ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
DEPARTEMENT DE LA STATISTIQUE ET DE LA DÉMOGRAPHIE
ENEA-DSD - DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie A

1ère COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Attention !

L'exercice n° 1 de la présente épreuve est OBLIGATOIRE et toute note strictement inférieure à 6 à cet exercice sera éliminatoire (chaque question de l'exercice n° 1 étant notée sur 1 point).

Globalement, cet exercice n'entre toutefois que pour un cinquième dans la note finale de cette première épreuve de mathématiques.

Exercice n° 1

1. Calculer la dérivée de : $x\,e^{x^2+3x}$
2. Calculer $\underset{x \to +\infty}{Lim} \dfrac{1-\cos x}{x^2}$
3. Calculer $\underset{x \to +\infty}{Lim} (x\,Log\,x - x)$
4. Résoudre l'équation : $e^{2x} + e^x - 2 = 0$
5. Donner une primitive de la fonction f définie par : $f(x) = Log\,x$
6. Calculer en fonction de n, l'expression suivante : $\sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k(k+1)}$
7. Calculer $\int_0^{p/2} x \sin x\, dx$

8. Résoudre $x^2 - 5x + 4 < 0$

9. Déterminer la limite de la suite $(U_n)_{n \in N^*}$ définie par récurrence : $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{3}$ et $U_1 = 1$

10. Résoudre le système $\begin{cases} \dfrac{x^2}{y^2} = \dfrac{9}{4} \\ xy = 6 \end{cases}$

Exercice n° 2

❶ Etudier la fonction réelle f définie par : $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$ et tracer son graphe.

❷ Déterminer le nombre de racines de l'équation : $1 - l\, x e^{-x} = 0$, où $l \in R$.

❸ Etudier et représenter la fonction réelle g définie par : $g(x) = \dfrac{x\, e^x}{x+1}$

❹ Déterminer le nombre de racines de l'équation : $x - l\,(x+1)e^{-x} = 0$, où $l \in R$.

Exercice n° 3

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels non nuls par :

$$f(x) = x - Ln\,|x|$$

où Ln désigne le logarithme népérien.

❶ Etudier les variations de f.

❷ Tracer le graphe de f.

❸ Calculer l'aire comprise entre l'axe des abscisses, les droites $x = 1$ et $x = 2$, et le graphe de f.

On considère maintenant la fonction f_m définie par $f_m(x) = mx - 1 - Ln\,x$, où m est un paramètre réel strictement positif.

❹ Etudier les variations de f_m .

❺ Démontrer que pour tout $x > 0$, on a l'inégalité : $Ln\, x \leq x - 1$.

❻ On donne un entier n supérieur ou égal à 2 et n nombres strictement positifs $a_1, a_2, ..., a_n$. On note *M* la moyenne arithmétique de ces nombres, G la moyenne géométrique $G = \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times .... \times a_n}$ et H la moyenne harmonique, à savoir $\frac{n}{H} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n}$. Démontrer que $G \leq M$ (on pourra appliquer ❺ avec $x = \frac{a_i}{M}$).

❼ Comparer G et H .

Exercice n° 4

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels par :

$$f(x) = x \sin \frac{p}{x} \text{ et } f(0) = 0$$

❶ Etudier la continuité et la dérivabilité de f .

❷ Préciser l'ensemble des nombres réels tels que :

a) $f(x) = 0$ b) $f(x) = x$ c) $f(x) = -x$.

❸ Calculer les dérivées première et seconde de f pour $x \geq \frac{1}{2}$.

❹ Etudier les variations de f pour $x \geq \frac{1}{2}$.

Exercice n° 5

On considère n couples fixés (x_i, y_i) de valeurs réelles strictement positives et l un paramètre réel non nul également fixé.

On cherche à déterminer les paramètres *a* et/ou *b* d'une fonction f qui minimise l'expression suivante :

$$L(f, l) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_i))^2 + l \int_0^1 f''(x)\, dx$$

dans chacun des cas ci-dessous :

a) $f(x) = ax$
b) $f(x) = ax^2$
c) $f(x) = ax^2 + bx$

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
DEPARTEMENT DE LA STATISTIQUE ET DE LA DÉMOGRAPHIE
ENEA-DSD – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie A

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Dans une société, quelles sont les conditions de la réduction des inégalités entre les hommes et les femmes ?

