ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTIONS MATHEMATIQUES ET ECONOMIE

EPREUVE D'ORDRE GENERAL

DUREE : 4 HEURES

les candidats devront traiter au choix, l'un des trois sujets suivants :

SUJET n° 1

Un écrivain écrit à propos de l'immigration ceci : «L'immigration quelle que soit sa couleur et sa saveur, est une injection de vie, d'énergie et de culture et que les pays devraient la recevoir comme une bénédiction».

Appréciez cette affirmation.

SUJET n° 2

Le développement rapide du nombre d'abonnés à INTERNET dans le monde et en particulier en Afrique aura-t-il des conséquences sur la vie politique, sociale, économique des pays africains.

Dans l'affirmative lesquelles ? et pourquoi ? Etayez votre raisonnement par des exemples précis.

SUJET n° 3

EL HADJ OMAR, fondateur du royaume théocratique Toucouleur du Soudan Occidental (1797-1864) parlant de la prévoyance a dit ce qui suit:

«C'est quand on est au sommet de la puissance qu'on doit se frayer une route pour la défaite»

Est-ce toujours d'actualité ? Quelles réflexions vous inspire cette phrase ?

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION MATHEMATIQUES

PREMIERE EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

On note *IR* l'ensemble des nombres réels et *IN* l'ensemble des entiers naturels.

a et b sont deux éléments de *IR* tels que $a<b$. *E* désigne l'espace vectoriel des applications continues de $[a,b]$ dans *IR*, et pour tout p appartenant à *IN*, F_p désigne le sous-espace vectoriel de *E* constitué par les fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à p.

Il est rappelé que, dans un espace vectoriel normé de dimension finie, on peut extraire, de toute suite $(a_n)_{n\in IN}$ telle que $(\|a_n\|)_{n\in IN}$ soit bornée, une suite convergente.

PARTIE n° 1

❶ A tout élément g de *E*, on associe le nombre : $\|g\| = \sup\limits_{x\in[a,b]} |g(x)|$

Vérifier que l'on définit ainsi une norme sur *E*.

Dans tout le problème, *E* sera muni de cette norme.

❷ Soient p un élément de *IN* et f un élément de *E*. On pose : $d = \inf\limits_{g\in F_p} \|g - f\|$

Montrer qu'il existe une suite $(g_n)_{n\in IN}$ d'éléments de F_p convergeant vers un élément de F_p et telle que la suite $(\|g_n - f\|)_{n\in IN}$ converge vers d.

En déduire qu'il existe un élément P de F_p tel que l'on ait : $\|P - f\| = d$
On dira que P est un polynôme de meilleure approximation de f dans F_p.

PARTIE n° 2

Dans cette partie, on se propose de montrer qu'il n'existe qu'un polynôme de meilleure approximation de f dans F_p, et d'en donner une approximation.

❶ Dans quel cas a-t-on $d = 0$? Montrer que, dans ce cas, il n'existe qu'un polynôme de meilleure approximation de f dans F_p, et indiquer quel est ce polynôme.

❷ **Dans toute la suite de cette partie**, on suppose $d \neq 0$ et l'on désigne par P un polynôme de meilleure approximation de f dans F_p. On pose :

$$\alpha = \sup_{x \in [a,b]} \left[P(x) - f(x) \right] \qquad \beta = \inf_{x \in [a,b]} \left[P(x) - f(x) \right]$$

On désigne par A_1 l'ensemble des éléments x de $[a,b]$ tels que l'on ait $P(x) - f(x) = d$ et par A_{-1} l'ensemble des éléments x de $[a,b]$ tels que l'on ait $P(x) - f(x) = -d$.

Montrer que l'on a $\alpha = d$ (on pourra, en considérant le polynôme $P + \dfrac{d-\alpha}{2}$, montrer que l'on aboutit à une contradiction si on suppose $\alpha \neq d$). Montrer que l'on a aussi $\beta = -d$.

Montrer que A_1 et A_{-1} ne sont pas vides.

❸ Montrer qu'il existe une suite finie $(x_0, \dots, x_m)$ d'éléments de $[a,b]$, strictement croissante, telle que l'on ait $x_0 = a$ et $x_m = b$ et que, quels que soient $i \in \{1, \dots, m\}$, $x \in [x_{i-1}, x_i]$ et $y \in [x_{i-1}, x_i]$, on ait

$$\left| \left[P(x) - f(x) \right] - \left[P(y) - f(y) \right] \right| \leq \frac{d}{2}$$

❹ On choisit une suite $(x_0, \dots, x_m)$ satisfaisant aux conditions précédentes. Montrer que, quels que soient les éléments $i, j \in \{1, \dots, m\}$ tels que $[x_{i-1}, x_i] \cap A_1$ et $[x_{j-1}, x_j] \cap A_{-1}$ ne soient pas vides, j est différent de i, de $i+1$ et de $i-1$.

