été approximativement le changement du prix du coton pendant cette période ?
2. Supposons une élasticité-prix constante de  $-1$  et supposons que lorsque le prix est de 20, la quantité produite est aussi de 20. Tracez la courbe de demande de coton. Quelle est la recette totale quand le prix est de 20 ? Quelle est la recette totale quand le prix est de 10 ?
3. Si le changement dans la quantité totale de coton offerte par les Etats-Unis était interprétée comme un déplacement le long d'une courbe d'offre de long terme à pente croissante, quelle serait l'élasticité de l'offre ? (indication : de 1820 à 1860, la quantité a augmenté d'environ 3% par an). Quel est le pourcentage annuel d'augmentation du prix ?

### EXERCICE II : 4 points.

On considère une entreprise qui produit deux biens, notés  $[Y_1]$  et  $[Y_2]$ , à partir de deux facteurs de production le travail et le capital, notés respectivement  $[X_1]$  et  $[X_2]$ . Pour produire  $n$  unités de bien  $[Y_1]$ , il faut au moins  $n$  unités de travail et  $12n$  unités de capital. Pour une production de  $n$  unités de bien  $[Y_2]$ , les besoins en travail et capital sont respectivement de  $n$  unités de  $[X_1]$  et de  $48n$  unités de  $[X_2]$ .

1. Ecrire les fonctions de production associées aux techniques qui permettent de produire les biens  $[Y_1]$  et  $[Y_2]$ . Quelle est la forme des rendements d'échelle dans l'entreprise ?
2. On admet que l'entrepreneur dispose de 100 unités de bien  $[X_1]$  et de 2400 unités de bien  $[X_2]$ . Représenter dans le plan  $(Y_1, Y_2)$  l'ensemble des productions réalisables dans l'entreprise.
3. Si l'entrepreneur a un comportement concurrentiel sur les marchés des biens  $[Y_1]$  et  $[Y_2]$  et si les prix de vente de ces biens sont respectivement 1 et 2, déterminer la décision de production. Quelle serait cette décision si les prix de vente étaient respectivement 2 et 1 ?

### MACROECONOMIE

#### QUESTION : 4 points.

La baisse des taux d'intérêt comme instrument de relance globale : portée et limites.

#### EXERCICE : 6 points.

*On suppose que l'économie d'un pays peut-être représentée par un modèle à quatre secteurs : ménages, sociétés, Etat, extérieur.*

L'examen de leurs relations fait apparaître les éléments suivants en milliards de francs :

Consommation finale des ménages :  $C = 498$

Revenu d'équilibre :  $Y_e = 750$

Importations totales :  $M = 300$

Taux marginal d'imposition :  $t = 0,15$

Propension marginale à épargner :  $s = 0,4$

Investissement autonome :  $I_0 = 100$

Taux de transfert :  $r = 0,05$

Propension marginale à importer :  $m = 0,2$

Exportations autonomes :  $X_0 = 300$

Transferts autonomes :  $R_0 = 80$

Impôts forfaitaires :  $T_0 = 100$

1. Calculer le montant de la consommation autonome, des dépenses publiques autonomes et des importations autonomes. Quelle est la situation du budget de l'Etat ?
2. On suppose que le niveau de la demande correspondant au plein emploi est égal à 800 milliards de francs. Pour éliminer le sous-emploi, de combien doit-on :
  - a) soit modifier les dépenses publiques autonomes ?
  - b) soit, alternativement, faire varier le taux marginal d'imposition (dans ce cas, calculer la situation de la balance commerciale et celle du budget de l'Etat) ?
1. A partir de la situation précédente (celle décrite en 2-b), l'Etat, poursuivant un objectif d'équilibrage de la balance commerciale, cherche à réduire le montant des importations totales. De combien doit-il alors faire varier les importations autonomes pour atteindre cet objectif ?

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN**

**AVRIL 2002**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIE B**

**OPTION ECONOMIE**

**COMPOSITION D'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE**

**DUREE : 2 HEURES**

**Exercice n° 1**

La Régie Urbaine des transports en commun d'une commune a équipé chacun de ses autobus d'un automate programmé pour enregistrer en temps réel des événements survenus au cours de leurs voyages. Certains événements sont sauvegardés en mémoire, avec la date et l'heure, et les paramètres du voyage. Un système de transmission radio permet de vider la mémoire à intervalles réguliers vers l'ordinateur central de la société qui conserve ainsi un historique complet de son activité depuis la mise en place du système, il y a 5 ans. On connaît donc par ce système la durée  $D$  de chaque voyage effectué depuis son installation, et de façon exacte.

