ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2009

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

En quoi l'accès à l'eau est-il considéré comme un enjeu majeur pour les décennies à venir ?

Sujet n° 2

Évoquant l'une de ses œuvres, Den Muso (la jeune fille), réalisée en 1975, le cinéaste malien Souleymane Cissé explique : «*J'ai voulu mon héroïne muette pour symboliser une évidence : chez nous, les femmes n'ont pas la parole...»*. Commentez.

Sujet n° 3

«*Les graines d'un vieillissement en bonne santé se sèment tôt*» a déclaré Kofi Annan, alors secrétaire général de l'ONU, lors d'un discours à l'Assemblée mondiale sur le vieillissement en 2001. Qu'a voulu dire l'auteur ? Développez en vous appuyant sur des exemples précis.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2009

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

1ère COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

L'épreuve est composée d'un exercice et d'un problème indépendants, qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Exercice :

Soit θ un réel appartenant à l'intervalle J =] - $\pi/2$, + $\pi/2$ [.
On considère l'équation (E) de la variable complexe z :

(E) $z^2\cos^2\theta - 4z\cos\theta + 5 - \cos^2\theta = 0$

1 – Résoudre (E) dans l'ensemble des complexes. On précisera pour quelle(s) valeur(s) de θ l'équation (E) admet une racine double et la valeur de cette racine.

2 – Le plan complexe étant rapporté à un repère orthogonal, on note par M_1 et M_2 les points du plan complexe dont les affixes respectives sont z_1 et z_2, solutions de (E).

Donner l'équation cartésienne de la courbe du plan, lieu géométrique de M_1 et M_2 lorsque θ varie dans l'intervalle J.

Problème :

Dans tout le problème, on se place dans l'espace des polynômes, à coefficients réels, d'une variable réelle.

On appelle **polynôme symétrique** un polynôme P dont les coefficients peuvent se lire indifféremment dans un sens comme dans l'autre, et sont donc égaux par paires.
L'objectif du problème est d'avancer dans la recherche des solutions de l'équation P(x) = 0.

Plus précisément, pour un polynôme symétrique P_{2n+1} de degré impair 2n+1 :

$$P_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^{2n+1} a_k x^k$$

Les coefficients vérifient la relation $a_k = a_{2n-k+1}$ pour k = 0 à n.

De même, pour un polynôme symétrique P_{2n} de degré pair 2n :

$$P_{2n}(x) = \sum_{k=0}^{2n} a_k x^k$$

Les coefficients vérifient la relation $a_k = a_{2n-k}$ pour k = 0 à n-1, le coefficient médian a_n n'étant pas apparié.

Partie 1

On pose $y = x + (1/x)$, pour $x \neq 0$, et $u(k) = x^k + (1/x)^k$, pour k entier, $k \geq 0$
(et donc u(1) = y).

1 – Calculer u(0) et exprimer u(2) en fonction de y.

2 – Montrer que u(k+1) peut être exprimé en fonction de u(k), u(k-1) et y au moyen d'une relation R que l'on explicitera précisément.

3 – En utilisant la relation R établie à la question 2, discuter les conditions d'existence de la solution de R et donner la forme générale de u(k) en fonction de y et de k.

4 – Montrer que u(k) est un polynôme de degré k en y.

5 – Calculer u(3), u(4), u(5) et u(6) en fonction de y.

Partie 2

1 – Donner un exemple de polynôme symétrique de degré 1.

2 – On considère le polynôme P_2 de degré 2 tel que : $x \longmapsto ax^2 + bx + a$, $a \neq 0$.
Résoudre l'équation $P_2(x) = 0$.
Dans le cas où P_2 admet deux racines distinctes, les comparer.

Partie 3

Considérons maintenant le polynôme P_3 du troisième degré tel que :

$x \longmapsto ax^3 + bx^2 + bx + a$, $a \neq 0$.

1 – Montrer que 0 n'est pas racine de P_3 et que si α est racine de P_3, alors 1/α l'est aussi.

2 – Discuter le nombre de solutions de l'équation $P_3(x) = 0$.

3 – Soit $P_3(x) = 7x^3 - 43x^2 - 43x + 7$. Résoudre l'équation $P_3(x) = 0$.

Partie 4

Soit le polynôme P_4 du quatrième degré tel que : $x \longmapsto ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a$, où $a \neq 0$.

1 – Montrer que 0 n'est pas racine de P_4 et que si α est racine de P_4, alors 1/α l'est aussi.

