TD2

Année Scolaire 2020-2021

Durée : 3 heures

DEVOIR MATHEMATIQUES – Tle D

La calculatrice est autorisée. Ce devoir comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.

EXERCICE 1 : (2points)

Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes :

1. Soit g une fonction définie sur $I =]-7\,;2[\cup]2\,;10]$. Si $\lim_{x\to 2} g(x) = 2021$ alors g est prolongeable par continuité en 2.
2. Soit h une fonction définie sur l'intervalle $]-1\,;2[$. h est dérivable en 0 si et seulement si h est dérivable à gauche en 0 et à droite en 0.
3. Soit g une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle $]-2\,;2[$, (C_g) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère. Le point $A(1\,;g(1))$ est un point d'inflexion de (C_g) lorsque la dérivée seconde de g s'annule en changeant de signe en 1.
4. Soit f une fonction définie sur $]-1\,;3[$, telle que $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = +\infty$. Alors la représentation graphique de f admet une asymptote verticale d'équation $x = 1$.

EXERCICE 2 : (2points)

Pour chacun des énoncés suivants, trois réponses sont proposées mais une seule est exacte. Ecris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

Enoncés	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire et A un évènement de Ω de probabilité $P(A)$ telle que $0 < P(A) < 1$. Alors :	A et $\overline{A}$ sont des évènements indépendants	$P_A(\overline{A}) = 1$	$P_{\overline{A}}(A) = 0$
2. Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire et, A et B deux évènements indépendants de Ω de probabilités non nulles. Alors :	$P_{\overline{A}}(B) = P(B)$	$P_A(B) = P_B(A)$	$P_B(\overline{A}) = P_B(A)$
3. Soit X une variable aléatoire de loi de probabilité la loi binomiale de paramètres $n = 25$ et $p = 0{,}12$. Alors :	$E(X) = 0{,}3$	$\sigma(X) = 1{,}62$	$P(X = 25) = 0{,}04$
4. Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. A et B deux évènements de Ω tels que $\Omega = A \cup B$ et $A \cap B = \emptyset$. Alors	pour tout évènement E de Ω, $P(E) = P(E \cap A) + P(E \cap B)$	pour tout évènement E de Ω, $P(E) = P(E \cup A) + P(E \cup B)$	pour tout évènement E de Ω, $P(E) = P(A) + P(B)$

EXERCICE 3 : (3,5points)

On donne la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^3+3x^2-5$ et (C_f) sa courbe représentative.

1. Etudie les variations de f ; puis dresse son tableau de variation.
2. Donne les extrémums relatifs de f.
3. Détermine les coordonnées du point d'inflexion de (C_f).

EXERCICE 4 : (3,5points)

Une urne contient 10 boules : 5 noires ; 3 blanches et 2 rouges.
On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.

1. Soit Ω l'univers des éventualités de cette expérience aléatoire.
   Justifie que : $\text{card}(\Omega) = 120$.
2. Calcule la probabilité des évènements suivants :
   A : « les boules tirées sont de couleurs différentes »,
   B : « aucune boule tirée n'est noire »,
   C : « parmi les boules tirées, il y a au moins une boule rouge ».
3. On définit la variable aléatoire X qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches tirées.
   a- Justifie que : $X(\Omega) = \{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$.
   b- Etablis la loi de probabilité de X
   c- Calcule E(X) et V(X).

EXERCICE 5 : (4points)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ et (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1) a- Détermine l'ensemble de définition D_f de f.

b- Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Donne une interprétation graphiquement les résultats.

2) a- Démontre que f admet un prolongement par continuité en 0. Soit g ce prolongement. Détermine l'expression de g.

b- Vérifie que : $\forall x \in D_f$, $g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$. Puis démontre que $\lim\limits_{n \to 0} \dfrac{g(x)-g(0)}{x-0} = \dfrac{1}{2}$.

3) a- Démontre que : $\forall x \in IR, g'(x) = \dfrac{1}{\left(\sqrt{x^2+1}+1\right)\sqrt{x^2+1}}$

b- Déduis-en le sens de variation de g, puis dresse son tableau de variation.

c- Démontre que g est une bijection de IR sur un intervalle K à préciser.