ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2010

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

«Le passé, c'est le trésor des vieux.» a écrit Benjamin Matip, écrivain camerounais, dans *Afrique, nous t'ignorons.* Qu'a voulu dire l'auteur ? Quelle est votre opinion ? Argumentez.

Sujet n° 2

Le sommet de Copenhague a réuni en décembre 2009 les pays industrialisés et les pays émergents autour de la problématique du climat, afin de s'accorder sur leurs engagements respectifs pour limiter le réchauffement climatique. L'Union Africaine a estimé que, si aucun accord n'était trouvé, «cela constituerait la mort de l'Afrique». Expliquez et commentez.

Sujet n° 3

Les dessins publiés dans la presse sont «le baromètre de la liberté d'expression d'un pays», d'après Plantu, caricaturiste français. Commentez.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2010

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

1ère COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

L'épreuve est composée d'un exercice et d'un problème indépendants, qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Exercice

On considère la suite numérique $u(n)$ définie sur N par son origine $u(0) = 1$ et son terme général $u(n+1) = au(n) + bn + c$, où a, b et c sont des nombres réels, $a \neq 0$.

A partir de $u(n)$ on définit la suite $v(n)$ par :

$v(n) = \alpha u(n) + \beta n + \gamma$, pour n entier ≥ 0, α, β et γ étant des nombres réels, $\alpha \neq 0$.

1) Quelles conditions doivent vérifier les paramètres a, b, c, α, β et γ pour que la suite $v(n)$ soit une suite géométrique ?

2) On donne pour toute la suite de l'exercice : $a = 1/3$, $b = 1$, $c = -1$, $\alpha = 4$, $\beta = -6$, et $\gamma = 15$. Calculer $v(n)$ en fonction de n.

3) En déduire que $u(n)$ peut s'écrire sous la forme $u(n) = g(n) + h(n)$, où $g(n)$ est une suite géométrique et $h(n)$ une suite arithmétique dont on écrira les expressions en fonction de n.

4) Calculer explicitement, en fonction de n, la somme $U = \sum_{k=0}^{n} u(k)$.

Problème

1) Soit f l'application de R dans R^+ définie par $f(x) = (x^2 + 1)^{1/2}$.

1a - Etudier précisément les variations de f (dérivées, tableau de variations, concavité, limites, asymptotes, graphe…)

1b - Montrer que, pour tout réel x, on a $f(x) > |x|$

2) On considère l'application g définie sur R par $g(x) = x + (x^2 + 1)^{1/2}$.
Etudier g et tracer son graphe dans le repère orthonormal usuel.

3) On donne maintenant l'application h définie sur R par $h(x) = (x^2 - 1)/2x$.
Etudier h. Donner, en fonction de x, des expressions simples pour $h(g(x))$ et $g(h(x))$.

4) Soit l'application u définie sur R par $u(x) = (x^2 + 1)/2x$.
Etudier précisément les variations de u.

5) n étant un entier naturel, on considère la suite d'applications v_n définie sur R par :

$v_n(x) = [(x + (x^2 + 1)^{1/2})^n + (x - (x^2 + 1)^{1/2})^n] / 2$

5a – Calculer $v_0(x)$, $v_1(x)$, $v_2(x)$ et $v_3(x)$.

5b – Pour tout réel x, comparer $v_n(x)$ et $v_n(-x)$.

5c – Pour tout réel x, comparer $v_n(x)$ et $v_{-n}(x)$; en déduire directement les relations existant entre $v_n(-x)$, $v_{-n}(x)$, $v_{-n}(-x)$ et $v_n(x)$.

6) Montrer que v_n est un polynôme.

Préciser le degré de ce polynôme et le coefficient de son terme du plus haut degré.
Calculer le coefficient du terme du plus haut degré pour les polynômes v_4 et v_5.

7) On note par w l'application définie sur R par $w(x) = x^n$, où n est un entier naturel.

Le symbole o désignant la loi de composition des applications, montrer que, selon la parité de n, v_n peut s'écrire sous les formes ($u \circ w \circ g$) ou ($h \circ w \circ g$).

8) Déduire de la question précédente les tableaux de variations de v_n, selon la parité de n.

9) Dans cette question, on suppose que n est un entier non nul.

Soit k un nombre réel donné.

Discuter, selon la valeur de k, le nombre de racines réelles de l'équation $v_n = k$.

10) Soit le nombre réel θ tel que $0 < \theta < \pi/2$

10a - Résoudre, dans le corps C des nombres complexes, l'équation (E) :

$$\text{(E)} \qquad z^n + z^{-n} = 2 \cos\theta$$

10b - z_s étant une racine de l'équation (E), calculer $h(z_s) = t_s$.