2 – Soit $y = x + (1/x)$, pour $x \neq 0$, introduite dans la partie 1.

Montrer que $P_4(x) = x^2 g(x)$, où g est une fonction de la variable réelle x que l'on explicitera.

Exprimer g en fonction de y et y^2, et des coefficients a, b, c.

3 – A quelle condition sur a, b et c l'équation $P_4(x) = 0$ admet-elle des solutions ? Montrer que résoudre l'équation $P_4(x) = 0$ revient à résoudre deux équations du second degré.

4 – Résoudre l'équation : $12x^4 + 11x^3 - 146x^2 + 11x + 12 = 0$.

Partie 5

On se place dans le cas général.

1 – Soit P_{2n+1} un polynôme symétrique. Trouver une racine évidente de P_{2n+1}.

2 – Montrer que $P_{2n+1}(x) = H(x).Q_{2n}(x)$ où H est un polynôme de degré 1 que l'on précisera et Q_{2n} un polynôme de degré 2n. On pose :

$$Q_{2n}(x) = \sum_{i=0}^{2n} b_i x^i$$

Exprimer les coefficients a_k, k = 0 à 2n+1, du polynôme P_{2n+1} en fonction des coefficients b_i, i = 0 à 2n, du polynôme Q_{2n}.

Montrer que le polynôme Q_{2n} est un polynôme symétrique.

3 – Montrer que $Q_{2n}(x)/x^n$ peut être mis sous la forme $R_n(y)$ où R_n est un polynôme de degré n de la variable y déjà définie dans la partie 1, et utilisée également dans la partie 4.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2009

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ÉCONOMIE

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des deux sujets suivants.

Sujet n° 1

Dans le numéro de septembre 2008 de la revue Finances et Développement, D.C.L. Nellor (économiste du FMI) notait « que l'accession de certains pays africains au statut d'économie émergente leur offre des perspectives économiques formidables. (…) On constate déjà que les flux financiers se traduisent par une intermédiation financière accrue des pays concernés. Pour que la croissance reste soutenue, il faut notamment que les politiques macroéconomiques et la réglementation prudentielle des mouvements de capitaux permettent d'éviter les pièges de la volatilité des flux de court terme et que la surveillance favorise la stabilité du secteur financier et l'efficacité de l'intermédiation ». A la lumière de la crise internationale actuelle, ces précautions sont plus nécessaires que jamais.

En vous appuyant sur l'appareil conceptuel de la politique économique en économie ouverte, illustré par des exemples pris en Afrique mais également dans le reste du monde, détaillez ce que l'on peut considérer comme « des politiques macroéconomiques prudentes ». Vous rappellerez en particulier des contraintes que font peser sur la balance des opérations courantes, mais également sur les bilans des entreprises et des banques, la volatilité des capitaux et la volatilité des taux de change qu'elle tend à provoquer.

Sujet n° 2

Selon S.Gupta et Y.Yang (Finances et Développement, décembre 2006), la part de l'Afrique dans les échanges mondiaux est tombée de 4% dans les années 70 à 2% au cours des années 2000. Son ouverture au commerce a progressé plus lentement que celle de toutes les autres grandes régions en développement. Rappelant les principales conclusions de la théorie des blocs commerciaux, les auteurs stigmatisent en particulier le rôle néfaste des accords commerciaux régionaux, provoquant en particulier des détournements de trafic particulièrement défavorables. En vous appuyant vous-même sur la théorie du commerce international, et sur les faits stylisés que vous pouvez connaître, il vous est demandé d'expliquer cette évolution. A la lumière des exemples non africains, vous vous demanderez alors si le libre échange – prôné par l'Organisation Mondiale du Commerce – constitue une solution susceptible de doper la croissance.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2009

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

L'épreuve est composée de deux exercices et d'un problème indépendants, qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Exercice n° 1

Soit f une application de]0, 1 [dans R^+ définie par $x \to f(x) = x - 2x^{1/2} + 1$.
Le symbole o représente la composition des applications.

Montrer que f o f (x) = x.

Exercice n° 2

Un individu vit dans un environnement où il est susceptible d'être contaminé par une maladie. Son état de santé est suivi mensuellement.