Dans la suite, pour $\varepsilon \in \{-1,+1\}$, on désigne par I_ε l'ensemble des intervalles de la forme $[x_{i-1}, x_i]$ (avec $i \in \{1,...,m\}$) dont l'intersection avec A_ε n'est pas vide et par I l'ensemble des $i \in \{1,...,m\}$ tels que $[x_{i-1}, x_i]$ appartienne à $I_1 \cup I_{-1}$.

Montrer que le nombre r d'éléments de I est au moins égal à 2, et que l'on a $m \geq 3$.

❺ On pose : $I = \{i_1,...,i_r\}$,

la suite $(i_1,...,i_r)$ étant strictement croissante et, pour tout $j \in \{1,...,r\}$, $B_j = \left[x_{i_j - 1}, x_{i_j}\right]$.

Montrer qu'il existe une et une seule suite $\left((j_1,\varepsilon_1),...,(j_q,\varepsilon_q)\right)$ d'éléments de $\{1,...,r\} \times \{-1,+1\}$ telle que les trois conditions suivantes sont vérifiées :

① la suite $(j_1,..., j_q)$ est strictement croissante et $j_q = r$;

② si l'on pose $j_0 = 0$, alors, quels que soient les entiers k et j tels que $1 \leq k \leq q$ et $j_{k-1} < j \leq j_k$, B_j doit appartenir à I_{ε_k} ;

③ quel que soit l'entier k compris entre 1 et $q-1$, ε_k et ε_{k+1} sont de signes contraires.

Montrer que l'on a $q \geq 2$.

❻ Pour tout $k \in \{1,...,q\}$, on pose : $C_k = \bigcup_{j_{k-1} < j \leq j_k} B_j$

montrer que, quel que soit $k \in \{1,...,q-1\}$ il existe $u_k \in [a,b]$ tel que, quels que soient $x \in C_k$ et $y \in C_{k+1}$, on ait $x < u_k < y$.

❼ On choisit, pour tout $k \in \{1,...,q-1\}$, un élément u_k satisfaisant la condition de la question précédente. On désigne par Q la fonction polynôme :

$$x \mapsto (x-u_1)...(x-u_{q-1}).$$

Montrer que $(P-f)Q$ ne s'annule pas sur $C_1 \cup ... \cup C_q$ et garde un signe constant sur cet ensemble.

❽- Montrer qu'il existe $\lambda \in IR$ tel que l'on ait $\|P+\lambda Q-f\|<d$. En déduire que $q \geq p+2$.

Montrer qu'il existe une suite $(y_1,...,y_{p+2})$ d'éléments de $[a,b]$, strictement croissante, et un élément η de $\{-1,+1\}$ tels que, quel que soit $i \in \{1,...,p+2\}$, $y_i \in A_{(-1)^i \eta}$.

❾ Soit P_1 un polynôme de meilleure approximation de f dans F_p. Montrer que $\frac{1}{2}(P+P_1)$ en est un aussi et que, quel que soit $\varepsilon \in \{-1,+1\}$, l'ensemble des éléments x de $[a,b]$ tels que l'on ait $\frac{1}{2}[P(x)+P_1(x)]-f(x)=\varepsilon d$ est contenu dans A_ε.

Montrer alors que l'on a $P_1 = P$.

❿ Soit R un élément de F_p. On suppose qu'il existe une suite $(z_1,...,z_{p+2})$ d'éléments de $[a,b]$, strictement croissante, et $\zeta \in \{-1,+1\}$ tels que, quel que soit $i \in \{1,...,p+2\}$, on ait :

$$R(z_i)-f(z_i)=(-1)^i \zeta \|R-f\|$$

Montrer que l'on a $R=P$.

PARTIE n° 3

❶ Pour tout élément f de *E*, expliciter le polynôme de meilleure approximation de f dans F_0.

❷ Dans cette question, on prend pour f l'application $x \mapsto e^x$, de $[a,b]$ dans *IR*.

Expliciter le polynôme de meilleure approximation de f dans F_1.

❸ Dans cette question, on suppose $b > 0$ et $a = -b$. On définit f par :

$$f(x) = x^2 + x \text{ pour } -b \le x \le 0$$
$$f(x) = x^2 - x \text{ pour } 0 \le x \le b$$

Expliciter le polynôme de meilleure approximation de f dans F_2.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION MATHEMATIQUES

DEUXIEME EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

EXERCICE n° 1

Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

❶ Montrer que M est définie positive.

❷ Soit $F = Vect\{e_2, e_3\}$ le sous-espace vectoriel engendré par $e_2 = (0,1,0)$ et $e_3 = (0,0,1)$. On note P_F la projection orthogonale sur F au sens du produit scalaire défini par M. Déterminer $P_F(u)$ pour $u \in \mathbf{R}^3$

EXERCICE n° 2

Soit E un espace vectoriel réel de dimension n, où $n \geq 4$.