Sujet n° 2

L'homme moderne s'est-il trop éloigné de la nature ?

Sujet n° 3

Les découvertes techniques contribuent-elles à renouveler les questions morales ?

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
DEPARTEMENT DE LA STATISTIQUE ET DE LA DÉMOGRAPHIE
ENEA-DSD – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie A

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Exercice n° 1

On se propose de tester l'efficacité d'une serrure à code et d'un système d'alarme. Une porte est munie d'un dispositif de fermeture portant les touches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et A, B, C, D. La porte s'ouvre lorsqu'on frappe dans l'ordre trois chiffres et deux lettres qui forment un code. Les chiffres sont nécessairement distincts, les lettres non.

1. Quel est le nombre de codes possibles ?
2. Déterminer le nombre de codes correspondant respectivement à chacun des cas suivants :
   a) les trois chiffres sont pairs
   b) les deux lettres sont identiques
   c) le code contient deux chiffres impairs
3. La porte est équipée d'un système d'alarme qui se déclenche lorsque aucun des trois chiffres frappés ne figure sur la liste des chiffres du code. Déterminer le nombre de codes déclenchant l'alarme.

Exercice n° 2

On note $\log_6$ et $\log_{36}$ respectivement les fonctions logarithmes de base 6 et 36 et on considère la fonction *f* définie par :

$$f(z) = \log_6(13 + |z - 4i|) + \log_{36} \frac{1}{(15 + |z + 4i|)^2}$$

où *z* est un nombre complexe et où |*w*| désigne le module du nombre complexe *w*.

1. Quel est le domaine de définition de la fonction *f(z)* ?

2. Montrer que la résolution de l'équation *f(z)* = 0 dans l'ensemble **C** des nombres complexes revient à la résolution dans **C** de l'équation :

$$|z - 4i| = 2 + |z + 4i|$$

3. Déterminer les solutions *z* de cette équation qui vérifient |*z*| = 7.

Problème

Partie A

Soit *f* la fonction numérique d'une variable réelle définie par :

$$f(x) = \ln(2x + \sqrt{4x^2 + 1})$$

où ln désigne le logarithme népérien.

1. a) Montrer que la fonction *f* est définie sur l'ensemble des réels **R** et qu'elle est impaire.

b) Montrer que *f* est dérivable sur **R** et calculer sa dérivée. En déduire son sens de variation.

2. Soit (C) la courbe représentative de *f* dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

a) Etudier les branches infinies de la courbe (C).

b) Trouver une équation cartésienne de la tangente D à (C) à l'origine O du repère. Tracer la courbe (C).

3. Soit *a* un réel strictement positif. Calculer en fonction de *a*, l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations respectives *x* = 0, *y* = 0 et *x* = a.

Partie B

1. a) Montrer que la fonction *f* admet une fonction réciproque *g* définie sur un domaine **I** que l'on précisera.

b) Construire dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe (C') représentative de la fonction *g*.

c) Montrer que, pour tout *x* de **I**, on a: $g(x) = \frac{1}{4}(e^{x} - e^{-x})$

2. Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet dans $]0,+\infty[$ une seule solution a et que $a > \frac{\sqrt{3}}{2}$

(on pourra montrer que cette équation est équivalente à $f(x) = x$ et étudier les variations de la fonction *p* définie par $p(x) = f(x)-x$)

Partie C

1. On note $g'(x)$ la dérivée de *g* et on considère la fonction j définie sur **R** par :

$$j(x) = \frac{g(x)}{g'(x)}$$

a) Montrer que j est une bijection de **R** sur un intervalle **J** que l'on précisera.

b) On note $h = j^{-1}$ la fonction réciproque de j. Donner les expressions de $h(x)$ et $h'(x)$ pour tout *x* de **J**.

