MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
INSPECTION GENERALE DES ENSEIGNEMENTS
INSPECTION DE PÉDAGOGIE EN CHARGE DES ENSEIGNEMENTS DES SCIENCES
SECTION MATHÉMATIQUES

Examen: **Baccalauréat Blanc**
Session : **2022**
Epreuve : **Mathématiques**
Série : **C/E**
Durée : **4h** Coefficient : **7/6**

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

EXERCICE 1 : 3 points

On considère le système (S): $\begin{cases} y' = -z \\ z' = y - 2z \end{cases}$ d'inconnue $(y; z)$: y et z sont des fonctions définies sur $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que si le couple (f, g) de fonctions est solution de (S), alors les fonctions f et g sont deux fois dérivables dans $\mathbb{R}$ et vérifient l'équation (E): $u'' + 2u' + u = 0$. **1pt**

2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) et en déduire toutes les primitives de la fonction h définie dans $\mathbb{R}$ par $h(x) = (2 - x)e^{-x}$. **1pt**

b) Dresser le tableau de variations de h. **1pt**

EXERCICE 2 : 4,5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = cos2x - 2cosx$.

1. Étudier la parité de f et montrer que f est périodique de période 2π sur $\mathbb{R}$. **1pt**

2. Montrer que la dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = 2sinx(1 - 2cosx)$. **0,75pt**

3. Étudier le signe de f' sur l'intervalle $[0; \pi]$. **0,75pt**

4. Dresser le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0; \pi]$. **0,75pt**

5. Construire la courbe (C) de f sur l'intervalle $[-\pi; 3\pi]$. **1,25pt**

EXERCICE 3 : 4,5 points

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les droites (D) et (L) définies par (D): $\begin{cases} x + y = 3 \\ y + z = 2 \end{cases}$ et (L): $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t - 1 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

$S_{(D)}$ et $S_{(L)}$ sont les demi-tours d'axes respectifs (D) et (L).

1. a) Démontrer que (D) et (L) sont perpendiculaires en un point dont on précisera les coordonnées. **1pt**

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'application $S_{(D)} o S_{(L)}$. **0,5pt**

2. Déterminer l'expression analytique de $S_{(D)}$. **0,75pt**

3. Dans V l'espace vectoriel de E, on considère les vecteurs $\vec{e_1} = \vec{i} - 2\vec{j}$ et $\vec{e_2} = 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$.
Soit f un endomorphisme V de définie par $f(\vec{i}) = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$; $f(\vec{j}) = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $f(\vec{k}) = \vec{j}$.

a) Montrer que f est un automorphisme de V. **0,5pt**

b) En déduire Imf et ker$f$. **0,5pt**

4. a) Montrer que $(\vec{e_1}; \vec{e_2}; \vec{j})$ est une base de V. **0,5pt**

b) Ecrire la matrice de f dans la base $(\vec{e_1}; \vec{e_2}; \vec{j})$. **0,75pt**

EXERCICE 4 : 3 points

Une urne contient 6 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 6. On tire successivement, au hasard et sans remise 2 boules de cette urne. On note a le numéro de la première boule tirée et b celui de la deuxième.

On considère la transformation F du plan d'écriture complexe $z' = aiz + b$ et (C) la courbe d'équation $\frac{x^2}{a^2} + (-1)^a \frac{y^2}{b^2} = 1$.

1. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

a) A : ≪ F est une rotation≫. **0,75pt**

b) E : ≪(C) est une ellipse de demi distance focal $c = \sqrt{b^2 - a^2}$ ≫. **0,75pt**

2. Soit t_k l'application du plan d'écriture complexe $z' = kiz + k^2$ dans un repère orthonormé direct du plan. ($k \in \mathbb{R}, k > 0$).

a) Déterminer la nature de la transformation t_k. **025pt**

b) Soit A_k le centre de t_k, déterminer l'ensemble des points A_k lorsque k décrit $\mathbb{R}_+^*$. **0,5pt**

c) Démontrer que pour tous réels k et k' strictement positifs, $t_k o t_{k'} = t_{k'} o t_k$ si et seulement si $k = k'$. **0,5pt**

d) Déterminer la nature de $t_k o t_{k'}$. **0,25pt**

Partie B : EVALUATION DES COMPÉTENCES : 5 points

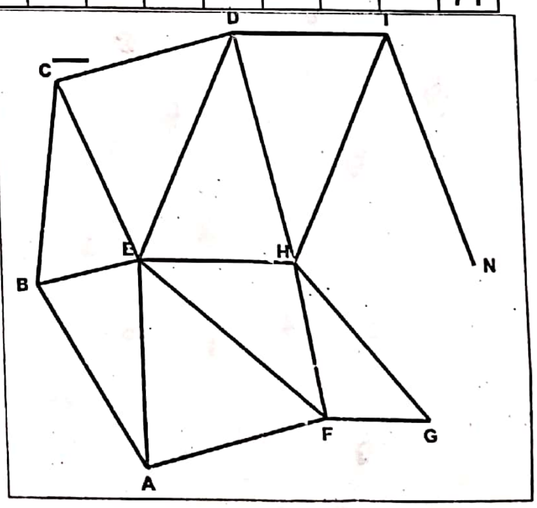
Situation :

Dans le tableau ci-contre, les lettres sont les initiales des villes d'une région et les nombres entiers sont les longueurs des routes en km liant les unes aux autres.

A ce tableau est lié le graphe ci-après.

Pour résorber le problème de sécurité, l'entreprise ENEO dont le siège est dans la ville A, voudrait électrifier toutes ces routes à l'aide d'un câble électrique qui coûte 1300F le mètre. Elle prévoit 1,4 milliard de francs pour l'achat du câble.

	B	C	D	E	F	G	H	I	N
A	70			90	50				
B		70		30					
C				80					
D		60						45	
E			75		55		40		
F						40	55		
G							70		
H			75					85	57
I									71



La réunion de lancement de ces travaux entre les autorités de la région et le chef du projet qui habite la ville A est prévue à 8h 00 dans la ville N. Il doit s'y rendre en empruntant le chemin le plus court. Il quitte la ville A à 5h15 et son chauffeur roule à une vitesse moyenne de 60km/h.

En vue d'électrifier aussi les quartiers de cette région, un recensement fait en 2008 révèle que cela ne sera possible que si l'effectif de la population est doublé. Or l'effectif de cette population n'augmente que de 5% chaque année par rapport à l'année précédente.

Tâches :

1. A partir de quelle année ENEO pourra-telle électrifier les routes de cette région ? **1,5pt**
2. Le Chef du projet pourra-t-il être présent à la réunion dans la ville N à l'heure prévue? **1,5pt**
3. Le montant prévu par ENEO suffira-t-il pour l'achat du câble électrique? **1,5pt**

Présentation : 0,5pt