❶ Déterminer la signature de la forme quadratique ϕ définie sur une base de E par :
$$\phi(x) = 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + 5x_2x_3 + 4x_1x_4$$

❷ Ecrire $\phi(x)$ dans une base ϕ -orthogonale de E.

EXERCICE n° 3

Soient E un espace vectoriel euclidien et F un sous-espace vectoriel de E. on note S_F la symétrie orthogonale par rapport à F et P_F le projecteur orthogonal sur F

❶ Exprimer S_F en fonction de P_F

❷ En déduire $S_F(x)$, pour $x \in E$, lorsque $F = Vect(a)$ et lorsque $F = a^{\perp}$. ($Vect(a)$ désigne le sous-espace vectoriel engendré par un vecteur a, non nul, de E et $a^{\perp}$ le sous-espace orthogonal à a). $S_F(x)$ sera exprimé en fonction de x, a et (x,a).

❸ Donner les matrices de S_F et P_F dans une base orthonormée de E, pour $F = Vect(a)$ et $F = a^{\perp}$.

EXERCICE n° 4

On considère D_n le déterminant d'ordre n de terme général $d_{i,j}$ défini par :

$d_{i,i} = a+b, d_{i,i+1} = ab, d_{i+1,i} = 1$ et sinon $d_{i,j} = 0$, où a et b sont des réels.

❶ Etablir une relation de récurrence entre D_n, D_{n-1} et D_{n-2}, pour $n \geq 3$

❷ Calculer D_n.

PROBLEME

Soit $\mathbf{R}^n$ muni du produit scalaire usuel noté $\langle .,. \rangle$ et de la base canonique $B = (e_1, \ldots, e_n)$

Pour toute famille de vecteurs $(x_j)_{1 \leq j \leq p}$ de $\mathbf{R}^n$, on note :

$$x_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} e_i \qquad X_j = \begin{pmatrix} x_{1j} \\ . \\ . \\ x_{nj} \end{pmatrix} \qquad X = (X_1, \ldots, X_p) = (x_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq p}}$$

On désigne par $G(x_1, \ldots, x_p)$ la matrice carrée d'ordre p dont le terme général est $\langle x_i, x_j \rangle$ et on suppose que $p < n$.

❶ Vérifier que $G(x_1,\ldots,x_p) = X^{'}X$, où $X^{'}$ désigne la transposée de X

❷ Soit $\{x_1,\ldots,x_p\}$ une famille libre, montrer qu'il existe $\{x_{p+1},\ldots,x_n\}$ tels que : $G(x_1,\ldots,x_n) = \begin{pmatrix} G(x_1,\ldots,x_p) & 0 \\ 0 & I_{n-p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X^{'}X & 0 \\ 0 & I_{n-p} \end{pmatrix}$

On note $\hat{X} = (X_1,\ldots,X_p,X_{p+1},\ldots,X_n)$ la matrice carrée d'ordre n. Montrer que $(\det \hat{X})^2 = \det G(x_1,\ldots,x_p)$ et en déduire que $\det G(x_1,\ldots,x_p) > 0$.

Montrer que pour toute famille libre $\{x_1,\ldots,x_p\}$, on a :

$$\det G(x_1,\ldots,x_{p-1},x_p) = \det G(x_1,\ldots,x_{p-1},x_p + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i x_i)$$

❸ Soit $\{x_1,\ldots,x_p\}$ une famille libre et $F = Vect\,(x_1,\ldots,x_p)$ le sous-espace vectoriel engendré par cette famille. Pour tout y de $\mathbf{R}^n$, on note $P_F(y)$ la projection orthogonale de y sur F.

Montrer que $\det G(x_1,\ldots,x_p,y - P_F(y)) = \det G(x_1,\ldots,x_p,y)$

Déterminer $\det G(x_1,\ldots,x_p,y - P_F(y))$ en fonction de $\det G(x_1,\ldots,x_p)$ et de $\|y - P_F(y)\|$

En déduire que : $(d(y,F))^2 = \dfrac{\det G(x_1,\ldots,x_p,y)}{\det G(x_1,\ldots,x_p)}$

❹ Pour $y = \sum_{i=1}^{n} y_i e_i$, on note $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ . \\ . \\ y_n \end{pmatrix}$ et $Z = (X_1,\ldots,X_p,Y)$

On a donc $G(x_1,\ldots,x_p,y) = Z^{'}Z$. Retrouver le résultat précédent en utilisant le calcul matriciel par blocs et les propriétés de la matrice de projection orthogonale sur F.

Rappel : Si A est une matrice carrée inversible et si $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ est une matrice carrée, alors $\det M = \det A \times \det(D - CA^{-1}B)$.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION MATHEMATIQUES

EPREUVE DE CALCUL NUMERIQUE

DUREE : 2 HEURES

Les trois parties sont très largement indépendantes.