2. On pose, pour tout *x* de [0,1[et pour tout entier *n* positif :

$$S_n(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + ... + \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$$

a) Calculer $S_n'(x)$ et en déduire que : $S_n(x) = h(x) - \int_0^x \frac{t^{2n}}{1-t^2}dt$

b) En déduire la limite, quand *n* tend vers $+\infty$, de la suite (u_n) définie pour $n > 0$ par :

$$u_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3.3^3} + \frac{1}{5.3^5} + ... + \frac{1}{(2n-1)3^{2n-1}}$$

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
DÉPARTEMENT DE LA STATISTIQUE
ET DE LA DÉMOGRAPHIE
ENEA-DSD - DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE
STATISTIQUE ET
D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie A

CALCUL NUMÉRIQUE

(Durée de l'épreuve : 2 heures)

Exercice 1

150 clients font la queue au guichet d'un cinéma; le guichetier n'a aucune monnaie disponible dans sa caisse. Le billet coûte 5 euros: 80 clients disposent de billets de 5 euros, les 70 autres clients ont uniquement un billet de 10 euros. On modélise le problème en définissant 150 variables $X_i,\ i \in \{1, \ldots, 150\}$ par :

$$X_i = \begin{cases} \ \ 1 & \text{si le client } i \text{ a un billet de 5 euros,} \\ -1 & \text{si le client } i \text{ a uniquement un billet de 10 euros.} \end{cases}$$

A. On représente le nombre de billets de 5 euros disponibles dans la caisse après le passage du $k$ème client par la variable S_k définie pour tout $k \in \{0, \ldots, 150\}$ par

$$S_k = \begin{cases} X_1 + X_2 + \ldots + X_k & \text{si} \quad k \in \{1, \ldots, 150\}, \\ 0 & \text{si} \quad k = 0. \end{cases}$$

Si tous les clients peuvent être servis, c'est-à-dire si le guichetier peut toujours rendre la monnaie à un client qui se présente avec un billet de 10 euros, combien y-a-t-il de billets de 5 euros et de billets de 10 euros dans la caisse après le passage des 150 clients ?

B. On peut définir dans un repère orthogonal une trajectoire partant du point $(0, 0) = (0, S_0)$ et joignant par des segments de droite les points (k, S_k) pour tout $k \in \{1, \ldots, 150\}$.

1. Tracer une trajectoire possible dans un repère orthogonal allant de $(0, 0) = (0, S_0)$ à $(5, 1) = (5, S_5 = 1)$.

2. Exprimer sous forme d'une condition sur la trajectoire le fait que le guichetier puisse satisfaire tous les clients.

3. On s'intéresse dans cette question uniquement aux 100 premiers clients, c'est-à-dire aux valeurs prises par les variables $X_1, \ldots, X_{100}$. On note $p \in \mathbb{N}$ le nombre des $X_i,\ i \in \{1, \ldots, 100\}$ qui prennent la valeur 1 et on note $q \in \mathbb{N}$ le nombre des $X_i,\ \in \{1, \ldots, 100\}$ qui prennent la valeur -1. Donner les valeurs de p et q pour que la trajectoire atteigne le point $(100, 10)$.

Exercice 2

Soit $(x_m)_{m\in\mathbb{N}}$ la suite de nombres rationnels définie par

$$x_m \quad = \quad 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots + \frac{1}{(m-1)!} + \frac{1}{m!}, \tag{0.1}$$

où $k! = k(k-1)(k-2)\cdots 1$ est le produit des k premiers entiers non nuls, défini pour tout $k \in \mathbb{N}$ avec la convention $0! = 1$.
Le nombre irrationnel e est représenté par la suite $(x_m)_{m\in\mathbb{N}}$ car il peut s'écrire :

$$e \quad = \quad 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!}. \tag{0.2}$$

Le but de cet exercice est de trouver une approximation du nombre irrationnel e.

1. Quelle est la nature de la suite $(x_m)_{m\in\mathbb{N}}$ définie par (0.1) : est–elle croissante ou bien est–elle décroissante ou bien est–elle ni croissante et ni décroissante? On justifiera sa réponse.

