

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

## Mathématiques : analyse et approches

### Niveau moyen

### Épreuve 2

Vendredi 7 mai 2021 (matin)

Numéro de session du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 heure 30 minutes

#### Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques : analyse et approches** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.



Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

### Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 6]

Dans un café, le temps d'attente entre la commande et la réception d'une tasse de café dépend du nombre de clients ayant déjà commandé leur café et qui attendent de le recevoir.

Sarah, une cliente régulière, a visité ce café cinq jours consécutifs. Le tableau suivant montre le nombre de clients,  $x$ , devant Sarah, ayant déjà commandé leur café et qui attendent de le recevoir ainsi que le temps d'attente de Sarah,  $y$  minutes.

<b>Nombre de clients (<math>x</math>)</b>	3	9	11	10	5
<b>Temps d'attente de Sarah (<math>y</math>)</b>	6	10	12	11	6

La relation entre  $x$  et  $y$  peut être modélisée par la droite de régression pour  $y$  en fonction de  $x$  dont l'équation est  $y = ax + b$ .

- (a) (i) Trouvez la valeur de  $a$  et la valeur de  $b$ . [3]
- (ii) Écrivez la valeur du coefficient de corrélation de Pearson,  $r$ . [3]
- (b) Interprétez, dans le contexte, la valeur de  $a$  trouvée dans la partie (a)(i). [1]

Lors d'un autre jour, Sarah se rend dans ce même café pour commander une tasse de café. Sept clients ont déjà commandé leur café et attendent de le recevoir.

- (c) Utilisez le résultat de la partie (a)(i) pour estimer le temps d'attente de Sarah avant de recevoir son café. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

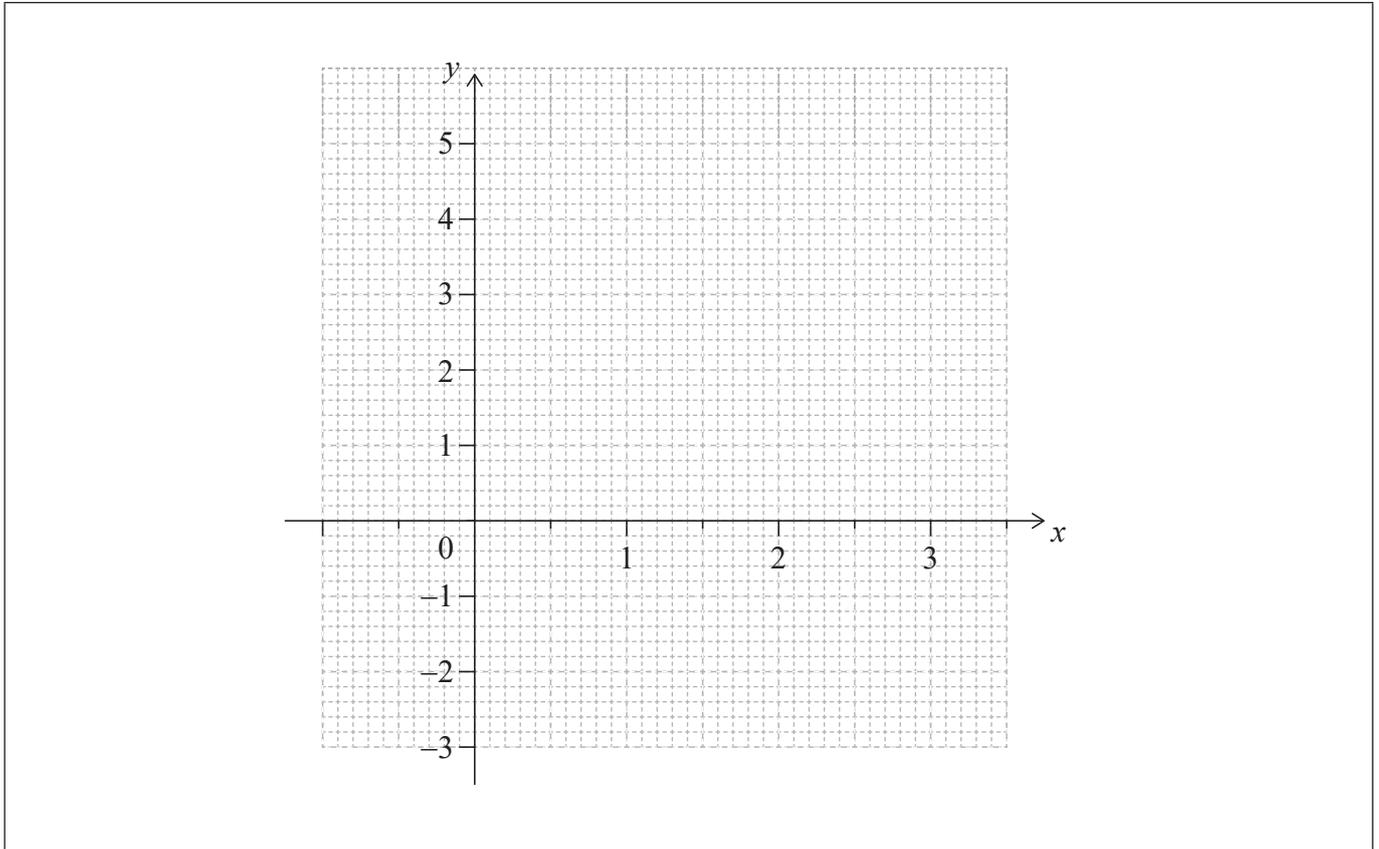


2. [Note maximale : 5]

Soit  $f(x) = 3x - 4^{0,15x^2}$  pour  $0 \leq x \leq 3$ .

