

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau moyen

Épreuve 2

Vendredi 7 mai 2021 (matin)

1 heure 30 minutes

Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 19]

Un centre médical fait passer un test de dépistage pour une certaine maladie à des patients. Cette maladie affecte 5% de la population.

On fait passer le test à chaque patient qui se présente au centre un jour donné.

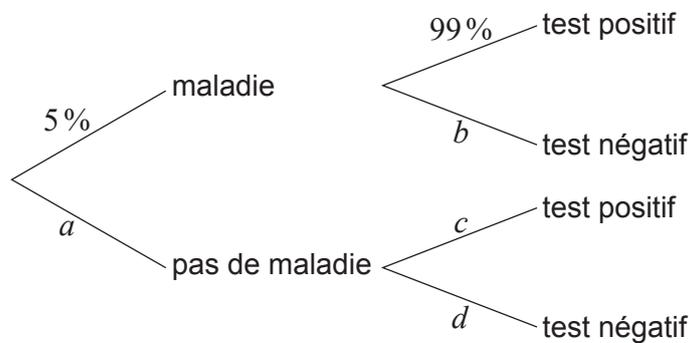
(a) Indiquez la technique d'échantillonnage utilisée.

[1]

Il est prévu que si un patient est atteint de la maladie, son test sera « positif » et que si un patient n'est pas atteint de la maladie, son test sera « négatif ».

Cependant, les tests ne sont pas parfaits et seulement 99% des personnes atteintes de la maladie ont un test positif. De plus, 2% des personnes qui n'ont **pas** la maladie ont un test positif.

Le diagramme en arbre suivant montre certaines de ces informations.



(b) Écrivez la valeur de

(i) a .

(ii) b .

(iii) c .

(iv) d .

[4]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

- (c) Utilisez le diagramme en arbre pour trouver la probabilité qu'un patient choisi au hasard
- (i) n'ait pas la maladie et que son test soit positif.
 - (ii) ait un test négatif.
 - (iii) ait la maladie sachant qu'il a eu un test négatif. [8]
- (d) Le centre médical constate que le nombre réel de résultats positifs dans son échantillon est différent de celui prédit par le diagramme en arbre. Expliquez pourquoi cela pourrait être le cas. [1]

Le personnel du centre médical a examiné les soins reçus par tous les patients s'étant présentés au centre un jour choisi au hasard. Tous les patients ont bénéficié d'au moins un de ces services : ils ont subi des examens médicaux (M), ils ont été vus par une infirmière (N) ou ils ont été vus par un médecin (D). On a trouvé que :

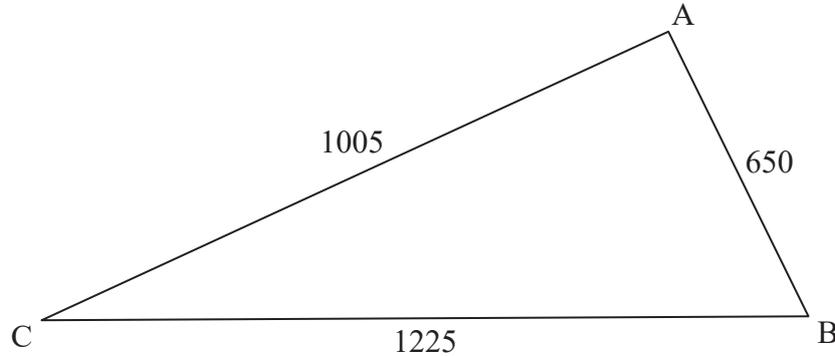
- 78 patients ont subi des examens médicaux ;
- 45 patients ont été vus par une infirmière ;
- 30 patients ont été vus par un médecin ;
- 9 patients ont subi des examens médicaux et ont été vus par un médecin et par une infirmière ;
- 18 patients ont subi des examens médicaux et ont été vus par un médecin, mais n'ont pas été vus par une infirmière ;
- 11 patients ont été vus par une infirmière et ont subi des examens médicaux, mais n'ont pas été vus par un médecin ;
- 2 patients ont été vus par un médecin sans avoir été vus par une infirmière et sans avoir subi des examens médicaux.

