ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTIONS MATHEMATIQUES ET ECONOMIE

EPREUVE D'ORDRE GENERAL

DUREE : 4 HEURES

Les candidats traiteront l'un des trois sujets au choix.

SUJET n° 1

Montesquieu (1689-1755) écrivain français en évoquant le bon sens, a écrit ceci ***«j'aime les paysans, ils ne sont pas assez savants pour raisonner de travers».***

Que pensez vous de cette phrase assez provocante ? Est-elle encore d'actualité ?

SUJET n° 2

A l'aide d'exemples précis expliquez ce proverbe EWE du Togo ?

«Un mauvais frère est comme une branche de rônier, on ne peut pas le refuser totalement car il faut penser aux jours de pluie».

SUJET n° 3

Que vous inspire ce proverbe Camerounais ?

«L'amitié est une trace qui disparaît dans le sable si on ne la refait pas sans cesse».

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE

ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

ABIDJAN

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION ECONOMIE

DEUXIEME EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 3 HEURES

Problème n° 1

On considère un triangle quelconque ABC.

A partir des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, on définit le vecteur $\overrightarrow{AD}$ appelé produit vectoriel de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ de la façon suivante :

- $\overrightarrow{AD}$ est orthogonal en A au plan contenant le triangle ABC
- α étant l'angle formé par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, la longueur du vecteur $\overrightarrow{AD}$, notée $\|AD\|$, est égale à $\|AB\|.\|AC\|.\sin\alpha$

1) Etablir une relation entre $\|AD\|$ et la surface S du triangle ABC

2) A et B sont deux points distincts du plan.
Caractériser et représenter géométriquement l'ensemble des points M du plan tel que la longueur du produit vectoriel de $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soit une constante strictement positive a.

Problème n° 2

n étant un nombre entier, on note par E(n) l'espace vectoriel des polynômes de la variable réelle, à coefficients réels, de degré inférieur ou égal à n.

Partie A :

Soit g l'application définie sur E(n) qui à tout polynôme P de E(n) associe le polynôme g(P) défini par :

$$g(P) = (x^2 - 1)P'' + (2x + 1)P'$$

où P' et P'' désignent les dérivées première et seconde du polynôme P.

1) Montrer que g est une application linéaire de E(n) dans E(n).

2) On suppose que P est strictement de degré n ; quel est le degré du polynôme g(P) ?

3) Quel est le noyau de g, c'est-à-dire l'ensemble des polynômes tel que g(P) = O, où O désigne le polynôme nul ?

4) On note par $B = \{1, x, x^2, \ldots, x^n\}$ la base canonique de E(n).
   Donner l'expression de la matrice G de l'application g dans la base B.
   Déterminer les valeurs propres de G.

Partie B :

Soit h l'application définie sur E(n) par :

$$h(P) = P(x+2) - 2P(x+1) + P(x)$$

1) Montrer que h est une application linéaire de E(n) dans E(n).

2) Déterminer le degré de h(P) en fonction du degré de P.

3) Déterminer le noyau de h.

Problème n° 3

Partie A :

R^4 désigne l'espace euclidien de dimension 4 muni de sa base canonique usuelle B^4. Soit f l'endomorphisme de R^4 dans R^4 dont la matrice A dans B^4 est :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Trouver les valeurs propres de f et donner, pour chacune d'elles, des vecteurs propres associés de longueur 1.

Partie B :

R^3 désigne l'espace euclidien de dimension 3 muni de sa base canonique usuelle B^3. Soit g l'endomorphisme de R^3 dans R^3 dont la matrice G dans B^3 est :

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

où k est un nombre réel.

Trouver les valeurs propres de g en fonction de k.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE

ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

ABIDJAN

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION ECONOMIE

PREMIERE EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

Problème n° 1

On considère la fonction f de la variable réelle x définie par :

$$x \to f(x) = \ln(\ln |x|)$$

où ln est le symbole des logarithmes népériens.

Etudier les variations de f (domaine de définition, continuité, dérivation, comportement asymptotique, etc …) et tracer précisément son graphe.

Donner les équations des tangentes à f aux points A et B d'abscisses respectives e et – e, ainsi que les équations des normales à ces tangentes en A et en B.

Calculer la surface du quadrilatère formé par les deux tangentes et les deux normales.

Problème n° 2

On considère la fonction réelle f de la variable réelle définie par $f(x) = (4 + x^4)^{-1/2}$.

1) Etudier les variations et tracer le graphe de f.

2) On considère la fonction F de la variable réelle x définie par :

$$F(x) = \int_x^{2x} f(t)\,dt$$

En aucune manière il n'est demandé le calcul explicite de l'intégrale définissant F.

2.1) Donner l'ensemble de définition de F et étudier sa parité.

2.2) Calculer la dérivée de F après avoir justifié son existence.

2.3) Montrer que pour tout x positif ou nul, on a :

$$x.(4 + 16x^4)^{-1/2} \leq F(x) \leq x.(4 + x^4)^{-1/2}$$

En déduire la limite de F(x) quand x tend vers $+\infty$.