Les candidats pourront admettre un résultat qu'ils n'auraient pas démontré à condition de le préciser explicitement.

Il sera tenu le grand compte de la rigueur et de la clarté du raisonnement.

Dans tout le problème :

n désigne un entier naturel strictement positif,

$x = (x_i)_{i \in (1,\dots,n)}$ un élément de $\mathbb{R}^n$,

$\|.\|$ une norme quelconque de $\mathbb{R}^n$,

M_n ($\mathbb{R}$) l'ensemble des matrices carrées de taille (n,n), à coefficients réels, muni de sa structure usuelle d'espace vectoriel réel,

$A = ((a_{ij}))_{i,j \in (1,\dots,n)}$ un élément de M_n ($\mathbb{R}$)

A^t la matrice transposée de A,

et trA la trace de A

PARTIE n° 1

❶ On définit $\|\!|.\|\!| : M_n(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ de la façon suivante :

$$\forall\, A \in M_n(\mathbb{R}) \text{ , } \|\!| A \|\!| = \inf\ \{\alpha \in \mathbb{R} \text{ , } \forall x \in \mathbb{R}^n \quad \|Ax\| \leq \alpha \|x\| \qquad (S)$$

Montrer que ($M_n(\mathbb{R})$, $\|\!|.\|\!|$) est un espace vectoriel normé.

Dans tout le reste du problème, on dira qu'une norme $N(.)$ de $M_n(\mathbb{R})$ est subordonnée si l'on peut trouver une norme $\|.\|$ de $\mathbb{R}^n$ telle que $N(.)$ se construit à partir de $\|.\|$ en utilisant la formule (S). On dira aussi que $N(.)$ est subordonnée à $\|.\|$.

❷ Soit $\|\!|.\|\!|$ une norme subordonnée de $M_n(\mathbb{R})$. Montrer que :

$$\forall\, A, B \in M_n(\mathbb{R}) \text{ , } \|\!|AB\|\!| \leq \|\!|A\|\!| . \|\!|B\|\!|$$

❸ Soient $\|.\|_1, \|.\|_2$ et $\|.\|_\infty$ les trois normes de $\mathbb{R}^n$ définies par :

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_1|$$

$$\|x\|_2 = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)^{1/2}$$

$$\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$$

On note $\|\!|.\|\!|_1, \|\!|.\|\!|_2$ et $\|\!|.\|\!|_\infty$ les trois normes de $M_n(\mathbb{R})$ subordonnées à $\|.\|_1, \|.\|_2$ et $\|.\|_\infty$ respectivement

Montrer que :

① $\|\!|A\|\!|_1 = \max\limits_{1 \leq j \leq n} \sum\limits_{i=1}^{n} |a_{ij}|$

② $\|\!|A\|\!|_\infty = \max\limits_{1 \leq i \leq n} \sum\limits_{j=1}^{n} |a_{ij}|$

❹ Montrer que l'application $\left\| . \right\|_E : M_n(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ définie par :

$$\left\| A \right\|_E = \left(\sum_{i,\, j} a_{i\,j}^2 \right)^{1/2}$$

munit M_n ($\mathbb{R}$) d'une structure d'espace vectoriel normé.

Montrer que $\left\| A \right\|_E = \left(tr\left(A^t\ A \right) \right)^{1/2}$. Cette norme est-elle subordonnée ?

PARTIE n° 2

Dans toute cette partie, on suppose que A est inversible

Soit $\left\| . \right\|$ une norme de M_n ($\mathbb{R}$) subordonnée à la norme $\| . \|$ de $\mathbb{R}^n$, et $\Delta A \in M_n(\mathbb{R})$ telle que $\left\| \Delta A \right\| < \left\| A^{-1} \right\|^{-1}$.

❶ Montrer que $A + \Delta A$ est inversible.

❷ Soient b et Δb deux éléments de $\mathbb{R}^n$. On définit x et $\Delta x \in \mathbb{R}^n$ tels que :

$$Ax = b \text{ et } (A + \Delta A)(x + \Delta x) = (b + \Delta b).$$

① Montrer l'existence et l'unicité de x et Δx.

② On définit : $x(A) = \left\| A \right\| . \left\| A^{-1} \right\|$.

On notera que $x(A)$ dépend à priori du choix de la norme subordonnée $\left\| \cdot \right\|$.

$x(A)$ est appelé coefficient de conditionnement de la matrice A

Montrer que $x(A) \geq 1$

③ Montrer que $\dfrac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \dfrac{x(A)}{1 - x(A)\left\|\Delta A\right\| / \left\|A\right\|} \left(\dfrac{\|\Delta b\|}{\|b\|} + \dfrac{\left\|\Delta A\right\|}{\left\|A\right\|} \right)$

Lorsque l'on cherche à résoudre numériquement le système $Ax = b$, le meilleur cas de figure est-il d'avoir une matrice au coefficient de conditionnement faible ou élevé ?