Pour un mois donné m, trois états sont possibles :

- il est immunisé (état I)
- il est malade (état M)
- il est non malade et non immunisé (état S)

D'un mois m au mois suivant m+1, son état peut évoluer selon les règles épidémiologiques suivantes :

- étant immunisé au mois m, il peut, au mois m+1, être encore immunisé avec une probabilité 0,9 ou passer à l'état S avec une probabilité 0,1
- étant malade au mois m, il peut, au mois m+1, être encore malade avec une probabilité 0,2 ou passer à l'état immunisé avec une probabilité 0,8
- étant en l'état S au mois m, il peut, au mois m+1, être encore en l'état S avec une probabilité 0,5 ou passer à l'état malade M avec une probabilité 0,5.

1 – Ecrire la matrice A qui résume les probabilités de transition entre l'état du mois m et l'état du mois m+1.

2 – Dans chacun des cas suivants, calculer les probabilités pour qu'un individu soit dans l'état e au mois m+2, e = I ou M ou S, sachant :

a) qu'il était immunisé au mois m

b) qu'il était non malade et non immunisé au mois m

c) qu'il était malade au mois m

Problème

Le symbole Ln désigne le logarithme népérien.

On considère la suite de fonctions numériques f_n où, pour tout entier n strictement positif, la fonction f_n est définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f_n(x) = (\text{Ln } x) / x^n$$

1 – Etudier précisément les variations de f_n, pour $n \geq 1$ (limites, points particuliers, …). Soient x_M et y_M les coordonnées du point M en lequel f_n passe par son maximum. Déterminer le lieu géométrique de M, courbe décrite par le point M, lorsque n varie sur l'ensemble des nombres entiers.

2 – Pour tout réel u, $u \geq 1$, on définit l'intégrale $J_n(u)$ par :

$$J_n(u) = \int_1^u f_n(x)dx$$

2a – Exprimer $J_n(u)$ en fonction de u et de n.
(Indication : on pourra être conduit à distinguer les cas n = 1 et $n \geq 2$).
Calculer $J_n(2)$.

2b – On pose $F_n(u) = J_n(u) - J_n(2)$.
Exprimer $F_n(u)$ en fonction de u et de n.

2c – Déterminer $\underset{u \to +\infty}{Lim} J_n(u)$ et $\underset{u \to +\infty}{Lim} F_n(u)$

3 – Pour tout entier $n \geq 2$, on considère la suite v définie par son terme général d'ordre p, p entier strictement supérieur à 2 :

$$v(p) = \sum_{k=2}^{p} f_n(k) = \sum_{k=2}^{p} (\text{Ln } k)/k^n$$

3a – Montrer que la suite v(p) est croissante.

3b - Montrer que pour tous entiers n et k, $n \geq 2$, $k \geq 2$, on a :

$$f_n(k+1) \leq \int_k^{k+1} f_n(x)dx \leq f_n(k)$$

3c – En déduire que $v(p) - (\mathrm{Ln}2)/2^n \leq F_n(p) \leq v(p) - (\mathrm{Ln}\, p)/p^n$.

3d – Trouver un encadrement pour v(p).

3e – Montrer que v(p) est une suite majorée.
Justifier l'existence d'une limite de la suite v(p), que l'on notera V : $V = \lim\limits_{p \to +\infty} v(p)$.

Déduire de ce qui précède un encadrement pour V.
Application numérique : n = 5 (on donne : Ln 2 = 0,693)

3f – A partir de quelle valeur de n la longueur de l'intervalle encadrant V est inférieure ou égale à 0,001 ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2009

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

(Durée de l'épreuve : 2 heures)

***Note** : L'épreuve est composée de questions indépendantes qui peuvent être traitées dans un ordre indifférent. La note finale tiendra compte, de façon non négligeable, des commentaires demandés explicitement.*

L'indice de production industrielle (IPI) calculé mensuellement par l'institut national de statistique est constitué de plus de 400 séries témoins.

Les statistiques de production alimentant l'IPI sont représentatives de plus de 90% de la valeur ajoutée des entreprises non artisanales.

On s'intéresse ici à la série témoin du produit A qui correspond à un produit d'emballage.

Question 1 : les entreprises fabriquant le produit A sont interrogées mensuellement. Le tableau ci-dessous donne les facturations mensuelles déclarées par les entreprises en 2000.