10c - En notant encore par v_n le prolongement à C de l'application définie à la question 5, calculer $v_n(t_s)$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2010

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ÉCONOMIE

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des deux sujets suivants.

Sujet n° 1

Dans la synthèse de son rapport, la Commission sur la mesure des performances économiques présidée par Amartya Sen et Joseph Stiglitz note : «*Ce que l'on mesure a au moins autant d'importance que ce que l'on fait. Le choix entre accroître le PIB et protéger l'environnement peut se révéler être un faux choix(…)*».

En vous appuyant sur les différentes théories relatives aux limites du marché comme mode de régulation de l'activité économique, aux biens collectifs et aux fondements de l'intervention publique, vous montrerez pourquoi la croissance du PIB doit demeurer un objectif central de la politique économique et pourquoi elle ne peut en être l'unique objectif dans une optique de croissance soutenable et de développement durable.

Sujet n° 2

Dans son rapport de 2003 sur le commerce mondial, l'OMC indique : «*A mesure que le marché se développe, des possibilités sont offertes à davantage de producteurs spécialisés ce qui s'accompagne d'une nouvelle réduction des coûts. Il est tout à fait possible que ce processus crée un cercle vertueux. Le cercle vertueux ne peut s'auto-entretenir que lorsqu'une masse critique de producteurs et un niveau critique de demande sont atteints. Les pays dont les marchés se situent en deçà de ce niveau critique peuvent se trouver pris au piège de la pauvreté, la majorité de la population se consacrant à la production familiale et de subsistance, très peu spécialisée (…)*».

En vous appuyant sur les différentes théories de la croissance et du commerce international et sur les enseignements tirés de quelques expériences nationales de pays développés, de pays émergents et de pays moins avancés, vous discuterez la pertinence de ce diagnostic et les conséquences en matière de politique économique que l'on peut en déduire.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2010

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

L'épreuve est composée de deux exercices et d'un problème indépendants, qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Exercice n° 1

On considère trois villes, A, B et C telles que A et C sont à égale distance de B :

d(A, B) = d(B, C).

Deux voitures se rendent de A à C en passant par B.

La première va à la vitesse v de A à B, puis deux fois plus vite ensuite de B à C.

La deuxième va de A à B à 48 km/h de moyenne, puis roule à la vitesse (v + 20) entre B et C.

Les deux voitures mettent le même temps pour aller de A à C.

Quelle est la valeur de v ?

Exercice n° 2

On se place dans le corps *C* des nombres complexes et dans le plan complexe *P*.

1) Le symbole $\bar{\ }$ désigne la conjugaison. Déterminer l'ensemble *D* des points *M* dont l'affixe z vérifie l'équation :

$$z - i\bar{z} = 0.$$

2) Au point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = h(z) = \frac{z + \overline{z} - i}{z - i\overline{z}}$$

Calculer $h(i)$.

Donner le module et un argument de $h(i)$.

Que peut-on dire de $(h(i))^8$?

3) Résoudre l'équation $h(z) = i$.

4) Déterminer R, I et U, respectivement ensemble des points M tels que z' soit un nombre réel, ensemble des points M tels que z' soit un nombre imaginaire pur, ensemble des points M tels que le module de z' soit égal à 1.

Problème

Soit f une application de R dans R^+ définie par $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$.

NB: on fournit les données numériques suivantes, qui pourront être utiles dans le problème :

$Ln50 = 3,91$; $e^{1/2} = 1,648$; $e^{-1/2} = 0,607$; $e^{1/8} = 1,133$; $e^{-1/8} = 0,882$.

1) Trouver une relation $R1$ entre f et f', sa dérivée d'ordre 1.

2) Trouver une relation $R2$ entre f et f'', et une relation $R3$ entre f et $f^{(3)}$.

3) Etudier de façon précise et complète les variations de f' et de f.

4) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une seule solution, que l'on notera α.

5) On note J l'intervalle fermé $J = [1/2, 1]$.

5a - Montrer que $\alpha \in J$.

5b - Montrer que pour tout $x \in J$, $f(x) \in J$.

6) Montrer que, $\forall\ x \in J$, $|f'(x)| \leq M$, où M est le meilleur majorant de $|f'(x)|$, que l'on calculera.

7) On définit la suite de terme général $u(n)$, n entier, par $u(0) = 1$ et $u(n+1) = f(u(n))$.

Montrer, par récurrence, que $\forall\ n \in N$, $1/2 \leq u(n) \leq 1$.

