Fomesoutra.com
Docs à portée de main

Lycée Classique d'Abidjan	DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES	2021-2022
Classe : TLE D	Durée : 2h	Date : 11/10/2021

EXERCICE :1

Ecris sur ta copie le numéro des affirmations ci-dessus suivi de VRAI si l'affirmation est vraie et de FAUX si l'affirmation est fausse.

1) $\forall x \in]-\infty ; \alpha[$, $g(x) \leq f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ alors $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$
2) $\forall x \neq 0$, $3 - \frac{1}{x} < f(x) < 3 + \frac{1}{x}$ alors $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$
3) $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $|f(x) + l| < g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0$ alors $\lim_{x\to+\infty} f(x) = l$
4) Si f est continue et strictement décroissante un intervalle $[\alpha ; +\infty[$, alors on a : $f([\alpha ; +\infty[) = [f(\alpha) ; \lim_{x\to+\infty} f(x)[$

EXERCICE: 2

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule est exacte. Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

1) Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a ; b]$, et si k est un réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ alors l'équation $f(x) = k$ admet :
   a) Zéro solution dans $]a ; b[$; b) au moins une solution dans $]a ; b[$ c) au moins solution n'appartenant pas à $]a ; b[$.
2) Si f est une fonction non définie en a, et admettant une limite finie en a, alors :
   a) f est continue en a b) f n'est pas prolongeable par continuité en a c) f est ~~pas~~ prolongeable par continuité en a
3) Si f est une fonction continue sur $]a ; b[$ alors :
   a) f est bornée sur $]a ; b[$ b) l'image de $]a ; b[$ par f est un intervalle de même nature c) f est continue en tout point de $]a ; b[$
4) Soit la fonction f définie par $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

Sa courbe (C) dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ admet en $+\infty$ une asymptote d'équation

a) $y = x$ b) $y = 2x$ c) $y = \frac{1}{2}x$

EXERCICE : 3

On considère la fonction définie sur IR $\setminus\{0\}$ par

$$\begin{cases} f(x) = x^2\cos\left(\dfrac{1}{x}\right), & si\ x < 0 \\ f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}, & si\ x > 0 \end{cases}$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(0, \vec{i}, \vec{j})$

1)
   a) Calcule $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Interprète graphiquement le résultat.
   b) Calcule $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interprète les résultats.

2)
   a) Montre que $\forall x \in]-\infty ; 0[$, $-x^2 \leq f(x) \leq x^2$
   b) Justifie que f est prolongeable par continuité en 0
   c) Définis son prolongement g

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

EXERCICE: 4

La fonction f a pour tableau de variation.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f(x)$			-5		‖ $+\infty$		
		↗		↘	‖	↘	
	$-\infty$			$-\infty$	‖		$-\infty$

1) En utilisant le tableau de variation donne $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(1+\frac{1}{x})$;
$\lim_{x\to-\infty} \cancel{f\left(\frac{-5}{f(x)+3}\right)}$ $f\left(\sqrt{\frac{-5}{f(x)+3}}\right)$
2) Démontre que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution $\propto$ dans $]0\,;+\infty[$.
3) Détermine le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

EXERCICE : 5

Une PME (Petite et Moyenne Entreprise) fabrique de la conserve à l'huile de tournesol, la conditionne dans une boîte de 80 g. cette PME dispose ces boîtes dans des cartons en raison de 50 boîtes par carton. Le coût de production journalier et la recette journalière sont définis respectivement par $C(t) = t^3 - 42t + 800$ et $R(t) = 150t$ où $C(t)$ et $R(t)$ sont exprimés en milliers de francs CFA et t le nombre de cartons en milliers sur le marché et compris entre 2 et 12.

A l'aide de tes connaissances mathématiques détermine le nombre de cartons qui assure à cette PME un bénéfice positif.

Lycée Classique d'Abidjan

Année Scolaire : 2021-2022
Durée : 2 heures
T^{le} D

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Exercice 1

Réponds par Vrai (V) ou Faux (F) aux affirmations suivants :

N°	Questions	Réponses
1	Si f est une fonction continue et strictement croissante sur l'intervalle I, alors f est bijective et sa réceproque a le même sens de variation que f.	
2	Si f est une fonction continue sur intervalle I, alors pour tout $m \in f(I)$ l'équation $f(x) = m$ admet une solution unique dans I.	
3	Si $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$; alors la courbe (C) admet une branche parabolique de direction celle de (OJ).	
4	$\lim\limits_{x \to 0} \frac{cosx-1}{x} = 1$	
5	Soient a et b deux nombres réels si une fonction f est croissante et majorée sur $]a;b[$, alors f admet une limite finie en b.	

Exercice 2

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées dont une et une seule est exacte, indique la réponse exacte en notant par exemple : $1a$ ou $1b$ ou $1c$.

N°	Affirmations	a	b	c
1	$\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 1} - 3x$	$+\infty$	0	$-\infty$
2	$\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{16x^2 + 1} + 4x + 1$	1	$-\infty$	0
3	Si f et g sont des fonctions telles que $f \leq g$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$	$-\infty$	0	$+\infty$
4	$\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{x+1}{2x+4}} =$	2	1/2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
5	$f(x) = x^2 + 2$ $f([2;+\infty[) =$	$[6,+\infty[$	$\mathbb{R}$	$[1;+\infty[$

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

Exercice 3

Sachant que $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} = \frac{1}{2}$

Calculer :

1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{\sqrt{1+x^2}}-1}{6x^2}$
2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{sinx}$
3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+sinx}-1}{x}$

Exercice 4

Soit la fonction g définie par $\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} | \{-3\,;1\} \\ g(x) = \frac{2x^2-x-1}{|x+1|-2} \\ g(1) = 3 \end{cases}$

Etudier la construite de g en 1.

Exercice 5

f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ admettant le tableau le variation ci-dessous :

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	5	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

1) Détermine Df l'ensemble de définition de la fonction f.
2) Déterminer l'image par f de chacun des intervalles suivants :
   $]3;+\infty[$; $]1\,;3[$; $]-\infty\,;\,-2]$ et $[-2\,;1]$.
3) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $]3\,;\,+\infty[$.

4 a) Justifie que la restriction h de f à $[1\,;3]$est une bijection dans un intervalle k à préciser

b) La restriction de f à intervalle $]-2\,;3[$ est-elle une bijection ?