(a) Esquissez la représentation graphique de  $f$  sur le repère ci-dessous.

[3]



(b) Trouvez la valeur de  $x$  pour laquelle  $f'(x) = 0$ .

[2]

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....









6. [Note maximale : 7]

Toutes les plantes vivantes contiennent un isotope de carbone appelé carbone-14. Lorsqu'une plante meurt, l'isotope se désintègre, de sorte que la quantité de carbone-14 présente dans les restes de la plante diminue. Le temps écoulé depuis la mort de la plante peut être déterminé en mesurant la quantité de carbone-14 qui est encore présente dans les restes de la plante.

La quantité,  $A$ , de carbone-14 présente dans une plante  $t$  années après sa mort peut être modélisée par  $A = A_0 e^{-kt}$ , où  $t \geq 0$  et  $A_0, k$  sont des constantes positives.

Au moment de sa mort, une plante est considérée comme ayant 100 unités de carbone-14.

(a) Montrez que  $A_0 = 100$ . [1]

On sait que le temps nécessaire pour que la moitié de la quantité initiale de carbone-14 se désintègre est de 5730 années.

(b) Montrez que  $k = \frac{\ln 2}{5730}$ . [3]

(c) Trouvez, en arrondissant à la dizaine d'années la plus proche, le temps nécessaire pour que 25% du carbone-14 se désintègre après la mort de la plante. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

**(Suite de la question 7)**

Une des pales est peinte d'une couleur différente des autres. Le bout de cette pale est identifié par le point D. La hauteur  $h$ , en mètres, du point D au-dessus du sol peut être modélisée par la fonction  $h(t) = p \cos\left(\frac{3\pi}{10}t\right) + q$ , où  $t$  est en secondes et  $p, q \in \mathbb{R}$ .

Lorsque  $t = 0$ , le point D se situe à sa hauteur maximale.

(d) Trouvez la valeur de  $p$  et la valeur de  $q$ . [4]

Si l'observateur se trouve directement en dessous du point C durant une minute, le point D passera au-dessus de sa tête  $n$  fois.

(e) Trouvez la valeur de  $n$ . [3]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

8. [Note maximale : 15]

Les temps de vol,  $T$  minutes, entre deux villes peuvent être modélisés par une distribution normale de moyenne 75 minutes et d'écart type  $\sigma$  minutes.

- (a) Étant donné que 2% des temps de vol prennent plus de 82 minutes, trouvez la valeur de  $\sigma$ . [3]
- (b) Trouvez la probabilité qu'un vol choisi au hasard ait un temps de vol supérieur à 80 minutes. [2]
- (c) Étant donné qu'un vol entre les deux villes prend plus de 80 minutes, trouvez la probabilité qu'il prenne moins de 82 minutes. [4]

Un jour donné, 64 vols sont prévus entre ces deux villes.

- (d) Trouvez le nombre espéré de vols qui auront un temps de vol supérieur à 80 minutes. [3]
- (e) Trouvez la probabilité que plus de 6 des vols au cours de ce jour donné aient un temps de vol supérieur à 80 minutes. [3]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

9. [Note maximale : 15]

**Dans cette question, toutes les réponses doivent être données avec quatre chiffres significatifs.**

Dans une loterie hebdomadaire, les billets coûtent 2 \$ chacun.

Lors de la première semaine de la loterie, un joueur recevra  $D$  \$ pour chaque billet, avec une distribution de probabilité indiquée dans le tableau suivant. Par exemple, la probabilité qu'un joueur reçoive 10 \$ est de 0,03. Le grand prix lors de la première semaine de la loterie est de 1 000 \$.

$d$	0	2	10	50	Grand prix
$P(D = d)$	0,85	$c$	0,03	0,002	0,0001

(a) Trouvez la valeur de  $c$ . [2]

(b) Déterminez si cette loterie est un jeu équitable lors de la première semaine. Justifiez votre réponse. [4]

Si personne ne remporte le grand prix lors de la première semaine, les probabilités resteront les mêmes, mais la valeur du grand prix sera de 2 000 \$ lors la deuxième semaine, et la valeur du grand prix continuera de doubler chaque semaine jusqu'à ce qu'il soit gagné. Tous les autres montants des prix resteront les mêmes.

(c) Étant donné que le grand prix n'est pas gagné et que le grand prix continue de doubler, écrivez une expression en fonction de  $n$  pour la valeur du grand prix lors de la  $n^{\text{ième}}$  semaine de la loterie. [2]

La  $w^{\text{ième}}$  semaine est la première semaine lors de laquelle un joueur peut espérer réaliser un profit. Ryan sait que s'il achète un billet de loterie lors de la  $w^{\text{ième}}$  semaine, son profit espéré est de  $p$  \$.

(d) Trouvez la valeur de  $p$ . [7]

Références :

© Organisation du Baccalauréat International 2021



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



12EP12