2. Pour $m \in \mathbb{N}$, pour $n \in \mathbb{N}^\star$, et $n > m$, calculer $|x_n - x_m|$.

3. Dans le terme $|x_n - x_m|$ déterminé à la question **2.**, mettre la quantité $\dfrac{1}{(m+1)!}$ en facteur.

4. En utilisant le fait que pour tout entier k tel que $1 < k \leq n - m$, on a $\dfrac{1}{m+k} < \dfrac{1}{m+1}$, et à partir de la question **3.**, déduire une majoration pour $|x_n - x_m|$.

5. Déterminer la valeur de la quantité S_{n-m-1} définie par

$$S_{n-m-1} \quad = \quad \sum_{k=0}^{n-m-1} \frac{1}{(m+1)^k}. \tag{0.3}$$

Indication : il faut remarquer que S_{n-m-1} est la somme des $(n-m)$ premiers termes d'une suite géométrique.

6. Déduire de la question **5.**, la limite quand n tend vers l'infini de S_{n-m-1}, avec $m \geq 1$ fixé.

7. On va dans cette question déterminer un encadrement pour le nombre e.

- **a.** En utilisant l'écriture de e donnée par la relation (0.2), exprimer $|e - x_m|$, pour un $m \in \mathbb{N}^\star$ quelconque.
- **b.** Reprendre les questions **3.**, **4.** et **5.**, pour en déduire une majoration de $|e - x_m|$.
- **c.** En prenant $m = 15$, donner en utilisant la majoration de la question **7.b.**, un encadrement pour e. En déduire une valeur approchée pour e pour laquelle on spécifiera la précision.

Exercice 3

En appliquant le Théorème des Accroissements Finis à la fonction $\ln(1+x)$ définie pour $x > -1$, déterminer un encadrement de $\ln(2)$.

Exercice 4

1. **a.** Trouver les réels a, b et c tels que

$$\frac{x}{(1+x)(1+x^2)} = \frac{a}{1+x} + \frac{bx+c}{1+x^2}.$$

   b. A partir de **1.a.**, déterminer la primitive de $\frac{x}{(1+x)(1+x^2)}$, pour $x \in \mathbb{R}$ puis la primitive de $\frac{1}{(1+\sqrt{x})(1+x)}$, pour $x \in \mathbb{R}^+$.

2. En faisant le changement de variable $t = \tan(x)$, calculer $\int_0^2 \frac{1}{1+3(\cos x)^2}dx$.

Exercice 5

Dans la forêt de la Reine en Meurthe et Moselle, on veut étudier si la croissance des chênes est la même dans toutes les parties de la forêt.
Pour ce faire on compare la croissance des chênes dans 8 différentes zones choisies au hasard : ces zones seront dénommées par les lettres A, B, C, D, E, F, G, H.
On classe les chênes en 3 classes suivant leur diamètre :

inférieur strictement à 10 cm   compris entre 10 cm et 20 cm   supérieur strictement à 20 cm

On note pour chaque zone le nombre de chênes appartenant à chacune des classes. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant : on notera N_{ij} le nombre de chênes observés se trouvant à l'intersection de la ligne i et de la colonne j. La donnée de ces effectifs observés représente la distribution empirique des chênes.

	diamètre $<$ 10 cm	10 cm $\leq$ diamètre $\leq$ 20 cm	diamètre $>$ 20 cm
A	5	18	28
B	22	29	24
C	19	37	34
D	15	26	11
E	25	39	40
F	23	26	33
G	18	23	23
H	16	23	24

Le but de cet exercice est de savoir si on peut conclure à partir des données du tableau à l'indépendance entre l'emplacement de la zone et la classe de diamètre des chênes.

1. Quel est le nombre total de chênes observés ? On note n ce nombre.

2. Déterminer les marges du tableau précédent, c'est-à-dire calculer les sous-totaux de chaque ligne et chaque colonne. On ajoutera une ligne et une colonne supplémentaires au tableau et dans chaque nouvelle case on reportera le sous-total calculé de la ligne ou la colonne en question.