Tableau 1

Facturation mensuelle du produit A en 2000 (en K euros)

Mois	janv	fév	mars	avr	mai	juin	juil	août	sept	oct	nov	déc	Total
Montant	4.534	5.159	5.511	4.896	5.882	6.150	6.150	5.522	5.971	5.598	4.896	4.079	64.348

a) Calculer E(X) et V(X), en précisant les unités, où X est la facturation mensuelle du produit A.

b) Il vous est demandé de calculer les indices mensuels de l'année 2000 avec la formule $I_{mois} = \dfrac{\text{montant mensuel}}{\left(\dfrac{\text{montant annuel}}{12}\right)}$

Question 2 : à l'examen du tableau 2 et du graphique 1, commentez cette série témoin en insistant sur l'effet saisonnier.

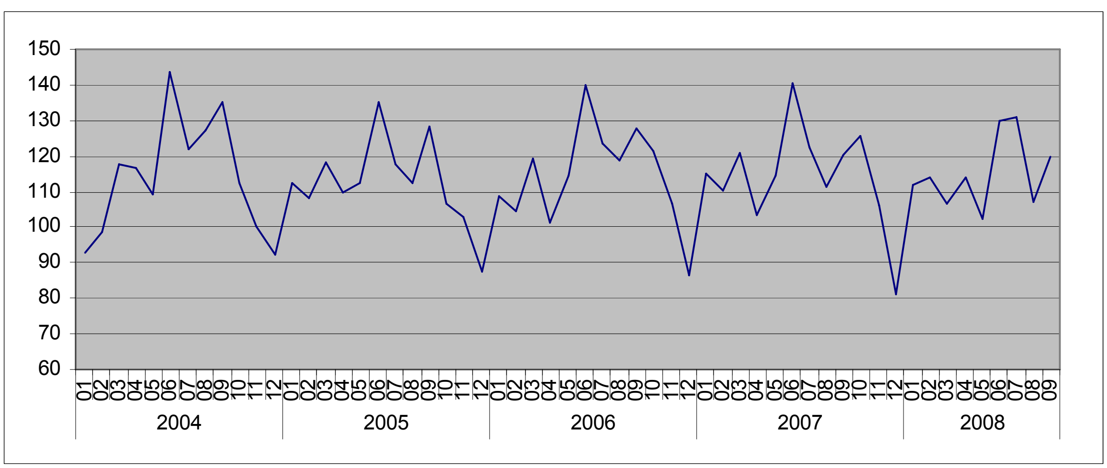
Tableau 2

Indices de facturation de produit A en base 100 en 2000

Année	Janv	Févr	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc	Moyenne
2004	92,60	98,41	117,55	116,48	109,44	143,49	121,71	127,15	135,39	112,32	100,34	92,27	113,93
2005	112,64	108,00	118,45	109,79	112,41	135,02	117,88	112,64	128,51	106,79	102,94	87,37	112,70
2006	108,63	104,49	119,47	101,52	114,47	139,93	123,56	118,88	127,76	121,39	106,78	86,53	114,45
2007	115,02	110,16	121,02	103,27	114,73	140,27	122,31	111,56	120,60	125,52	105,88	80,99	114,28
2008	111,70	114,17	106,80	114,18	102,21	129,69	130,98	107,35	119,82				115,21

Graphique 1

Evolution des facturations du produit A (en données brutes)



<u>Question 3</u> : pour éliminer le caractère saisonnier de production de certains produits, on construit des séries corrigées des variations saisonnières (CVS). Cela rend plus facilement interprétable les variations mensuelles des indices.

a) Pour cela, nous allons calculer des moyennes mobiles de longueur 12 puisque la série est mensuelle.

$$mm_{12,t}(y) = \frac{1}{12}\left[\left(\sum_{i=-6+1}^{6-1} y_{t+i}\right) + \frac{1}{2}y_{t-6} + \frac{1}{2}y_{t+6}\right]$$ où t est le mois et y l'indice de facturation.

A partir des données du tableau 2, il vous est demandé de calculer, pour l'année 2005, la moyenne mobile du mois de septembre et celle du mois de décembre.

b) Il nous faut ensuite calculer des coefficients saisonniers. Ces coefficients sont obtenus en calculant la moyenne des rapports saisonniers de chaque mois, un rapport saisonnier étant défini par $z_t = {y_t}/{mm_{12,t}(y)}$

Il vous est demandé de calculer, pour l'année 2005, le rapport saisonnier des mois de septembre et de décembre.

c) Combien de rapports saisonniers peut-on calculer à partir des données à votre disposition et de la limitation sur les périodes annuelles 2004 à 2008 ?

d) Calculer le coefficient saisonnier du mois de décembre qui se définit comme la moyenne des rapports saisonniers des mois de décembre.

e) Le tableau 3 vous donne les coefficients saisonniers (S_j) des mois autres que celui de décembre que vous avez été amené à calculer dans la question précédente.