PARTIE n° 3

❶ Calculer, à 10^{-2} près, les solutions des systèmes suivants :

$$\begin{array}{lllllllll}
10u_1 & + & 7u_2 & + & 8u_3 & + & 7u_4 & = & 32 \\
7u_1 & + & 5u_2 & + & 6u_3 & + & 5u_4 & = & 23 \\
8u_1 & + & 6u_2 & + & 10u_3 & + & 9u_4 & = & 33 \\
7u_1 & + & 5u_2 & + & 9u_3 & + & 10u_4 & = & 31
\end{array}$$

$$\begin{array}{lllllllll}
10v_1 & + & 7v_2 & + & 8v_3 & + & 7v_4 & = & 32{,}1 \\
7v_1 & + & 5v_2 & + & 6v_3 & + & 5v_4 & = & 22{,}9 \\
8v_1 & + & 6v_2 & + & 10v_3 & + & 9v_4 & = & 33{,}1 \\
7v_1 & + & 5v_2 & + & 9v_3 & + & 10v_4 & = & 30{,}9
\end{array}$$

$$\begin{array}{lllllllll}
10w_1 & + & 7w_2 & + & 8{,}1w_3 & + & 7{,}2w_4 & = & 32 \\
7{,}08w_1 & + & 5{,}04w_2 & + & 6w_3 & + & 5w_4 & = & 23 \\
8w_1 & + & 5{,}98w_2 & + & 9{,}89w_3 & + & 9w_4 & = & 33 \\
6{,}99w_1 & + & 4{,}99w_2 & + & 9w_3 & + & 9{,}98w_4 & = & 31
\end{array}$$

❷ Calculer $x(A), A$ étant la matrice de M_4 (ℝ) associée au premier système étudié dans la question précédente, lorsque l'on prend $\|.\|_2$ comme norme. Vérifier la majoration obtenue dans la question ❷ de la Partie 2 lorsque l'on considère le second système comme une perturbation du premier.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION MATHEMATIQUES

EPREUVE DE CONTRACTION DE TEXTE

DUREE : 3 HEURES

Cette épreuve a pour objet de faire apparaître l'aptitude des candidats à discerner les idées essentielles et à en présenter un exposé synthétique, sans discussion ni commentaire.

Les candidats ne doivent pas seulement découper et regrouper les phrases jugées les plus significatives ; ils doivent repenser ce texte et le résumer en usant d'un style personnel. Le texte résumé doit pouvoir être compris par tout lecteur ignorant le texte original.

Résumer en 200 mots environ ce texte extrait de «L'Afrique noire» de T. PUJOLLE .

✶ ✶ ✶

L'Africanité : Les sociétés précaires entre tradition et modernité

A la fin du vingtième siècle, l'Afrique noire offre encore la singularité d'un continent rural où, à l'exception de quelques villes anciennes - marchés et carrefours de grands réseaux commerçants -, l'urbanisation est un processus récent. Des millions d'Africains vivent hors de la civilisation industrielle et technologique qui domine une bonne partie de la planète. Du Sahara au tropique du Capricorne, il existe partout des paysanneries agricoles sédentaires ou itinérantes, parfois des éleveurs nomades, des sociétés de chasseurs ou de pêcheurs. Partager, attribuer et contrôler les terroirs d'établissement et les territoires de parcours demeure l'enjeu de toute l'organisation sociale.

En occident, nous vivons dans un monde fortement dominé par l’avancement technologique des puissances industrielles où l’agriculture est le produit de la chimie (engrais et pesticides), du génie mécanique (machines) et de la génétique (sélection des variétés). Elle ne permet qu’à une minorité «compétitive» d’en vivre ; la vie citadine, dans l’aisance ou la pauvreté, est le lot de la majorité. Les civilisations rurales africaines peuvent donc apparaître comme la survivance de modes de vie «primitifs» , ainsi que les qualifient les ethnologues du XIXè siècle. Or, en Afrique, l’agriculture et l’élevage ne sont pas seulement des fonctions productives mais constituent un socle de civilisation. On a pu parler de la civilisation du mil et des greniers au Sahel, ou de la vache et du bananier en Ouganda et au Rwanda, ou encore de la civilisation des troupeaux des peuples peuls.

Le monde africain rural est, bien sûr, traversé par la modernité : un dispositif d’exploitation des ressources s’est juxtaposé ou imposé aux sociétés rurales - villes administratives, appareil d’Etat centralisé, infrastructures de transport et ports de commerce, pôles miniers et surtout une nouvelle agriculture de plantation destinée à l’exportation. Les Etats africains indépendants reposent toujours sur ce dispositif d’emprise. Partout où l’agriculture d’exportation (arachide, coton, huile de palme, café, cacao...) a créé des revenus, les paysanneries africaines ont pris le risque d’opter pour la modernité. Elles ont assimilé les nouvelles pratiques agricoles (engrais, pesticides) liées au souci de productivité. De même le monde paysan a intégré trois apports majeurs de l’Etat moderne : l’école, le centre de santé et la radiodiffusion. Il serait donc simpliste de décrire les paysanneries africaines comme archaïques ou bloquées par la tradition. La rationalité par laquelle se construit leur rapport à la nature doit être comprise...