3. Pour chaque case du tableau précédent se trouvant à l'intersection de la ligne i $(1 \leq i \leq 8)$ et de la colonne j $(1 \leq j \leq 3)$, on note n_{ij} le nombre de chênes théorique que l'on devrait obtenir si l'indépendance entre l'emplacement de la zone et la classe de diamètre des chênes était vérifiée. La donnée de ces effectifs théoriques représente la distribution théorique des chênes sous l'hypothèse d'indépendance entre l'emplacement de la zone et la classe de diamètre des chênes. Le nombre n_{ij} est égal au produit des marges de la ligne i et de la colonne j divisé par le nombre total n.
Calculer pour toutes les cases du tableau ce nombre n_{ij}. On dessinera un nouveau tableau dans lequel on inscrira ces nombres de chênes théoriques.

4. On va mesurer l'écart entre la distribution théorique et la distribution empirique du nombre de chênes par la fonction Δ définie par

$$\Delta = \sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{3} \frac{(N_{ij} - n_{ij})^2}{n_{ij}}. \tag{0.4}$$

Calculer la valeur de Δ définie par la relation (0.4).

5. Si on observe une grande valeur de Δ définie par (0.4), pensez-vous que l'on puisse conclure à l'indépendance entre l'emplacement de la zone et la classe de diamètre des chênes?

6. Soit $\alpha = 0.05$. La théorie des probabilités nous assure l'existence d'une valeur $c_\alpha = 23.685$ telle que, sous l'hypothèse qu'il y ait indépendance entre l'emplacement de la zone et la classe de diamètre des chênes, Δ est strictement inférieure à c_α avec une probabilité supérieure ou égale à $1 - \alpha = 0.95$. On prend alors la décision de :

–accepter l'hypothèse d'indépendance entre l'emplacement de la zone et la classe de diamètre des chênes si $\Delta < c_\alpha$

–conclure à la dépendance entre l'emplacement de la zone et la classe de diamètre des chênes si $\Delta > c_\alpha$.
Quelle décision prenez–vous?

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
DEPARTEMENT DE LA STATISTIQUE ET DE LA DÉMOGRAPHIE
ENEA-DSD – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie A

CONTRACTION DE TEXTE

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Ce texte est tiré du livre d'Antonio R. Damasio dont le titre est *«Spinoza avait raison»* – Joie et tristesse, le cerveau des émotions – paru aux éditions Odile Jacob en mai 2003. Il sera résumé en 240 mots, plus ou moins 10%.

Qu'est-ce qu'un sentiment ?

Pour tenter d'expliquer ce que sont les sentiments, je voudrais commencer par poser une question au lecteur : quand vous envisagez n'importe quel sentiment que vous avez éprouvé, agréable ou non, intense ou non, quels en sont selon vous les contenus ? Remarquez bien que je ne vous interroge pas sur la cause du sentiment ; sur son intensité, sur sa valeur positive ou négative, ou encore sur les pensées qui vous sont venues à l'esprit à son occasion. Je vise plutôt les contenus mentaux, les ingrédients, le matériau qui font un sentiment. Afin de faire avancer cette expérience de pensée, voici quelques suggestions : imaginez que vous êtes allongé sur la plage, en fin de journée, que le soleil vous dore doucement la peau, que l'océan vient lécher vos pieds ; imaginez le bruissement des aiguilles de pin quelque part derrière vous, une légère brise estivale souffle, il fait 28°, et il n'y a pas un nuage dans le ciel. Prenez votre temps ; savourez cette expérience. Je suppose que rien ne vient vous contrarier, que vous vous sentez très bien, excessivement bien même, comme aime à dire un ami à moi. La question est : en quoi consiste ce sentiment de bien-être ? Voici quelques indices : votre peau a chaud, et c'est agréable. Vous respirez facilement, vous ne ressentez pas de gêne aux poumons ou à la gorge. Vos muscles sont si détendus que vous n'éprouvez aucun tiraillement aux articulations. Votre corps se sent léger, bien posé mais avec nonchalance. Si vous passez en revue votre organisme, vous pouvez sentir sa machinerie qui fonctionne doucement, sans anicroches, sans douleur, une vraie perfection. Vous avez l'énergie pour bouger mais, d'une certaine manière, vous préférez rester tranquille, combinaison paradoxale entre aptitude et inclination à agir d'un côté, et délectation à rester calme, de l'autre.

