

|   |   |
|---|---|
| <b>Niveau : T<sup>le</sup> D</b>  | <b>OG 1</b> : ANALYSER LA NATURE DU MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE.  |
| <b>TITRE : CINEMATIQUE DU POINT MATERIEL</b> <span style="float: right;"><b>Durée : 10 H</b></span>   |   |
| <b>Objectifs spécifiques :</b>  | <b>OS 1</b> : Définir les vecteurs vitesse et accélération d'un point dans un repère donné.<br><b>OS 2</b> : Etablir l'expression des équations horaires des mouvements uniformes (rectiligne et circulaire) et des mouvements rectilignes uniformément variés.   |
| <b>Moyens :</b>   |   |
| <b>Vocabulaire spécifique :</b>   |   |
| <b>Documentation</b> : Livres de Physique AREX Terminale C et D, Eurin-gié Terminale D. Guide pédagogique et Programme.   |   |
| <b>Amorce :</b> <div style="text-align: center;">  </div>   |   |
| <b>Plan du cours :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>I) Repérage d'un point <ul style="list-style-type: none"> <li>1° Rappels <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1° Référentiel</li> <li>1.2° Repères</li> <li>1.3° Trajectoire</li> </ul> </li> <li>2° Position d'un point dans un repère <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1° Coordonnées cartésiennes</li> <li>2.2° Abscisse curviligne</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>II) Vecteur vitesse <ul style="list-style-type: none"> <li>1° Vecteur vitesse moyenne</li> <li>2° Expression du vecteur vitesse <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1° En coordonnées cartésiennes</li> <li>2.2° A partir de l'abscisse curviligne</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>III) Vecteur accélération <ul style="list-style-type: none"> <li>1° Vecteur accélération moyenne</li> <li>2° Vecteur accélération instantanée</li> </ul> </li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>3° Expression du vecteur accélération dans la base de Frenet</li> <li>IV) Etude de quelques mouvements particuliers <ul style="list-style-type: none"> <li>1° Mouvements rectilignes <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1° Mouvement rectiligne uniforme (MRU)</li> <li>1.2° Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)</li> </ul> </li> <li>2° Mouvement circulaire uniforme (MCU) <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1° Définition</li> <li>2.2° Repérage d'un point mobile M</li> <li>2.3° Vitesse du point mobile M</li> <li>2.4° Equation horaire</li> <li>2.5° Accélération du point mobile M</li> <li>2.6° Période et fréquence du mouvement circulaire uniforme</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul> |

La cinématique est l'étude des mouvements dans un repère donné, indépendamment des causes qui les produisent.



## I) Repérage d'un point

### 1° Rappels

#### 1.1° Référentiel

C'est un **solide fixe** (système indéformable) par rapport auquel on étudie le mouvement d'un objet.

#### Exemples de référentiel :

- Référentiel **terrestre** : constitué par la terre ou lié à la terre ;
- référentiel **géocentrique** : origine centre de la terre, utilisé pour décrire le mouvement des astres du système solaire ;
- référentiel **de Copernic** ou **héliocentrique** : origine centre du soleil, utilisé pour l'étude du mouvement des satellites de la terre.

#### 1.2° Repères

L'étude du mouvement d'un point mobile nécessite la connaissance de **sa position à chaque instant**. On définit pour cela un **repère d'espace** associé au référentiel et un **repère de temps**. Le repère de temps est défini par une **origine des dates** notée  $t_0$ .

#### 1.3° Trajectoire

Dans un repère donné, la **trajectoire** d'un point mobile est l'ensemble des positions successivement occupées par ce point au cours de son mouvement.

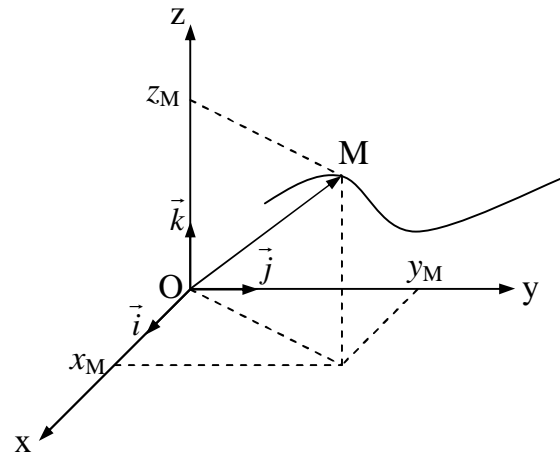
## 2° Position d'un point dans un repère

A un instant donné, la position d'un point mobile peut être repérée de différentes façons.



### 2.1° Coordonnées cartésiennes

Soit M un point dans le repère  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , le vecteur  $\overline{OM}$  est appelé vecteur position du point M.



$$\text{On a : } \overline{OM} = x_M \vec{i} + y_M \vec{j} + z_M \vec{k}.$$

$x_M$ ,  $y_M$  et  $z_M$  sont les **coordonnées cartésiennes** du point M dans le repère  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

$\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  sont des **vecteurs unitaires**.