8) Démontrer que, $\forall\, n \in N$, on a l'inégalité (E) suivante :

$$\text{(E)} \qquad |u(n+1) - \alpha| \leq M.|u(n) - \alpha|$$

9) Montrer que : $|u(n) - \alpha| \leq e^{-n/2}/2$.

10) A partir de quelle valeur n^*, $|u(n) - \alpha|$ est–il inférieur ou égal à 10^{-2} ?
Proposer une méthode pour connaître la valeur de $u(n^*)$ à 10^{-2} près.

11) On appelle intégrale de Gauss l'expression $\int_R f(x)\,dx$. Fin du 18ème siècle, Pierre Simon de Laplace a calculé cette intégrale, égale à $(2\pi)^{1/2}$.

On note $\varphi(x) = f(x) / (2\pi)^{1/2}$, et $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(t)\, dt$.

11a – Donner l'interprétation probabiliste de $\varphi(x)$ et de $\Phi(x)$.
Donner la valeur de la limite de $\Phi(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

11b – Soit $K(x) = \int_{-\infty}^{x} t^2\, \varphi(t)\, dt$

Calculer la limite de $K(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2010

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

(Durée de l'épreuve : 2 heures)

***Note* : L'épreuve est composée de questions indépendantes qui peuvent être traitées dans un ordre indifférent. La note finale tiendra compte, de façon non négligeable, des commentaires demandés explicitement. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.**

Exercice n° 1

A l'issue d'une enquête sur les dépenses de santé des ménages, on a établi le tableau suivant (tableau 1) sur le coût annuel des dépenses de santé pour des couples ayant 0, 1, 2 ou 3 enfants.

Tableau 1

Coût annuel des dépenses de santé

	Nombre d'enfants du ménage			
	0	1	2	3
Nombre de ménages (N)	100	100	100	100
Dépense par personne (DP)	1500	1300	1125	960

Question 1 : On suppose que la dépense par adulte ne dépend pas du nombre d'enfants, et que chaque ménage ne comprend que deux adultes.

a) On suppose que la dépense totale DT(e) est une fonction affine du nombre d'enfants e. On écrit donc l'équation suivante : DT(e) = a e + b + aléa. Estimer les paramètres a et b par la méthode des moindres carrés.

b) A partir de la question précédente, estimer la dépense par adulte (notée DPA) et par enfant (notée DPE) selon la taille du ménage.

c) Commenter.

Question 2 : On suppose toujours que chaque ménage ne comprend que deux adultes mais on suppose maintenant que la dépense par enfant (DPE) est une fonction affine du nombre d'enfants. On écrit donc l'équation suivante : DPE = c e + d + aléa.

a) Sachant que la dépense par adulte (DPA) ne dépend pas du nombre d'enfants, écrire l'équation liant la dépense totale DT(e) au nombre d'enfants e.

b) En déduire l'expression de DT(e) – DT(e-1) en fonction de c,e et d. Calculer les paramètres de cette équation, par la méthode des moindres carrés, et en déduire une estimation de c et d.

c) Estimer par différence la dépense liée aux adultes.

Exercice n° 2

Question 1 : A partir des tableaux (tableaux 2 à 5) donnés ci-dessous, calculer :

a) La dépense annuelle de santé par personne pour l'année 1990

b) La dépense annuelle de santé par personne pour l'année 2000

c) Le taux annuel moyen d'évolution entre 1990 et 2000 de la dépense annuelle par personne

Question 2 : Calculer la dépense annuelle de santé par personne de l'année 2000 en euros constants de l'année 1990

Question 3 : Calculer la part des soins hospitaliers en 2000 et en 2007. Commenter

Question 4 : Rédiger une note de synthèse faisant un bilan de la consommation de soins et de biens médicaux

Tableau 2

Consommation de soins et de biens médicaux à partir de 2000
En milliards d'euros courants

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Soins hospitaliers	52,7	54,8	58,0	61,5	64,4	67,6	69,9	72,7
Soins ambulatoires	31,2	33,0	35,4	38,0	39,6	40,9	42,7	45,1
Médecins	*15,2*	*15,7*	*16,8*	*17,9*	*18,5*	*19,1*	*19,9*	*20,9*
Auxiliaires médicaux	*6,3*	*6,7*	*7,3*	*7,9*	*8,4*	*8,9*	*9,5*	*10,2*
Dentistes	*6,7*	*7,3*	*7,7*	*8,2*	*8,6*	*8,7*	*9,0*	*9,4*
Analyses	*2,8*	*3,0*	*3,3*	*3,6*	*3,8*	*4,0*	*4,1*	*4,2*
Cures thermales	*0,3*	*0,3*	*0,3*	*0,3*	*0,3*	*0,3*	*0,3*	*0,3*
Transports de malades	1,9	2,1	2,3	2,4	2,6	2,8	3,1	3,2
Médicaments	23,6	25,5	26,9	28,6	30,2	31,5	31,9	33,4
Autres biens médicaux (1)	5,7	6,4	6,9	7,4	8,0	8,4	8,8	9,5
Consommation de soins et de biens médicaux	115,1	121,7	129,5	137,9	144,9	151,2	156,5	163,8
(1) Optique, prothèses, orthèses, petits matériels et pansements.								