3) Donner le tableau de variations de F et tracer son graphe.

4) On note u(x) la fonction x^{-2}. On définit alors, pour $x > 0$, la quantité E(x) par :

$$E(x) = x \int_x^{2x} (f(t) - u(t))\,dt$$

Montrer que la limite de E(x) est 0 quand x tend vers $+\infty$.

Problème n° 3

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par la relation $f(x) = x + x^3$.

1) Montrer que f admet une fonction réciproque, que l'on notera par g.

2) Montrer que la fonction g vérifie, pour tout x, la relation :

$$g(x) + g^3(x) = x$$

3) Tracer le graphe de g.

4) Justifier précisément le fait que g soit dérivable. Donner l'expression de la dérivée g' en fonction de g. En déduire le tableau de variation de g'.

5) Soit G la fonction définie par :

$$G(x) = \int_0^x g(t)\,dt$$

Calculer G en fonction de g. Etudier alors les variations de la fonction G.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE**

ABIDJAN

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION ECONOMIE

EPREUVE D'ECONOMIE

DUREE : 4 HEURES

***Les candidats devront traiter au choix, l'un des deux sujets suivants** :*

SUJET n° 1

Les théories macroéconomiques du comportement de consommation et d'épargne des ménages vous paraissent-elles rendre compte des phénomènes observés dans les économies en voie de développement ? Il vous est demandé :

- de rappeler les différentes théories contemporaines en déduisant soigneusement les principales conclusions des hypothèses retenues (théorie keynesienne, théorie du revenu permanent, théorie du cycle de vie....)

- d'illustrer le débat à l'aide d'exemples choisis dans les économies en développement.

SUJET n° 2

Existe-t-il un régime de change optimal pour les économies en développement ? Dans un premier temps, vous rappellerez les conséquences du choix d'un régime de change sur les grands équilibres internes et externes, et sur les politiques macroéconomiques.

Dans un second temps, vous illustrerez la réponse à la question du régime de change optimal par des exemples choisis dans les économies en développement.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

ABIDJAN

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION ECONOMIE

EPREUVE D'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

DUREE : 2 HEURES

L'épreuve est composée de 2 exercices indépendants qui peuvent donc être traités dans un ordre quelconque.

Exercice n° 1

La commune d'Adaxer a acquis un parc de photocopieurs auprès de la société Xeric. On estime que la probabilité qu'un photocopieur tombe en panne au cours d'une journée est p=0,002. Ce parc de photocopieurs fait l'objet d'un contrat de maintenance prévoyant le remplacement du matériel si la durée de la panne excède la journée. On admettra, pour simplifier, que la machine en panne est toujours remise en service au début du jour ouvrable qui suit celui de la panne mais n'est jamais remise en service dans la journée de la panne.

1) Calculer, en justifiant, la probabilité, pour une machine donnée, de tomber en panne au moins une fois au cours d'une période de 40 jours.

2) Soit X, la variable aléatoire "nombre de pannes survenant au cours d'une période de 40 jours sur un photocopieur donné". Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X ? Justifier votre réponse.

3) Calculer la probabilité, pour une machine donnée, de tomber en panne au moins une fois au cours d'une période de 40 jours, en utilisant le résultat de la question précédente.

4) Le parc acheté est composé de 52 machines qui sont utilisées dans des conditions identiques et ont une probabilité p'=0,077 de tomber au moins une fois en panne au cours d'une période de 40 jours. On désignera Y, la variable aléatoire "nombre de photocopieurs du parc tombant en panne au moins une fois au cours d'une période de 40 jours". Calculer l'espérance mathématique de Y, sa variance et son écart-type.

Exercice n° 2

Outre son activité “ vente ”, la société Xeric loue à la journée des photocopieurs de haut volume. Le prix de location lui laisse une marge brute de 1000 francs par jour et par machine. Actuellement, elle possède deux machines. Néanmoins, chaque photocopieur est immobilisé 1 jour sur 10 au hasard, pour réglage et contrôle.

1) Calculer la probabilité pour qu'une machine donnée soit disponible pour la clientèle un jour quelconque. Donner, en la justifiant, la loi de probabilité de la variable aléatoire Y “ nombre de machines disponibles pour la location ”.

Par ailleurs, on admet que le nombre d'entreprises ou de collectivités locales désirant louer un photocopieur de haut volume pour une journée est une variable X caractérisée par la loi de probabilité suivante (on n'a jamais $X>3$) : $P(X=0)=0,05$; $P(X=1)=0,20$; $P(X=2)=0,45$; $P(X=3)=0,30$. Cette loi de demande reste invariable au cours du temps et n'a aucune incidence sur le planning des immobilisations pour réglage et contrôle.

2) Le nombre Z de machines louées au cours d'une journée est une variable aléatoire. Donner la loi de probabilité de cette variable.

3) Calculer l'espérance mathématique de Z, puis la marge brute moyenne réalisée au cours d'une journée.

4) La société Xeric envisage l'achat d'une troisième machine destinée à la location. La marge brute unitaire moyenne ne serait plus alors que de 900 francs. Faut-il acheter cette troisième machine ?