Pour la ligne 47, et pour les 14 derniers jours ouvrés (du lundi au vendredi) du mois de février 1997, et à raison d'un départ dans chaque sens toutes les 10 minutes de 6 heures du matin à 21 heures le soir, on dispose des observations de 2.520 voyages. On peut raisonnablement considérer que les caractéristiques de la circulation sur la ligne 47 restent stables tout au long du 1er trimestre 1997.

On a réparti des 2.520 voyages précédents les 1.260 voyages qui se sont effectués dans un même sens suivant la tranche horaire de leur heure de départ, dans le tableau ci-dessous. (On observe qu'aucun voyage ne dure moins de 30 minutes ni plus de 2 heures).

Heure H du départ	Durée D du voyage (en minutes)				Ensemble
	30 $\diamond$ D < 60	60 $\diamond$ D < 70	70 $\diamond$ D < 80	80 $\diamond$ D < 120	
6h $\diamond$ H < 7h30	34	54	21	17	126
7h30 $\diamond$ H < 9h	16	35	44	31	126
9h $\diamond$ H < 16h30	92	210	218	110	630
16h30 $\diamond$ H < 19h	28	62	80	40	210
19h $\diamond$ H < 21h	67	30	30	41	168
<b>ENSEMBLE</b>	237	391	393	239	1 260

### Question n° 1

Calculez la durée moyenne des voyages, puis la durée médiane. Quelle est la signification de ces deux grandeurs ? Pour la moyenne, on utilisera l'approximation du centre de classe. Pour la médiane, on pourra faire une interpolation linéaire.

Représentez graphiquement cette distribution au moyen d'un histogramme. Qu'en pensez-vous ?

### Question n° 2

Un indicateur de la dispersion est donné par l'écart interquartile : c'est la différence entre les deux valeurs de la variable étudiée, correspondant l'une -dite 1er quartile- à une fréquence cumulée de 25% et l'autre -dite 3ème quartile- à une fréquence cumulée de 75%.

Il vous est demandé de mesurer la dispersion des durées de voyages :

- en utilisant cet indicateur (on pourra faire une interpolation linéaire)
- puis en utilisant l'indicateur plus traditionnel qu'est l'écart type de la distribution (on pourra utiliser l'approximation de centre de classe).

**Question n° 3**

Calculez l'heure moyenne de départ, puis l'heure médiane de départ.

**Question n° 4**

Quelle est l'heure de départ correspondant au 1er quartile ? Celle correspondant au 3ème quartile ? en déduire l'écart interquartile, qui est ici une durée.

**Question n° 5**

M. Dubus prend l'autobus 47 tous les mardis du mois de mars à 7h40, du départ de la ligne jusqu'au terminus. Comment peut-on évaluer la probabilité qu'il arrive à sa destination avant 9 heures ? Calculez cette évaluation.

Que devient cette probabilité le mercredi, jour où M. Dubus ne peut prendre son bus qu'à 8h10 ?

**Question n° 6**

Mardi prochain, exceptionnellement, M.Dubus doit être arrivé au terminus du bus pour 8h30. Il se donne un seuil de 10% de chances de ne pas être à l'heure (le "risque 0" l'obligerait à prendre le bus à 6h30, ce qui lui est impossible à cause de ses obligations familiales). Quelle est l'heure limite à laquelle son autobus devra partir pour qu'il soit à l'heure, compte tenu de ce risque de 10% ? (un raisonnement par interpolation linéaire pourra être tenu).

## Exercice n° 2

A l'aide des tableaux fournis ci-après, rédiger une note de synthèse portant sur les produits intérieurs bruts régionaux français entre 1982 et 1996.