Bref : votre corps se sent différent, selon un grand nombre de dimensions. Certaines sont assez apparentes, et vous pouvez les situer en vous. D'autres sont plus impondérables. Par exemple, vous ressentez du bien-être et une absence de douleur ; bien que le lieu de ce phénomène soit le corps et ses opérations, cette sensation est si diffuse qu'il est difficile de décrire de façon précise où elle se situe dans le corps.

Cet état a des conséquences mentales. Si vous détournez votre attention du simple bien-être lié à ce moment, si vous parvenez à stimuler les représentations mentales qui ne renvoient pas directement à votre corps, vous découvrez que votre esprit est occupé par des pensées dont les thèmes créent une nouvelle vague de sentiment agréable. L'image d'événements dont vous anticipez ardemment qu'ils seront agréables vous vient à l'esprit, de même que des scènes que vous avez vécues avec plaisir dans le passé. Vous découvrez aussi que votre tournure d'esprit est bienheureuse. Vous avez adopté un mode de pensée dans lequel les images sont précises et s'écoulent en abondance et sans effort. Cela a deux conséquences sur votre sentiment de bien-être. Des pensées apparaissent dont les thèmes correspondent à l'émotion que vous éprouvez ; votre mode de pensée, votre style de processus mental augmente la vitesse avec laquelle les images surgissent et les multiplie. Tel Wordsworth à Tintern Abbey, vous avez «des sensations délicieuses qui cour[ent] dans [votre] sang jusqu'au fond de [votre] cœur» et ces sensations «pass[ent] même dans [votre] esprit le plus pur, calmement retrouvées». Ce que vous considérez d'habitude comme votre «esprit» et comme votre «corps» se mêlent en harmonie. Tout conflit semble désormais s'apaiser. Toutes les oppositions paraissent désormais moins tranchées.

Je dirais que ce qui définit le sentiment agréable lié à ces moments, ce qui fait que le sentiment mérite seul ce terme et qu'il est différent de toutes les autres pensées, c'est la représentation mentale des parties du corps ou de tout le corps opérant d'une certaine manière. Le sentiment, au sens pur et étroit du mot, est l'idée du corps qui est d'une certaine manière. Dans cette définition, on peut remplacer «idée» par «pensée» ou par «perception». Dès qu'on va au-delà de l'objet qui a causé le sentiment, les pensées et le mode de pensée qui s'ensuit on atteint le cœur même du sentiment. Son contenu consiste en une représentation d'un état donné du corps.

La même remarque vaut pour les sentiments de tristesse, pour les sentiments liés à n'importe quelle autre émotion, pour les sentiments liés aux appétits et pour ceux qui sont liés à n'importe quel ensemble de réactions régulatrices se déroulant dans l'organisme. Les sentiments, au sens employé dans ce livre, proviennent de n'importe quel ensemble de réactions homéostatiques, pas seulement des émotions. Ils traduisent l'état vécu actuellement dans le langage de l'esprit. Il me semble qu'il existe des «modes corporels» distincts qui résultent de différentes réactions homéostatiques, depuis l'état de douleur simple jusqu'à son équivalent complexe, et donc des sentiments fondamentaux distincts. Il existe aussi des objets déclencheurs distincts, des pensées correspondantes distinctes et des modes de pensée assortis. Par exemple, la tristesse s'accompagne d'une faible production d'images, mais d'une hyperattention aux images, alors que le bonheur va de pair avec des images qui changent vite et auxquelles on prête peu d'attention. Les sentiments sont des perceptions, et il me semble que leur soubassement se trouve dans les cartes corporelles du cerveau. Celles-ci renvoient à des parties du corps et à des états du corps. Une variation dans le plaisir ou la douleur est un contenu correspondant de la perception que nous appelons sentiment.