Champ : France métropolitaine et Dom.
Source : Drees, comptes de la santé (base 2000).

Tableau 3

Consommation de soins et de biens médicaux de 1970 à 1998 (en millions d'euros courants)

	1970	1975	1980	1985	1990	1995	1996	1997	1998
Soins hospitaliers et en sections médicalisés	2 597	6 394	14 902	27 305	36 952	47 625	48 990	49 551	50 576
Soins ambulatoires	1 656	3 527	7 067	13 887	21 475	26 756	27 299	27 730	28 754
Transports de malades	41	109	285	678	1 068	1 476	1 464	1 474	1 608
Médicaments	1 592	2 998	4 968	9 533	14 244	18 454	18 739	19 360	20 522
Autres biens médicaux	151	324	630	1 279	2 355	3 721	3 925	4 093	4 466
Consommation de soins et de biens médicaux	6 038	13 352	27 851	52 682	76 094	98 032	100 418	102 208	105 926

Champ : France métropolitaine et Dom.
Source : Drees, comptes nationaux de la santé, Etudes & Résultats n° 572.

Tableau 4

Variation annuelle de l'indice des prix à la consommation
en % de l'indice moyen annuel

1970	5,2	1989	3,6
1971	5,5	1990	3,4
1972	6,2	1991	3,2
1973	7,3	1992	2,4
1974	13,7	1993	2,1
1975	11,8	1994	1,7
1976	9,6	1995	1,7
1977	9,4	1996	2,0
1978	9,1	1997	1,2
1979	10,8	1998	0,7
1980	13,6	1999	0,5
1981	13,4	2000	1,7
1982	11,8	2001	1,7
1983	9,6	2002	1,9
1984	7,4	2003	2,1
1985	5,8	2004	2,1
1986	2,7	2005	1,8
1987	3,1	2006	1,6
1988	2,7	2007	1,5

Champ : ensemble des ménages en France.
Indice des prix à la consommation (y compris tabac), base 100 en 1998.
La variation annuelle de l'indice est l'évolution de l'indice moyen annuel. Cet indice est la moyenne arithmétique des douze indices mensuels.
Source : Insee, indice des prix à la consommation

<u>Tableau 5</u>

Évolution de la population
en milliers

	Population en milieu d'année	Naissances	Décès	Solde naturel	Solde migratoire évalué
1985	56 600	796,5	560,5	+ 236,0	+ 42
1986	56 886	806,0	554,8	+ 251,2	+ 44
1987	57 192	796,3	535,5	+ 260,8	+ 55
1988	57 519	801,2	532,6	+ 268,6	+ 70
1989	57 859	796,8	537,6	+ 259,2	+ 82
1990	58 171	793,9	534,5	+ 259,4	+ 77
1991	58 459	790,9	533,0	+ 257,9	+ 88
1992	58 745	775,5	529,9	+ 245,6	+ 89
1993	58 995	742,0	540,6	+ 201,4	+ 70
1994	59 210	741,5	528,2	+ 213,3	+ 51
1995	59 419	759,7	540,4	+ 219,3	+ 42
1996	59 624	764,7	544,7	+ 220,0	+ 38
1997	59 831	758,1	539,4	+ 218,7	+ 43
1998	60 047	768,6	543,5	+ 225,1	+ 50
1999	60 348	776,5	547,4	+ 229,1	+ 61
2000	60 751	808,2	540,7	+ 267,5	+ 71
2001	61 182	804,1	541,2	+ 262,9	+ 87
2002	61 616	793,6	545,4	+ 248,2	+ 97
2003	62 042	793,9	562,6	+ 231,3	+ 102
2004	62 445	800,2	519,6	+ 280,6	+ 105
2005	62 818	807,8	538,2	+ 269,6	+ 92
2006 (r)	63 195	830,3	527,0	+ 303,3	+ 90
2007 (p)	63 573	816,5	526,5	+ 290,0	+ 71

p : données provisoires.
r : données révisées.
Champ : France métropolitaine et DOM
Source : Insee, bilan démographique.