### Remarques :

- \* La position du point M varie à chaque instant lors du mouvement ; ses coordonnées sont donc des fonctions du temps :  $x_M = f(t)$  ;  $y_M = g(t)$  et  $z_M = h(t)$ .  
On les **appelle équations horaires** du mouvement de M.
- \* L'**équation cartésienne** de la trajectoire du point mobile s'obtient en éliminant le paramètre **temps t** des équations horaires.

### Exercice d'application n°1

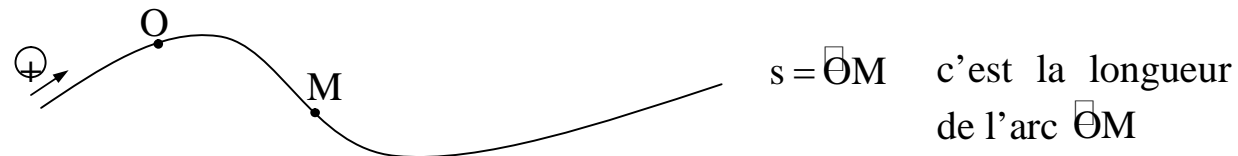
Dans un repère orthonormé  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , la position d'un point M est donnée à chaque instant par :

$$\overline{OM} \begin{cases} x = 2t \\ y = 4t^2 + 3 \\ z = 0 \end{cases}$$

- 1) Donner la position de M à  $t = 2$  s.
- 2) Quelle est l'équation cartésienne de sa trajectoire.

### 2.2° Abscisse curviligne

Pour une trajectoire curviligne, la position d'un point mobile peut être repérée à chaque instant par son **abscisse curviligne**  $s$ .



$s = f(t)$  est l'**équation horaire** du mouvement de M.

## II) Vecteur vitesse

### 1° Vecteur vitesse moyenne

Pour un point mobile M passant de la position  $M_1$  de date  $t_1$  à la position  $M_2$  de date

$t_2$ , le vecteur vitesse moyenne est défini par :  $\overline{V}_m = \frac{\overline{OM_2} - \overline{OM_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overline{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$ .

### 2° Vecteur vitesse instantanée

Le vecteur vitesse d'un point mobile M à la date  $t$  est égal à la dérivée par rapport au

temps du vecteur position :  $\overline{V} = \frac{d\overline{OM}}{dt}$ .

### 3° Expression du vecteur vitesse

#### 3.1° En coordonnées cartésiennes

Soit  $\overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ , vecteur position du point mobile M.

$$\text{On a : } \vec{V} = \frac{d\overline{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

$$\vec{V} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}.$$



En posant :  $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$  on a :

$$\vec{V} \left\{ \begin{array}{l} V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{array} \right.$$

La valeur de la vitesse est :  $V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$  (m.s<sup>-1</sup>)

#### Exercice d'application n°2

Soit le point mobile M en mouvement dans un repère orthonormé  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  tel

que son vecteur-position est :  $\overline{OM} = 2t\vec{i} + (4t^2 + 3)\vec{j} + 2\vec{k}$ .

- 1) Déterminer les coordonnées de la vitesse du point M à l'instant t.
- 2) Donner la valeur de la vitesse du point M à la date t = 2 s.

#### 3.2° A partir de l'abscisse curviligne

La mesure algébrique de la vitesse est égale à la dérivée par rapport au temps de

l'abscisse curviligne s :  $V = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$ .

### III) Vecteur accélération

L'**accélération** est une grandeur physique qui caractérise la **variation de la vitesse** au cours du temps.

#### 1° Vecteur accélération moyenne

Le **vecteur accélération moyenne** d'un point M entre deux positions  $M_1$  et  $M_2$ ,

pendant la durée  $\Delta t = t_2 - t_1$  est :  $\vec{a}_m = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t}$  (m.s<sup>-2</sup> ou m/s<sup>2</sup>).

$\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  étant respectivement les vitesses instantanées au point  $M_1$  et  $M_2$ .

#### 2° Vecteur accélération instantanée

Le vecteur accélération  $\vec{a}$  d'un point mobile M à la date t est égal à la dérivée par

rapport au temps de son vecteur vitesse à cet instant :  $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ .

#### Remarques :

$$* \quad \vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\vec{OM}}{dt} \right) = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}.$$

\* En coordonnées cartésiennes on a :

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k}.$$

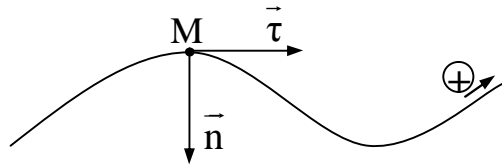
 **Fomesoutra.com**  
ga soutra !  
Docs à portée de main

Soit :  $\vec{a} \begin{cases} a_x = \ddot{x} \\ a_y = \ddot{y} \\ a_z = \ddot{z} \end{cases}$

La valeur de l'accélération :  $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$  (m.s<sup>-2</sup> ou m/s<sup>2</sup>).