Le génie des sociétés rurales africaines est d’avoir inventé des modes de vie - et de survie - dans des milieux naturels «défavorables»...

Le milieu impose aux sociétés africaines trois contraintes majeures : une pluviométrie aléatoire, la fragilité des sols, l’insalubrité due aux insectes et aux parasites. Survivre en milieux extrêmes ou contraignants, tel est le défi des sociétés rurales africaines qui, selon l’expression de Basil Davidson, «ont apprivoisé un continent». L’efficacité technique ne cherche pas à modifier le milieu ni «à s’en rendre maître et possesseur». Les pratiques culturales visent à préserver les ressources naturelles, les sols d’abord. L’essartage, la jachère et l’itinérance limitent le prélèvement, laissent un temps de restauration à des sols à fertilité précaire (à l’exception des sols volcaniques) et toujours menacés de latérisation. Culture de décrue, digues filtrantes, billons de marais, lignes antiérosives, échanges de fumure avec les éleveurs, l’ingéniosité rurale n’a cessé de perfectionner les techniques de retenue des deux ressources, l’eau et les sols.

Les civilisations du Sahel vivent dans l'attente de la pluie : elles ont sélectionné les mils et les sorghos les plus résistants à la sécheresse. Les paysans du Rwanda sèment à chaque saison près de trente variétés de haricots ; ils sont ainsi assurés d'une récolte, quelle que soit la pluviosité. Les sociétés de zone humide ont adopté très anciennement le manioc, qui se conserve en terre pendant des mois, et des maïs résistants aux parasites - tous deux importés d'Amérique ; l'igname constitue une réserve alimentaire permanente. Pour préserver les récoltes des rongeurs et du pourrissement, le Sahel a perfectionné ses greniers ; on sait conserver le poisson séché ; on boucane la viande ; on extrait les corps gras des végétaux (karité) ; on récolte feuilles, baies, fruits et graines de tout arbre nourricier ; d'un tropique à l'autre, en zone sèche ou humide, les chèvres, qui se nourrissent de tout et de rien (déchets), habitent l'espace domestique, apportant autant que nécessaire viande et cuir ou un revenu monétaire de soudure, dans l'attente d'une prochaine récolte. Seule la forêt humide reste, comme l'est le bassin amazonien en Amérique latine, une zone de basse pression démographique tant la végétation est indomptable, bloquant tout horizon, impénétrable, aux sols marécageux.

On mesure mieux le génie inventif des paysanneries africaines lorsqu'on analyse les avatars et les échecs des projets de développement conçus par des ingénieurs, hydrauliciens et agronomes, armés de sciences et techniques occidentales (grands barrages, cultures coûteuses en engrais et pesticides). Les civilisations rurales d'Afrique n'ont poussé la technicité que pour survivre en préservant des écosystèmes fragiles...

Si les sociétés africaines ont pu faire de l'agriculture et de l'élevage le socle de leurs civilisations, elles n'ont pu opposer aux multiples maladies transmises par les insectes et les parasites que des réponses «d'évitement» peu efficaces. Le continent africain, massivement sub-tropical, subit la pullulation de tous les parasites de l'animal et de l'homme que favorisent la chaleur et l'humidité.

L'immense domaine de la mouche tsé-tsé n'épargne, entre le dixième parallèle au nord et le vingtième au sud, que quelques massifs montagneux et hauts plateaux, n'autorisant ainsi l'élevage bovin qu'en des zones délimitées, et frappant les humains de trypanosomiase (maladie du sommeil). La simulie, petite mouche qui vit le long des rivières à cours rapide, véhicule l'onchocercose (cécité due à des microfilaires), rendant inhabitables des vallées riches en eau. Le paludisme reste la première cause de mortalité et se répand sous des formes nouvelles (paludisme résistant) et parfois dans des zones encore épargnées. La bilharziose, provoquée par infestation de larves vivant dans l'eau des lacs et des rivières à cours lent, compromet l'agriculture d'irrigation, récente. Les sociétés africaines savent que la maîtrise de l'eau (grands barrages et digues) est une conquête ambiguë et que l'expansion des endémies accompagne les acquis possibles de l'agriculture irriguée. Les établissements humains évitent les zones à risque majeur et organisent l'espace en conciliant l'accès à l'eau et la nécessaire distance de salubrité.

La multiplicité des maladies tropicales est cause de la mortalité élevée des sociétés africaines où l'espérance de vie moyenne n'atteint pas cinquante ans (à l'exception de pays d'Afrique australe). La mortalité infantile et juvénile (de un à cinq ans) reste la plus élevée au monde...