*Pour comprendre les résultats, les éléments suivants vous sont donnés :*

*Les produits intérieurs bruts (PIB) régionaux résultent de la répartition par région du PIB national en fonction des évaluations régionales de la valeur ajoutée.*

*Le PIB par habitant est un indicateur conventionnel, calculé en rapportant le PIB régional à la population totale résidant dans la région. Cet agrégat peut être considéré comme un indicateur de la richesse moyenne par habitant d'une région, car la valeur ajoutée ne reste pas nécessairement dans la région. De plus, cet agrégat sous estime les performances économiques des régions qui ont un nombre élevé d'inactifs ou les capacités de celles qui comptent beaucoup de travailleurs frontaliers.*

Tableau 1 – Les produits intérieurs bruts (PIB) régionaux entre 1982 et 1996

Région	PIB en 1996 (en milliards de francs courants)	Taux annuel de croissance du PIB en volume (%)			Poids dans le PIB métropolitain (en %)	
		1982-1996	1982-1989	1989-1996	1982	1996
Alsace	233	2,2	2,7	1,8	2,9	3,0
Aquitaine	346	1,8	2,2	1,3	4,6	4,4
Auvergne	143	1,4	2,0	0,8	2,0	1,8
Bourgogne	190	1,6	2,3	0,9	2,6	2,4
Bretagne	321	2,1	2,3	1,9	4,1	4,1
Centre	291	1,7	2,8	0,7	3,9	3,7
Champagne-Ardenne	165	1,3	1,8	0,8	2,4	2,1
Corse	28	1,8	2,2	1,4	0,4	0,4
Franche-Comté	134	2,1	2,9	1,3	1,7	1,7
Basse-Normandie	164	2,5	2,7	2,3	2,0	2,1
Haute-Normandie	245	1,7	1,9	1,5	3,2	3,1
Languedoc-Roussillon	229	2,2	2,5	2,0	2,8	2,9
Limousin	76	1,3	1,4	1,3	1,1	1,0
Lorraine	266	1,4	1,6	1,2	3,7	3,4
Midi-Pyrénées	284	2,2	3,0	1,4	3,5	3,6
Nord-Pas-de-Calais	444	1,4	1,6	1,2	6,1	5,6
Pays de la Loire	374	2,0	2,5	1,6	4,7	4,7
Picardie	205	1,7	2,0	1,5	2,8	2,6
Poitou-Charentes	176	1,8	2,5	1,1	2,3	2,2
Provence-Alpes-Côte d'Azur	532	1,7	2,5	1,0	6,6	6,8
Rhône Alpes	733	2,2	2,8	1,5	9,1	9,3
<b>Province</b>	<b>5579</b>	<b>1,9</b>	<b>2,4</b>	<b>1,4</b>	<b>72,9</b>	<b>70,9</b>
Ile-de-France	2289	2,1	2,9	1,4	27,1	29,1
<b>France métropolitaine</b>	<b>7868</b>	<b>1,9</b>	<b>2,5</b>	<b>1,4</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

Source : Insee Première n°616 de novembre 1998

Tableau 2 – Disparité des régions selon le PIB par habitant et par emploi

Région	PIB par habitant (en milliers de francs courants)	PIB par emploi (en milliers de francs courants)	Emploi / Population (en %)	PIB par habitant (France = 100)		PIB par emploi (France = 100)	
	1996	1996	1996	1982	1996	1982	1996
Alsace	136	357	38	99	101	102	100
Aquitaine	120	324	37	93	89	96	91
Auvergne	109	298	36	79	81	81	83
Bourgogne	117	318	37	90	87	92	89
Bretagne	112	305	37	82	83	85	85
Centre	119	321	37	93	88	92	90
Champagne-Ardenne	122	327	37	96	90	98	91
Corse	106	318	33	79	79	98	89
Franche-Comté	120	327	37	84	89	87	91
Basse-Normandie	115	302	38	79	85	79	84
Haute-Normandie	137	380	36	106	101	107	106
Languedoc-Roussillon	102	310	33	79	76	93	87
Limousin	105	283	37	78	78	78	79
Lorraine	115	335	34	87	85	96	94
Midi-Pyrénées	113	299	38	82	84	86	84
Nord-Pas-de-Calais	111	343	32	84	82	98	96
Pays de la Loire	118	314	38	88	87	89	88
Picardie	110	326	34	85	81	93	91
Poitou-Charentes	108	306	35	79	80	86	85
Provence-Alpes-Côte d'Azur	119	351	34	94	88	105	98
Rhône Alpes	130	339	38	97	96	95	95
<b>Province</b>	<b>118</b>	<b>327</b>	<b>36</b>	<b>88</b>	<b>87</b>	<b>93</b>	<b>91</b>
Ile-de-France	207	463	45	145	153	122	129
<b>France métropolitaine</b>	<b>135</b>	<b>358</b>	<b>38</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

Source : Insee Première n°616 de novembre 1998