### 3° Expression du vecteur accélération dans la base de Frenet

Soit un point mobile M décrivant une trajectoire curviligne ;



La **base de Frenet** est constituée de deux vecteurs unitaires  $\vec{\tau}$  et  $\vec{n}$  **liés** au point mobile M tels que  $\vec{\tau}$  est **tangent** à la trajectoire en M et **orienté** dans le **sens positif** ;  $\vec{n}$  est **normal** à  $\vec{\tau}$  et **orienté** dans la **concavité** de la trajectoire.

Dans cette base, le vecteur accélération s'écrit :

$$\vec{a} = a_{\tau} \vec{\tau} + a_n \vec{n} = \frac{dV}{dt} \vec{\tau} + \frac{V^2}{R} \vec{n} ;$$

avec :  $a_{\tau} = \frac{dV}{dt}$  : accélération tangentielle ;

$a_n = \frac{V^2}{R}$  : accélération normale ; R étant le rayon de courbure de la trajectoire.

## IV) Etude de quelques mouvements particuliers

### 1° Mouvements rectilignes

#### 1.1° Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

C'est un mouvement pour lequel la **vitesse reste constante** :

$$V = V_0 = \text{cste} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = 0.$$

L'**équation horaire** du mouvement s'écrit :

$$x = V_0 t + x_0, x_0 \text{ est l'abscisse de M à } t = t_0.$$

#### 1.2° Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Pour ce type de mouvement, l'accélération est **constante**. Les équations horaires sont :

- \* Accélération :  $a = \text{constante}$  ;
- \* Vitesse :  $V = a t + V_0$ ,  $V_0$  vitesse à  $t = t_0$  (vitesse initiale).
- \* Abscisse :  $x = \frac{1}{2} a t^2 + V_0 t + x_0$ ,  $x_0$  position à  $t = t_0$  (position initiale).

### Remarque :

Pour le MRUV on a :  $V^2 - V_0^2 = 2 a (x - x_0)$ .

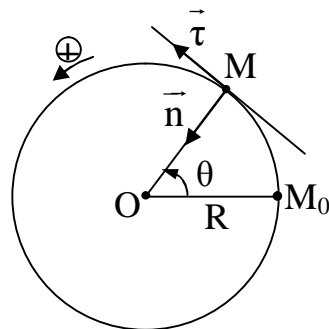
- Si le produit  $a \Delta V > 0$  : le mouvement est **accélééré**.
- Si le produit  $a \Delta V < 0$  : le mouvement est **retardé**.

## 2° Mouvement circulaire uniforme (MCU)

### 2.1° Définition

Un **mouvement circulaire uniforme** est un mouvement qui s'effectue à **vitesse constante** et dont la **trajectoire est un cercle**.

### 2.2° Repérage d'un point mobile M



Le point M est repéré par son **abscisse curviligne s** ou son **abscisse angulaire  $\theta$** .

$$s = \overline{M_0M} \quad \text{et} \quad \theta = \text{mes}(\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM}).$$

$$\text{On a : } s = \overline{M_0M} = R \times \theta.$$

### 2.3° Vitesse du point mobile M

- \* Vitesse linéaire
- $$V (\text{m.s}^{-1}) = \frac{ds}{dt} = \dot{s} = \text{cste.}$$



\* Vitesse angulaire

$$\omega \text{ (rad.s}^{-1}\text{)} = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \text{cste.}$$

On a :  $s = R \times \theta \Rightarrow \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow V = R \dot{\theta}$  soit :  $V = R \omega$  .

### 2.4° Equation horaire

L'équation horaire du mouvement circulaire uniforme est :

$$s = V t + s_0 \quad \text{ou} \quad \theta = \omega t + \theta_0.$$



### 2.5° Accélération du point mobile M

Dans la base de Frenet on a :

$$\vec{a} \begin{cases} a_\tau = \frac{dV}{dt} = 0 \quad \text{car} \quad V = \text{cste} \\ a_n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2 \end{cases}$$

**Remarque :**  $\vec{a}$  est **toujours dirigé** vers le **centre** de la trajectoire : on dit que l'accélération est **centripète**.

### 2.6° Période et fréquence du mouvement circulaire uniforme

\* la **période T** est la **durée d'un tour** :  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  (s) .

\* La **fréquence N** est le **nombre de tours** effectué **par seconde** ; c'est

l'**inverse** de la période :  $N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$  (Hertz (Hz)) .