Les sociétés africaines ont développé des pharmacopées considérables mais auxquelles échappent les endémies de forte morbidité. On trouve dans toutes ces civilisations des guérisseurs qui associent aux substances naturelles des thérapeutiques magiques. L'efficacité relative de ces techniques n'est pas à ignorer, mais elle ne modifie pas le taux de mortalité. C'est par une fécondité très élevée que ces sociétés compensent la mortalité imposée par un continent insalubre. En effet, les multiples civilisations africaines ont un socle commun : la valorisation de la fécondité, réponse fondatrice à la précarité humaine. La stérilité de la femme est une malédiction. La puissance virile est, s'il le faut, renforcée par la pharmacopée, la magie et les stimulants. Le prestige social repose sur une progéniture nombreuse, que les sociétés soient polygames ou monogames. Dans la majorité des pays africains subtropicaux, la fécondité est supérieure à six enfants par femme ; l'âge moyen au premier mariage varie, avec quelques exceptions, de seize à vingt ans pour les filles.

Ainsi, deux régulations profondes semblent régir les civilisations africaines : la préservation des écosystèmes par une agriculture extensive (à faible rendement), la compensation d'une forte mortalité par une procréation élevée. Or, depuis vingt ans environ, ces deux comportements culturels ont perdu sens et effet : la croissance démographique a rompu les équilibres.

On constate que le continent noir connaît des taux de croissance démographique de l'ordre de 2,5 à 3,7 % par an, ce qui fait doubler la population d'un pays en vingt à vingt cinq ans. Ainsi, en 1960, l'Afrique noire comptait environ deux cent dix millions d'habitants. En 1990, on en prévoit sept cents millions en l'an 2000 et 1,4 milliard en 2025, soit quatre fois la population de l'Europe des Douze d'aujourd'hui. Dans un peu plus de trente ans (2025), l'Afrique noire constituera, après l'Asie, le deuxième continent du monde.

Cette croissance démographique exceptionnelle vient en particulier de la réduction de la mortalité infantile, sans que la fécondité ait été modifiée. L'incursion de services de santé modernes dans les sociétés traditionnelles ne leur a pas laissé le temps de mettre en oeuvre de nouveaux comportements culturels limitant la natalité... La médecine préventive (vaccinations, lutte contre les insectes pathogènes) et, de quelque manière, la médecine curative ont réduit la mortalité infantile. Ainsi, s'est modifié l'équilibre entre mortalité et natalité sans qu'on ait su prévoir que les bienfaits de la médecine tropicale allaient engendrer des situations inédites.

Deux modifications majeures affectent les sociétés africaines du fait de la croissance démographique : le rapport entre les générations et l'expansion de l'Afrique des villes.

La moitié de la population a moins de vingt ans, parfois moins de quinze ans. Toutes les sociétés tentent de contrôler le passage de responsabilité d'une génération à l'autre : le vieillissement des sociétés industrielles a créé un déséquilibre entre personnes âgées et nouvelles classes d'âge. Inversement, en Afrique, l'explosion démographique fait partout surgir une jeunesse qui échappe au contrôle traditionnel des anciens et des aînés. Aucun encadrement éducatif ou social n'est encore en mesure de compenser l'incapacité économique des Etats à intégrer les jeunes par l'emploi. Les sociétés africaines connaissent ainsi une crise fondamentale puisque aucun ordre social nouveau ne s'est substitué à l'organisation traditionnelle selon l'âge (anciens, initiés, non-initiés). La jeunesse n'apparaît pas aujourd'hui en Afrique comme la promesse du futur, mais constitue une menace de violence sociale, en ville surtout.

L'autre mutation qu'apporte l'explosion démographique est l'expansion des villes sur un continent sans civilisation urbaine, sauf exception. En vingt ans, les afflux de migrants récents ont transformé le paysage urbain , juxtaposant aux quartiers construits par l'administration coloniale des aires d'habitat ou d'indigence comparables à celles des mégalopoles d'Asie ou d'Amérique latine. Le trop-plein des populations rurales arrive «en ville» , alors que celle-ci est d'abord un pôle administratif et de résidence institutionnelle et ne constitue pas, comme en Europe au XIXè et XXè siècles, un centre d'activité économique. L'urbanisation du continent africain, qui pourrait être le signe d'une modernisation sociale, n'a pour effet que de concentrer sur des faubourgs démunis de services urbains et sociaux des populations pauvres et jeunes, prêtes à saisir toute occasion de petit revenu, délictueux ou clandestin.

