

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES****AVRIL 2001****VOIE B****OPTION ECONOMIE****CORRIGE DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES****Exercice n° 1**

Une primitive de la fonction f est

$$\frac{5}{4}x - \frac{5}{8} \frac{1}{2x-3} + \frac{7}{4} \ln|2x-3| + \text{constante}$$

**Exercice n° 2**

- Pas de problème si l'on indique que la somme de deux entiers naturels est un entier naturel

- $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$

- La suite  $(u_n)$  diverge

### Exercice n° 3

- 1) Soit  $(x,y,z)$  les coordonnées du vecteur  $u$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}^3$  et  $(x',y',z')$  les coordonnées de ce même vecteur dans la base composée des vecteurs  $a,b,c$ . On a :

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}y + \frac{3}{5}z \\ y' = \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}y - \frac{1}{5}z \\ z' = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{1}{5}z \end{cases}$$

- 2) Dans la base composée des vecteurs  $a,b,c$  l'endomorphisme  $f$  s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 18 & 47 & -7 \\ 14 & 6 & -11 \\ 11 & 39 & -19 \end{pmatrix}$$

### Exercice n° 4

- Si  $m$  est différent de 3 alors le système admet une solution unique :

$$\begin{cases} x = \frac{p+1}{m-3} \\ y = \frac{5m+4p-2mp-17}{5(m-3)} \\ z = \frac{15m-8p-mp-56}{5(m-3)} \end{cases}$$

- Si  $m$  est égal à 3 et si  $p$  est différent de  $-1$ , le système n'admet pas de solution
- Si  $m$  est égal à 3 et si  $p$  est égal à  $-1$ , l'ensemble des solutions est une droite affine d'équation :

$$\begin{cases} y = \frac{1}{5}(7 - 2x) \\ z = \frac{1}{5}(16 - 11x) \end{cases}$$

**Exercice n° 5**

$$P(H/B) = \frac{18}{33}$$

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES****AVRIL 2001****VOIE B****OPTION ECONOMIE****CORRIGE DE L'EPREUVE D'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE**

Un grand nombre d'indicateurs peuvent être proposés par les candidats. L'énoncé leur en proposait certains. Ici, le choix s'arrête à 7 indicateurs : ils doivent être judicieusement choisis afin de permettre les comparaisons entre les jeux proposés. En effet, à la lecture des informations données, il était évident que l'on pouvait difficilement comparer des jeux dont la mise initiale variait de 5 à 20 francs, pour lesquels le nombre de lots variait de 74.334 à 324.486,...

L'indicateur (1) correspond à la proportion financière reversée aux joueurs, c'est-à-dire le rapport entre la masse cumulée des lots reversés et la recette attendue, et ceci par bloc de tickets. Pour le premier jeu, c'est la division de 1.133.600 francs par  $5 \times 360.000$  (un bloc correspond à 360.000 tickets et la mise à 5 francs) ;

L'indicateur (2) est la probabilité qu'un joueur perde (somme égale à 0). Pour le premier jeu,  $P(X=0)$  est égal au rapport entre le nombre de tickets perdants d'un bloc ( $360.000 - 76.816$ ) et le nombre de tickets d'un bloc ;

L'indicateur (3) est la proportion de tickets *véritablement* gagnants. En effet, un joueur qui mise une somme de  $x$  francs souhaite avoir plus que la somme qu'il a engagée. Aussi, cet indicateur est-il le rapport entre le nombre de tickets gagnants plus que la somme mise sur le nombre total de tickets, ceci pour un bloc de tickets. Pour le premier jeu, c'est la division de 33.256 tickets ( $76.816 - 43.560$ ) par 360.000 tickets ;

L'indicateur (4) est la probabilité qu'un joueur gagne plus de 5 fois la mise initiale. Pour le premier jeu, c'est donc  $P(X \geq 25 \text{ francs})$  qui vaut  $15 + 10 + 25 + 600 + 566 + 1.440$  divisé par 360.000 ;

L'indicateur (5) est la probabilité qu'un joueur gagne plus de 10 fois la mise initiale. Pour le premier jeu, c'est donc  $P(X \geq 50 \text{ francs})$  qui vaut  $15 + 10 + 25 + 600 + 566 + 1.440$  divisé par 360.000 ;

L'indicateur (6) correspond au ratio entre la mise initiale et la somme maximale pouvant être gagnée. Pour le premier jeu, c'est le rapport entre 5.000 francs (gain maximum) et 5 francs (mise initiale) ;

L'indicateur (7) correspond au gain moyen obtenu par un joueur qui sait qu'il va gagner (plus que sa mise) pour une mise de 1 franc. C'est donc le rapport entre les gains redistribués et le nombre de tickets gagnants, divisé ensuite par le montant de la mise initiale pour pouvoir comparer les différents jeux. Pour le premier jeu, ce rapport est donc la division de :

915.800francs(75.000+20.000+25.000+30.0000+56.600+72.000+122.400+244.800)  
par 33.256 tickets, divisé ensuite par 5 (mise initiale).

***Le tableau de synthèse ci-dessous donne les résultats attendus.***

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Banco	63%	79%	9%	0,74%	0,74%	X1000	5,5
Morpion	63%	79%	10%	2,25%	2,25%	X1000	5,3
France 98	54%	79%	9%	3,16%	1,16%	X10000	4,6
Tac o tac	58%	81%	9%	1,16%	1,16%	X100000	5,4
Goal	63%	80%	11%	2,26%	2,26%	X2000	5,0
Black Jack	58%	77%	8%	2,20%	2,20%	X10000	5,5
Solitaire	58%	74%	14%	1,69%	0,97%	X5000	3,4
Bingo	62%	80%	20%	1,32%	0,32%	X2500	3,1
Astro	60%	75%	10%	1,79%	0,09%	X7000	4,4

**Commentaires :**

Il n'y a pas de corrigé-type pour ce sujet. Toutefois, on pouvait avancer :

- 1) que la rentabilité financière, toutes choses égales par ailleurs (coût de production, de distribution,...) pour la société Mondiale des jeux est plus élevée avec les jeux France 98, Tac o tac, Black Jack et Solitaire qu'avec les autres ;
- 2) que les jeux Banco et Morpion sont assez proches ;
- 3) que le jeu Tac o tac permet un gain exceptionnel, plus de 100 000 fois sa mise ;
- 4) que le jeu Bingo, si les chances de gagner sont fortes, donne alors un gain médiocre (cet argument étant aussi vrai pour le Solitaire) ;
- 5) que le jeu Goal est assez équilibré et représente pour le joueur un assez bon compromis.