La perception du corps s'accompagne de celle de pensées dont les thèmes correspondent à l'émotion et d'une perception d'un certain mode de pensée, d'un style de processus mental. Comment cette perception apparaît-elle ? Elle résulte de la construction de métareprésentations de notre processus mental, opération sophistiquée grâce à laquelle une partie de l'esprit en représente une autre. Cela nous permet d'enregistrer le fait que nos pensées ralentissent ou s'accélèrent selon qu'on leur accorde plus ou moins d'attention ; ou bien le fait que les pensées représentent des objets et des événements de près ou à distance. Mon hypothèse, exprimée sous la forme d'une définition provisoire veut donc qu'un sentiment soit la perception d'un certain état du corps ainsi que celle d'un certain mode de pensée et de pensées ayant certains thèmes. Les sentiments apparaissent lorsque la simple accumulation des détails encartés atteint un certain stade. Dans une perspective différente, la philosophe Suzanne Langer restitue bien la nature de ce moment d'apparition lorsqu'elle dit que, lorsque l'activité d'une partie du système atteint un «pic critique, le processus est ressenti». Le sentiment est une conséquence du processus homéostatique en cours, c'est une étape suivante du cycle.

Cette hypothèse n'est pas compatible avec la conception selon laquelle l'essence des sentiments (ou bien celle des émotions lorsque émotions et sentiments sont pris comme synonymes) serait une collection de pensées pourvues de thèmes allant de pair avec un certain type de sentiment, comme les pensées qui portent sur des situations de perte dans le cas de la tristesse. Je crois que cette conception vide désespérément le concept de sentiment. Si les sentiments étaient seulement des ensembles de pensées ayant certains thèmes, comment pourrait-on les distinguer de n'importe quelles autres pensées ? Comment pourraient-ils posséder l'individualité fonctionnelle qui justifie leur statut en tant que processus mentaux spécifiques ? J'estime plutôt que les sentiments sont fonctionnellement distincts parce que ce sont par essence des pensées qui représentent le corps impliqué dans un processus réactif. Sans cela, la notion de sentiment disparaît. Sans cela, on ne pourrait jamais se permettre de dire : «Je me sens heureux» ; on devrait plutôt dire : «Je pense heureux». Mais cela pose une question légitime : qu'est-ce qui rend «heureuses» des pensées ? Si nous ne vivons pas un certain état du corps ayant une certaine qualité que nous appelons plaisir et que nous trouvons «bonne» et «positive» dans la vie en général, nous n'avons aucune raison de considérer une pensée comme heureuse. Ou comme triste.

L'origine des perceptions qui constituent l'essence du sentiment me semble claire : il existe un objet général, le corps, et il existe de nombreuses parties de cet objet qui sont sans cesse encartées dans un certain nombre de structures cérébrales. Les contenus de ces perceptions sont clairs eux aussi : ce sont divers états du corps dépeints par les cartes représentant le corps selon toute une gamme de possibilités. Par exemple, la micro- et la macrostructure des muscles tendus sont différentes de celles des muscles au repos. C'est vrai également de l'état du cœur lorsqu'il bat vite ou lentement, et pour la fonction d'autres systèmes — respiratoire, digestif — dont le travail peut être tranquille et harmonieux ou difficile et mal coordonné. Autre exemple, le plus important peut-être : la composition du sang relativement à certaines molécules chimiques dont dépend notre vie et dont la concentration, à tout instant, est représentée dans certaines régions du cerveau. L'état particulier de ces composants du corps, représentés dans les cartes corporelles du cerveau, est le contenu des perceptions qui constituent les sentiments. Les substrats immédiats des sentiments sont les encartages de tous ces états du corps dans les régions sensorielles du cerveau conçues pour recevoir les signaux venus du corps.