La conjonction de ces deux mutations aboutit à faire de la ville le lieu de confrontation entre les groupes restreints qui détiennent le pouvoir politique et la masse croissante de jeunes sans futur, voués aux échappatoires du football, de la musique commerciale ou du cinéma américain et asiatique et au rêve de consommations inaccessibles. De nouvelles précarités affectent ainsi les sociétés rurales dont les hommes et les jeunes migrent parfois sans retour. La déstructuration de la civilisation rurale est en oeuvre du fait de la croissance démographique, aggravée ici par la sécheresse, ailleurs par les guerres. La pression sur l'utilisation des terres cultivables et le prélèvement accru des ressources en bois mettent en péril les sols fragiles que l'agriculture africaine savait ménager. La désertification du Sahel est due tout autant à la sécheresse qu'à la charge démographique. Les besoins des villes en charbon de bois aggravent des concurrences sans réglementation entre villages et marchands charbonniers.

La croissance démographique atteint ainsi en profondeur l'organisation traditionnelle des sociétés autant que leur mode d'emprise sur l'environnement. Même si le continent noir est dit sous-peuplé en raison de l'immensité des milieux inhabitables, il est le continent promis, jusqu'au milieu du XXIè siècle, à des mutations, des déséquilibres sociaux et des migrations qui concerneront inévitablement les autres continents...

Ainsi la poussée démographique fait-elle bouger, en une germination inédite, tout le continent noir. N'en sont visibles pour le moment que les effets de détresse : migrations de misère vers la ville et hors du continent, accroissement des tensions ethniques, jeunesse sans futur, pauvreté accrue des paysanneries. Inéluctablement, dans les trente années à venir, toutes les sociétés africaines, traditionnelles ou modernisées, vont vivre des ébranlements dont peut naître une nouvelle Afrique. Pour aborder ce temps de mutation, dans quelle mémoire, dans quels héritages les Africains peuvent-ils ancrer leur identité ?

Comment dire l'africanité par-delà la fracture d'identité induite par la domination européenne ? Son expression écrite est récente ; la proclamation de la négritude, dans les années 20, s'inscrit dans le combat anticolonialiste. Le mouvement naît de la rencontre tricontinentale des écrivains noirs américains et antillais, et de la diaspora intellectuelle d'Europe. Aimé Césaire et Léopold Sédar Senghor définissent ainsi la négritude : «se revendiquer comme noir». Ils proposent un humanisme réhabilitant l'âme et l'intuition nègres. La littérature, la poésie en sont les voix. Dans les années 50, la revue Présence africaine fera évoluer le mouvement vers un engagement politique...

Les cultures africaines sont aussi multiples que les langues vernaculaires du continent : on en a recensé plus de deux mille. Depuis des décennies la linguistique africaine fait l'inventaire de langues parfois parlées par quelques milliers d'habitants seulement. La transcription des langues majeures, leur utilisation comme langue commune pour les Etats modernes entretiennent de longs débats à enjeux politiques et éducatifs au sein de l'Organisation des Nations unies pour l'éducation, la science et la culture. La plupart des Africains parlent au moins deux langues, leur langue maternelle et une langue véhiculaire, ou la langue de colonisation. Les langues africaines sont vivantes, survivent aux effets de domination, permettent aux immigrés de se reconnaître, comme si elles témoignaient d'une identité indéracinable.

Pour comprendre l'africanité, socle de multiples cultures, il faut parler une langue africaine. Il faut aussi «déplacer» la démarche scientifique et vivre une approche d'initiation et d'alliance. Car l'africanité s'exprime dans les codes sociaux, les rites religieux et la traditioin orale connue des sages, récitée et ransmise par les anciens aux lignées du groupe. L'africanité se partage à l'occasion des manifestations considérables que suscitent les événement majeurs de la vie : mariages, deuils, récoltes, initiations... La mémoire africaine dit l'histoire par la tradition orale. Cette variation, souvent épique, dit et donne son identité à un groupe; il s'agit toujours de désigner les ancêtres, rappeler la généalogie, les alliances intervenues ou rompues, raconter les diasporas d'un peuple, légitimer l'appropriation d'un terroir. Les mythes assignent un sens aux coutumes, aux règles de vie, aux techniques du travail rural ou artisanal ; ils légitiment l'organisation sociale, la répartition du commandement, des rôles et des biens. L'africanité est un ensemble de valeurs qui protègent l'individu de la précarité, le lient au groupe de solidarité essentiel, la «grande famille».

La famille donne à tout Africain ses repères fondateurs. Même immigré ou expatrié, un Africain se réfère au groupe familial et à ses alliances. Son identité ethnique est construite sur ce code premier. L'ethnicité s'ancre dans la mémoire familiale et classique.

La parenté reste l'ancrage fondateur malgré les mutations et fractures que l'histoire récente fait vivre aux groupes sociaux. Les civilisations africaines énoncent ainsi que l'essence de l'humanité s'exprime dans un ordre social où l'itinéraire individuel ne peut jamais délier un homme ou une femme de ses solidarités de sang et d'alliance, sauf à prendre le risque d'une dissidence.

T. PUJOLLE
«L'Afrique Noire»
(1994 - Flammarion)