<u>Tableau 3</u>

Coefficients saisonniers (S_j)

Mois	Coefficient
Janvier	0,9828
Février	0,9594
Mars	1,0259
Avril	0,9217
Mai	0,9984
Juin	1,2144
Juillet	1,0642
Août	1,0272
Septembre	1,1188
Octobre	1,0190
Novembre	0,9106
Décembre	A calculer

La dernière étape pour pouvoir établir une série corrigée des variations saisonnières (CVS) consiste à faire une correction de ces coefficients saisonniers en calculant la moyenne de ceux-ci et en divisant chacun des coefficients par cette moyenne. C'est ainsi que le coefficient corrigé pour le mois de janvier est $0{,}9828 \Big/ \frac{1}{12}\sum_{j=1}^{12} S_j$. Calculer les 12 coefficients corrigés.

<u>Question 4</u> :

La série corrigée des variations saisonnières (série CVS) est obtenue en divisant chaque valeur de la série initiale par son coefficient saisonnier corrigé. Le tableau 4 vous donne la série CVS.

a) Il manque 2 valeurs que vous devrez calculer

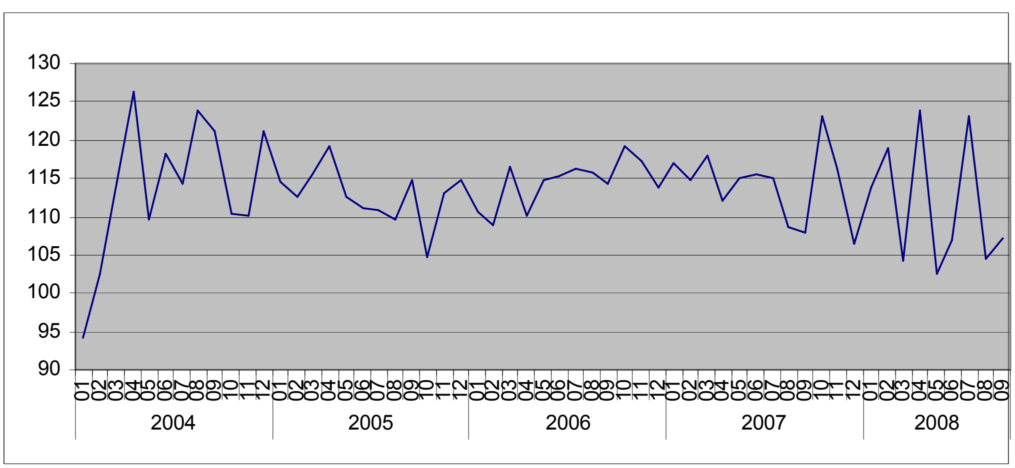
<u>Tableau 4</u>

	Janv	Févr	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc	Moyenne
2004	94,25	102,61	114,62	126,41	109,64	118,20	114,40	123,82	121,05	110,25	110,22	121,25	113,89
2005	114,65	112,61	115,50	119,15	112,62	111,22	110,80	109,69	114,90	104,83	113,07	114,81	112,82
2006	110,56	108,95	116,49	110,18	114,68		116,14	115,77	114,23	119,16	117,29	113,71	114,37
2007	117,07	114,86	118,00	112,08	114,94	115,54	114,97	108,64	107,83	123,21	116,30		114,16
2008	113,69	119,04	104,14	123,92	102,40	106,83	123,12	104,54	107,13				111,65

b) Estimer le chiffre d'octobre 2008 à partir du graphique 2 par une méthode graphique que vous explciterez.

Graphique 2

Evolution des facturations du produit A (en données CVS)



Question 5 :

A partir du tableau 5 qui fournit la moyenne annuelle de la série témoin associée au produit A depuis 1990, il vous est demandé de calculer le taux de croissance annuel moyen de cette série.

Tableau 5

Année	Moyenne
1990	89,25
1991	90,14
1992	89,80
1993	90,01
1994	92,77
1995	94,64
1996	93,87
1997	96,30
1998	95,94
1999	96,65
2000	100,00
2001	99,23
2002	102,35
2003	99,61
2004	113,93
2005	112,70
2006	114,45
2007	114,28

Base 100 année 2000