- (e) Dessinez un diagramme de Venn pour illustrer ces informations, en plaçant toutes les informations pertinentes sur le diagramme. [3]
- (f) Trouvez le nombre total de patients s'étant présentés au centre au cours de cette journée. [2]

2. [Note maximale : 15]

Un agriculteur possède un champ ayant la forme d'un triangle ABC tel que $AB = 650$ m, $AC = 1005$ m et $BC = 1225$ m.

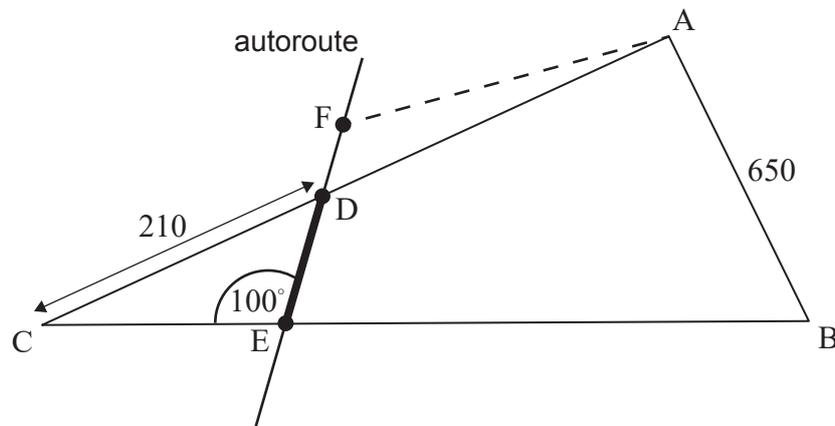
la figure n'est pas à l'échelle



(a) Trouvez la mesure de \hat{ACB} . [3]

La municipalité envisage de construire une autoroute qui coupera les frontières du champ aux points D et E, où $DC = 210$ m et $\hat{CED} = 100^\circ$, tel que montré dans le diagramme ci-dessous.

la figure n'est pas à l'échelle



(b) Trouvez DE. [3]

La municipalité souhaite également construire un parc de stationnement. On demande à l'agriculteur d'échanger la partie du champ représentée par le triangle DCE. En retour, l'agriculteur obtiendra un triangle ADF de surface égale, où F se trouve sur la même droite que D et E, comme indiqué dans le diagramme ci-dessus.

(c) Trouvez l'aire du triangle DCE. [5]

(d) Estimez DF. Vous pouvez supposer que la largeur de l'autoroute est nulle. [4]

3. [Note maximale : 16]

Une nouvelle salle de concert a été construite avec 14 sièges dans la première rangée. Chaque rangée subséquente (ou suivante) de la salle a deux sièges de plus que la rangée précédente. La salle a un total de 20 rangées.

(a) Trouvez :

(i) le nombre de sièges dans la dernière rangée.

(ii) le nombre total de sièges dans la salle de concert. [5]

La salle de concert a ouvert ses portes en 2019. Le nombre moyen de visiteurs par concert au cours de cette année a été de 584. En 2020, le nombre moyen de visiteurs par concert a augmenté de 1,2%.

(b) Trouvez le nombre moyen de visiteurs par concert en 2020. [2]

Les organisateurs de concerts utilisent ces données pour modéliser le nombre de futurs visiteurs. On suppose que le nombre moyen de visiteurs par concert continuera d'augmenter chaque année de 1,2%.

(c) Déterminez la première année au cours de laquelle ce modèle prédit que le nombre moyen de visiteurs par concert dépassera la capacité totale en sièges de la salle de concert. [5]

On suppose que la salle de concert accueillera 50 concerts chaque année.

