

**ECOLE NATIONALE D'ECONOMIE
APPLIQUEE (ENEA)
DEPARTEMENT DE STATISTIQUE
BP 5084
DAKAR -SENEGAL**

**INSTITUT SOUS REGIONAL DE
STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
YAOUNDE - CAMEROUN**

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIES A et B

ORDRE GENERAL

DUREE : 3 HEURES

Les candidats traiteront l'un des 3 sujets au choix

SUJET N° 1

Comparez l'enquête policière et l'expérience scientifique.

SUJET N° 2

Que signifie et quelle valeur faut-il donner à l'expression : «L'histoire jugera» ?

SUJET N° 3

Le philosophe ALAIN affirme que «la plus haute valeur humaine, c'est l'esprit libre». (Les vigiles de l'Esprit).

Vous commenterez cette affirmation et ferez apparaître les difficultés qui peuvent surgir dans cette conquête.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION ECONOMIE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

Note : l'épreuve est composée de cinq exercices indépendants, ils peuvent être traités dans un ordre indifférent.

EXERCICE n° 1

On suppose que la quantité demandée y d'un produit est une fonction du prix x , de la forme :

$$y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + 1}$$

❶ Déterminer les réels a, b, c pour que les quantités demandées pour les prix de 1, 2 et 5 unités de prix soient respectivement de 20, 12 et 4 unités de quantités.

❷ Etudier la fonction f sur \mathbf{R}^+ et tracer son graphe (C) dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . Dans quel intervalle peut varier x ?

③ La fonction d'offre du produit est définie par la fonction g :

$$g(x) = 6\ln(x+1) + \frac{8}{x+4} - 2 \quad (\ln \text{ désigne la fonction logarithme népérien})$$

Tracer son graphe (C') dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . Déterminer graphiquement le prix x et la quantité y correspondant à l'état d'équilibre de l'offre et de la demande.

④ Calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^1 (g(x) - f(x)) dx$$

EXERCICE n° 2

Pour tout entier naturel n , on considère les intégrales :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \sin x dx \quad \text{et} \quad J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \cos x dx$$

① Calculer I_0 et J_0 .

② Soit n un entier naturel non nul

① En intégrant par parties I_n , puis J_n , montrer que I_n et J_n vérifient le système :

$$\begin{cases} I_n + nJ_n = 1 \\ -nI_n + J_n = e^{-\frac{n\pi}{2}} \end{cases}$$

② En déduire, pour n entier naturel non nul, les expressions de I_n et J_n en fonction de n .

③ Déterminer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} J_n$.

EXERCICE n° 3

MERPLUS est l'un des meilleurs parcs de loisirs du pays, la tarification est la suivante : forfait annuel à 1000 francs, forfait journée à 60 francs, forfait demi-journée à 45 francs. Le coût d'établissement du forfait annuel s'élève à 10 francs et celui des forfaits quotidiens à 1 franc dans chacun des cas.

Le directeur du parc a remarqué qu'avec une fréquentation moyenne de « 20 jours pleins » par an, une part relativement importante de la clientèle n'opte pas pour le forfait annuel. Il se demande si le tarif pratiqué n'est pas proportionnellement élevé par rapport aux forfaits quotidiens. Pour en avoir le coeur net, il fait procéder à une étude qui révèle que le temps qu'il fait en début de matinée joue un rôle important sur l'activité retenue par le client qui n'a pas opté pour le forfait annuel (dénommé « client » dans la suite de l'exercice).

En admettant qu'il y a en moyenne 70% de chances pour que le temps puisse être considéré comme beau en début de matinée, les conséquences climatiques sont les suivantes :

- si, pour le client, il fait beau :
 - . il y a 90% de chances qu'il achète un forfait journée ;
 - . et 10% qu'il se contente d'un forfait demi-journée ;
- si, pour le client, il fait mauvais temps :
 - . il y a 30% de chances qu'il achète un forfait journée ;
 - . et 50% qu'il se contente d'un forfait demi-journée ;
 - . et il reste 20% de chances qu'il n'achète rien.

❶ Calculer la probabilité que, pour un jour quelconque, un client achète un forfait journée, ainsi que celle pour qu'il achète un forfait demi-journée.

❷ En justifiant votre réponse, indiquer si le client a financièrement raison de ne pas opter pour le forfait annuel.

EXERCICE n° 4

Pour tout entier $n \geq 0$, v_n est le nombre réel défini par l'équation : $\ln(10^n v_n) = \frac{n}{2}$
(\ln désigne le logarithme népérien)

❶ Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont vous préciserez la raison et le premier terme.

② Soit (P_n) la suite définie par $P_0=v_0$ et $P_n=v_n P_{n-1}$ pour tout entier $n \geq 1$

① Calculer P_1 et P_2 .

② Démontrer que $P_n = \left(\frac{\sqrt{e}}{10}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ pour tout n .