On pourrait objecter qu'il ne semble pas que nous enregistrions consciemment la perception de tous ces états des parties de notre corps. Et heureusement que nous ne les enregistrons pas tous. Nous avons une expérience de certains qui est assez spécifique et pas toujours plaisante — rythme cardiaque irrégulier, contraction douloureuse du ventre, etc. Cependant, pour la plupart des autres composants, j'émets l'hypothèse que nous en faisons l'expérience sous forme «composite». Certaines structures de notre chimie interne, par exemple, enregistrent des sentiments généraux d’énergie, de fatigue ou de gêne. Nous vivons aussi tout un ensemble de changements comportementaux qui deviennent des appétits et des besoins. Évidemment, nous n'avons pas d'«expérience» de notre niveau sanguin de glucose lorsqu'il descend en dessous d'un certain seuil, mais nous faisons rapidement l'expérience des conséquences de cette diminution à travers la façon dont d'autres systèmes opèrent (la musculature, par exemple) et dont certains comportements s'engagent (la faim par exemple).

Vivre un certain sentiment, le plaisir par exemple, c'est percevoir que le corps est d'une certaine manière et percevoir le corps de la manière qui exige des cartes sensorielles dans lesquelles des structures neurales sont en jeu et dont des images mentales peuvent dériver. Je reconnais que l'apparition d'images mentales à partir de structures neurales est un processus qu'on ne comprend pas parfaitement (...). Mais nous en savons assez pour émettre l'hypothèse que ce processus repose sur des substrats qu'on peut identifier — dans le cas des sentiments, plusieurs cartes de l'état du corps situées dans diverses régions du cerveau — et par conséquent qu'il implique des interactions complexes entre régions cérébrales. Ce processus n'est pas localisé dans une aire du cerveau.

En bref, le contenu essentiel des sentiments est l'encartage d'un état donné du corps ; le substrat des sentiments est l'ensemble des structures neurales qui dressent la carte de l'état du corps et dont une image mentale de l'état du corps peut émerger. Un sentiment est par essence une idée — à savoir une idée du corps et plus précisément encore une idée d'un certain aspect du corps, de son intérieur, dans certaines circonstances. Un sentiment d'émotion est une idée du corps lorsqu'il est perturbé par le processus émotionnel. Comme nous le verrons plus loin, cependant, il est peu probable que l'encartage du corps qui constitue l'élément décisif de cette hypothèse soit aussi direct que William James l'imaginait.

Un sentiment est-il davantage qu'une perception d'un état du corps ?

Quand je dis que les sentiments sont en grande partie constitués par la perception d'un certain état du corps ou que la perception d'un état du corps forme une essence d'un sentiment, mon usage des mots «en grande partie» et «essence» n'est pas fortuit. On trouvera la raison de cette subtilité dans l'hypothèse-définition du sentiment qui vient d'être discutée. En maintes circonstances, en particulier lorsqu'on dispose de peu de temps ou qu'on n'en a pas du tout pour examiner les sentiments, ils sont seulement la perception d'un certain état du corps. Toutefois, dans d'autres circonstances, le sentiment implique la perception d'un certain état du corps et celle d'un certain état d'esprit l'accompagnant — soit les changements dans le mode de pensée auxquels je me référais plus haut en tant qu'ils font partie des conséquences du sentiment. Dans ces circonstances, nous avons des images du corps qui est ceci ou cela et, parallèlement, des images de notre style de pensée.

Dans certaines circonstances, peut-être dans la variété la plus avancée du phénomène, le processus est tout sauf simple. Il comporte ceci : les états du corps qui sont l'essence du sentiment et lui confèrent un contenu distinct ; le mode altéré de pensée qui accompagne la perception de cet état du corps essentiel ; et la forme de pensée qui va, en termes de thème, avec la sorte d'émotion ressentie. Dans ces occasions, si on prend l'exemple d'un sentiment positif, on pourrait dire que l'esprit se représente davantage que le bien-être. Il se représente aussi le bien-penser. La chair opère de façon harmonieuse ou du moins l'esprit le dit, et notre puissance de penser est à son sommet ou peut s'y élever. De même, le sentiment de tristesse ne porte pas sur une maladie du corps ou sur un manque d'énergie pour continuer à vivre. Il renvoie souvent à un mode inefficace de pensée suscitant un nombre limité d'idées de perte.