(d) Utilisez le nombre moyen de visiteurs par concert par année pour prédire le nombre **total** espéré de personnes qui visiteront la salle de concert entre son ouverture et la fin de 2025. [4]

4. [Note maximale : 14]

On sait que les poids des chats persans mâles sont normalement distribués avec une moyenne de 6,1 kg et une variance de $0,5^2 \text{ kg}^2$.

(a) Esquissez un diagramme montrant les informations ci-dessus. [2]

(b) Trouvez la proportion de chats persans mâles qui pèsent entre 5,5 kg et 6,5 kg. [2]

Un groupe de 80 chats persans mâles est sélectionné dans cette population.

(c) Déterminez le nombre espéré de chats dans ce groupe ayant un poids inférieur à 5,3 kg. [3]

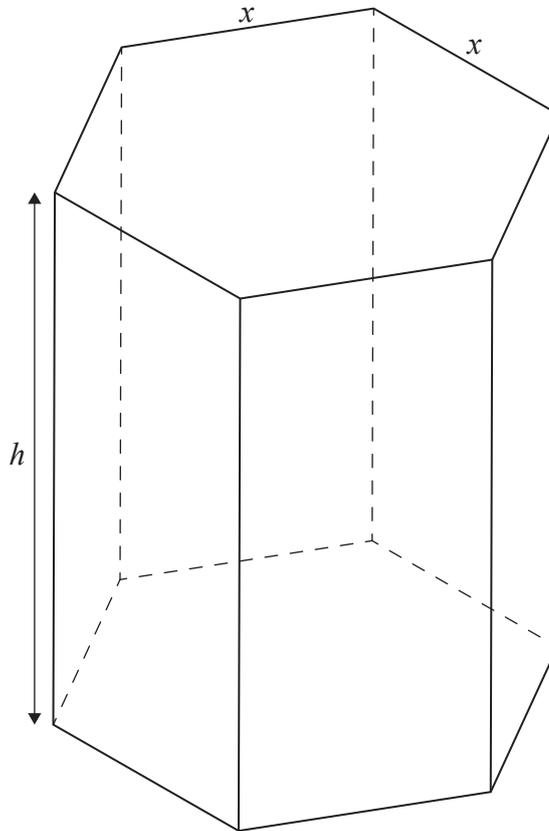
(d) On a trouvé que 12 de ces chats pèsent plus de x kg. Estimez la valeur de x . [3]

(e) Dix de ces chats sont choisis au hasard. Trouvez la probabilité qu'exactement un d'entre eux pèse plus de 6,25 kg. [4]

5. [Note maximale : 16]

On fabrique une boîte de chocolats creuse ayant la forme d'un prisme droit avec une base hexagonale régulière. La hauteur du prisme est de h cm, et le dessus et la base du prisme ont des côtés de longueur x cm.

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) Sachant que $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, montrez que l'aire de la base de la boîte est égale à $\frac{3\sqrt{3}x^2}{2}$. [2]
- (b) Sachant que l'aire totale de la surface externe de la boîte est de 1200 cm^2 , montrez que le volume de la boîte peut être exprimé comme $V = 300\sqrt{3}x - \frac{9}{4}x^3$. [5]
- (c) Esquissez la représentation graphique de $V = 300\sqrt{3}x - \frac{9}{4}x^3$, pour $0 \leq x \leq 16$. [2]
- (d) Trouvez une expression pour $\frac{dV}{dx}$. [2]
- (e) Trouvez la valeur de x qui rend le volume de la boîte maximal. [2]
- (f) À partir de là, ou par toute autre méthode, trouvez le volume maximal possible de la boîte. [2]

La boîte contiendra des chocolats de forme sphérique. Le directeur de production suppose qu'il peut calculer le nombre exact de chocolats dans chaque boîte en divisant le volume de la boîte par le volume d'un seul chocolat, puis en arrondissant à l'entier inférieur le plus proche.

- (g) Expliquez pourquoi le directeur de production se trompe. [1]

Références :