③ Déterminer l'ensemble E des entiers n tels que $P_n \leq 10^{-6}$

EXERCICE n° 5

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ où $h(x) = \frac{e^x(x-1)+1}{e^x-1} - \ln \frac{e^x-1}{x}$ en utilisant les développements limités

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION ECONOMIE

COMPOSITION D'ECONOMIE

DUREE : 4 HEURES

Les candidats traiteront l'un des deux sujets au choix.

SUJET N° 1

Les pays en voie de développement ont engagé depuis les années 80 des politiques d'ajustement qui impliquent souvent une discipline budgétaire stricte. Vous en analyserez les motivations et les implications pour les économies de ces pays.

SUJET N° 2

On considère une ville comme cadre de notre étude. La monnaie en vigueur est le Franc noté F.

Les Parties I à IV sont indépendantes entre elles.

❶ L'étude de l'équilibre du producteur

A l'intérieur de la ville, trois producteurs automobiles coexistent. Pour produire des voitures, chacun d'entre eux utilise du travail et du capital en quantités différentes. Ainsi, pour 10 voitures, la combinaison productive s'établit comme suit :

	Entreprise 1	Entreprise 2	Entreprise 3
Heures de main d'oeuvre	80	50	10
Capital	2	4	10

La production se fait à rendements constants et la proportion travail-capital utilisés ne varie pas avec la quantité produite.

① Représenter graphiquement les différents procédés de fabrication et repérer sur chacun d'eux les couples L (heures de main d'oeuvre) et K (capital) correspondant à un niveau de production de 20 automobiles.

② L'heure de travail coûte 40 F et le prix d'une unité de capital est de 400 F. Quelle entreprise est la plus efficace ? Combien devrai-je alors payer si je désire acheter 5 automobiles et que l'entreprise ne réalise aucun profit ?

③ Le prix de l'heure de travail passe à 100 F ; le prix de l'unité de capital reste égal à 400 F. Quelle entreprise est alors la plus efficace ? Combien pourrai-je acheter d'automobiles si je dispose de 3500 F ?

④ Chaque entreprise dispose de 200 heures de main d'oeuvre et de 30 unités de capital. Donnez pour chacune d'entre elles sa production maximale et indiquez si elle est efficace.

⑤ Suite à une décision administrative, les entreprises 2 et 3 sont fermées. L'heure de travail coûte 40 F et le prix d'une unité de capital est de 400 F. La demande de voitures est de la forme

$$Q = 5000 - P$$

où Q est le nombre de voitures vendues et P leur prix unitaire. Combien l'entreprise doit elle vendre de voitures, à quel prix ? Quel est alors son profit ? Rappelez brièvement les différences principales entre une situation de concurrence parfaite et une situation de monopole.

② L'étude de l'équilibre du consommateur

Les habitants de la ville qui ne possèdent pas de voiture peuvent en louer une auprès de deux vendeurs : Superauto où les voitures sont proposées à 20 F par jour et Autooccase où elles coûtent 15 F.

① La fonction d'utilité des habitants est de la forme

$$U = f(X,Y) = X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{3}}$$

où X est le nombre de jours de location d'une automobile Superauto et Y celui de location chez Autooccase. Quels enseignements peut-on tirer de cette fonction ?

② Avec un budget véhicules de 4000 F, comment un habitant répartira-t-il de manière optimale sa fréquentation entre les deux concessionnaires ? Donnez le nombre de jours de location dans chacun d'entre eux ?

③ Le prix de la journée de location d'une voiture chez Superauto passe à 30 F et celui chez Autooccase à 10 F. Les habitants sont-ils plus ou moins satisfaits qu'auparavant ?

③ L'étude des marchés

Tous les loueurs de garages ont la même structure de coût exprimée par la relation de coût total suivante

$$C_T = 5q_i^2 + 5q_i + 180$$

où q_i est le nombre de places de garages louées par le producteur i. 180 correspond au versement global effectué par l'ensemble de la profession à la ville.

① Expliquez les deux notions d'équilibre de court-terme et d'équilibre de long-terme.

② Sous l'effet de la concurrence, supposée parfaite, quel sera le prix d'équilibre dans le long-terme ? Quel sera alors le nombre de producteurs si la demande est donnée par $D=780/P$ où P est le prix d'une location ?

④ L'étude de l'équilibre général

L'offre de voitures est donnée par $S = 100 + 2 \cdot 10^{-3} p_s$; la demande de voitures par $D = 130 - 10^{-3} p_d$.

où p_s est le prix de production d'une voiture et p_d le prix d'achat.

① Donnez le prix d'équilibre et la quantité de voitures achetées.

② Pour relancer la consommation, la mairie de la ville hésite entre *dépendants*, ils peuvent être traités dans un ordre indifférent ;

- le papier millimétré fourni doit être remis avec votre copie.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION ECONOMIE

COMPOSITION D'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

DUREE : 2 HEURES

PROBLEME N° 1

Le projet consistant à concevoir puis fabriquer et vendre un nouveau modèle automobile peut se décomposer en 3 phases :

- 1- Etudes de conception des éléments, fabrication des prototypes, essais, études économiques, etc.
- 2- Mise en place des équipements nécessaires à la fabrication en série
- 3- Fabrication et vente.

En fin de phase 1, des études économiques sont menées afin de dimensionner correctement les équipements nécessaires à la production en série. Pour prévoir la progression des ventes du futur véhicule, on analyse celles d'un modèle similaire à celui qui est à l'étude; et qui avait été lancé 15 ans auparavant. Elles sont données dans le tableau 1 ci-après. On notera que les installations qui produisaient ce véhicule à l'époque avaient été notoirement surdimensionnées, ce qui avait permis à l'entreprise de répondre à la demande sans aucune contrainte.

Tableau 1

Ventes de l'année modèle au cours du temps

Année t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ventes v_i (en milliers)	20	30	46	65	67,5	62,5	66,5	63	68	65,5	67	64	62,5	55,5	45

❶ ① Tracer sur le papier millimétré joint en annexe l'évolution de ces ventes v en fonction du temps.

② Commenter l'évolution de ces ventes v en fonction du temps.

❷ ① Tracer sur le même papier millimétré la droite d'équation : $f(t) = 15100 t + 2500$ où t est la variable « année ».

② Calculer le coefficient r défini par la formule suivante : $r^2 = \frac{A^2}{BC}$ où

$A = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 [(v_i - \bar{v})(t_i - \bar{t})]$; $B = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (v_i - \bar{v})^2$; $C = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (t_i - \bar{t})^2$ (v_i représentant les ventes de l'année t_i).

Pour le calcul, on donne également les informations suivantes :

$$\bar{v} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 v_i = 40250 \text{ et } \bar{t} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 t_i = 2,5$$

❸ ① Tracer sur le même papier millimétré la courbe définie par l'équation

$$g(t) = 13591 * (1,486)^t.$$

② Si l'on suppose que les ventes du futur modèle s'adapte parfaitement à la courbe tracée précédemment, donner une estimation de progression annuelle des ventes (ce résultat sera donné en pourcentage).

❹ ④ En justifiant votre démarche, pour les années 1,2,3 et 4, à laquelle des fonctions f ou g le modèle de référence est-il le plus « proche » ?

PROBLEME N° 2

A l'aide du tableau 2 fourni en annexe, rédiger une note de synthèse sur les salaires dans les régions françaises et dans les départements.

Pour comprendre les résultats, les éléments suivants vous sont donnés :

① Les DADS

Les déclarations annuelles de données sociales (DADS) sont remplies par les entreprises ayant employé au moins un salarié dans l'année et adressées à différentes administrations. Leur champ d'exploitation couvre **l'ensemble des salariés à l'exception des salariés de l'agriculture, des services domestiques, de l'Etat et des collectivités territoriales**. La notion de poste retenue dans la source correspond à un couple salarié-établissement. Le champ retenu ici est celui des postes à temps complet (la durée de travail est supérieure ou égale à 80 % de la durée conventionnelle), permanents ou non. Les salaires pris en compte sont les salaires nets annuels, y compris les avantages en nature et les primes, mais nets de cotisations sociales et de contribution sociale généralisée. Pour les salariés n'ayant pas travaillé toute l'année, le salaire est extrapolé à une année-travail, sur la base de 360 jours ; il ne s'agit donc pas de salaires effectivement perçus. Les salaires sont affectés au lieu de travail.

② Effet de structure et effet propre

L'effet de structure est défini comme l'écart entre, d'une part le salaire fictif qu'aurait le département si on appliquait à sa structure d'emplois par sexe, catégorie socio-professionnelle et secteur d'activité les salaires moyens nationaux des catégories ainsi déterminées et, d'autre part le salaire moyen de la province. **L'effet propre** représente la part de l'écart entre le salaire moyen départemental et le salaire moyen provincial, non prise en compte par l'effet structurel.

Exemple de calcul de l'effet de structure et de l'effet propre :

Le salaire moyen provincial est de 109 573 F ; le salaire moyen en Ile-de-France est de 149 594 F, donc supérieur de 40 021 F à celui de la province. Le salaire fictif de l'Ile-de-France est de 131 125 F : l'effet de structure est donc de $131\ 125 - 109\ 573 = 21\ 552$ F. L'effet propre est alors de $40\ 021 - 21\ 552$.

③ Nomenclatures

Les nomenclatures utilisées dans le calcul des effets de structure sont un regroupement en 6 postes pour les catégories socio-professionnelles et en 20 postes pour le secteur d'activité (intermédiaires entre la Nomenclature Economique de Synthèses « NES » en 16 et en 36 postes). Si on choisit un regroupement en 22 postes pour les catégories socio-professionnelles, on obtient des résultats tout à fait comparables. Dans la NES36, **les six secteurs d'activité à plus hauts salaires** sont : « Pharmacie, parfumerie et entretien », « Production de combustibles et carburants », « Eau, gaz, électricité », « Activités financières », « Conseils et assistance » et « Recherche et développement ».