Mathematik: Analyse und Ansätze
Grundstufe
1. Klausur

Donnerstag, 6. Mai 2021 (Nachmittag)

Prüfungsnummer des Kandidaten

1 Stunde 30 Minuten

Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur dürfen Sie keinen Taschenrechner nutzen.
- Abschnitt A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Abschnitt B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Antwortheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Antworthefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[80 Punkte]**.

2221 – 7129

Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

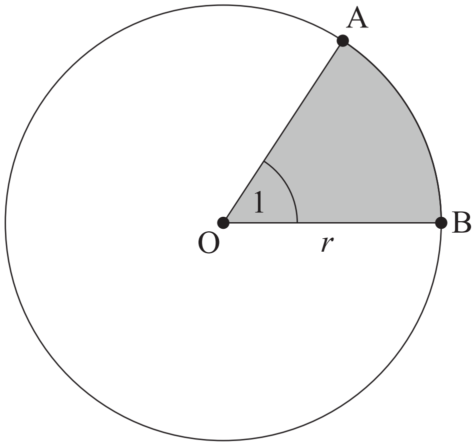
Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 6]

Das folgende Diagramm zeigt einen Kreis mit Mittelpunkt O und Radius r.

Zeichnung nicht maßstabsgerecht



Die Punkte A und B liegen auf der Kreislinie des Kreises, und im Bogenmaß beträgt der Winkel $\mathrm{A\hat{O}B} = 1$.

Der Umfang der schattierten Fläche ist 12.

(a) Finden Sie den Wert von r. [3]

(b) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit den Flächeninhalt der **nichtschattierten** Fläche. [3]

2. [Maximale Punktzahl: 4]

Betrachten Sie zwei aufeinanderfolgende positive ganze Zahlen n und $n+1$.

Zeigen Sie, dass die Differenz ihrer Quadrate gleich der Summe dieser beiden ganzen Zahlen ist.

3. [Maximale Punktzahl: 6]

(a) Zeigen Sie, dass die Gleichung $2\cos^2 x + 5\sin x = 4$ sich in der Form $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ darstellen lässt. [1]

(b) Lösen Sie unter Nutzung der Vorarbeit die Gleichung $2\cos^2 x + 5\sin x = 4$, $0 \le x \le 2\pi$. [5]

4. [Maximale Punktzahl: 5]

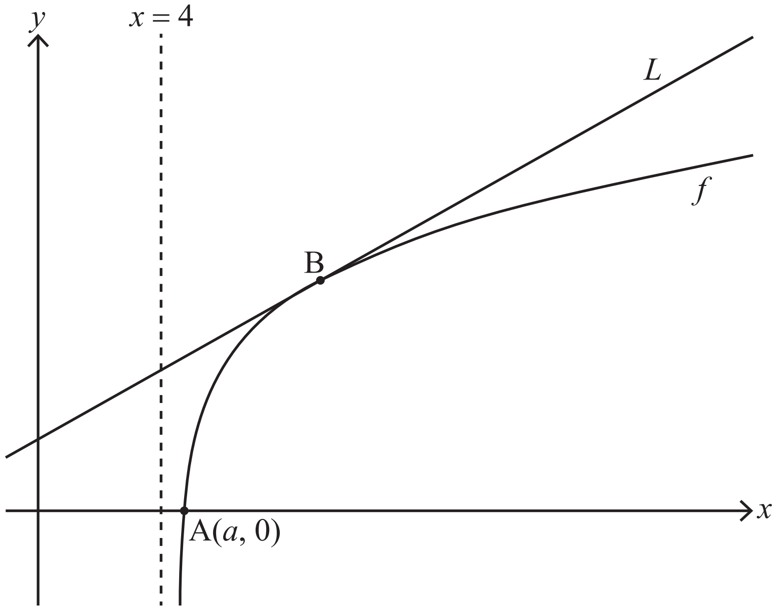
In der Entwicklung von $(x+k)^7$, mit $k \in \mathbb{R}$, ist der Koeffizient des x^5-Terms 63.

Finden Sie die möglichen Werte von k.

5. [Maximale Punktzahl: 9]

Betrachten Sie die Funktion f mit $f(x) = \ln(x^2 - 16)$ für $x > 4$.

Das folgende Diagramm zeigt einen Teil des Graphen von f, der die x-Achse im Punkt A mit Koordinaten $(a, 0)$ schneidet. Die Gerade L ist die Tangente an den Graphen von f im Punkt B.



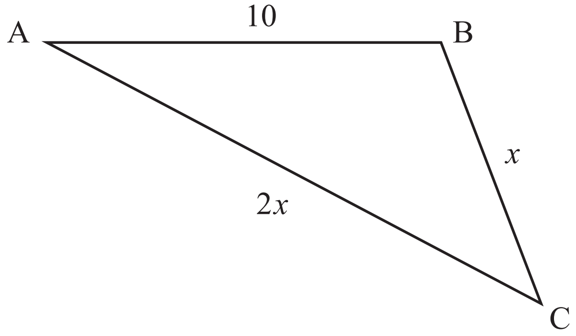
(a) Finden Sie den genauen Wert von a. [3]

(b) Die Steigung von L ist $\frac{1}{3}$. Finden Sie damit die x-Koordinate von B. [6]

6. [Maximale Punktzahl: 7]

Die folgende Zeichnung zeigt das Dreieck ABC, mit $\mathrm{AB} = 10$, $\mathrm{BC} = x$ und $\mathrm{AC} = 2x$.

Zeichnung nicht maßstabsgerecht



Es gilt: $\cos \hat{\mathrm{C}} = \frac{3}{4}$. Finden Sie damit den Flächeninhalt des Dreiecks.

Stellen Sie Ihre Antwort in der Form $\frac{p\sqrt{q}}{2}$ dar, mit p, $q \in \mathbb{Z}^+$.

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

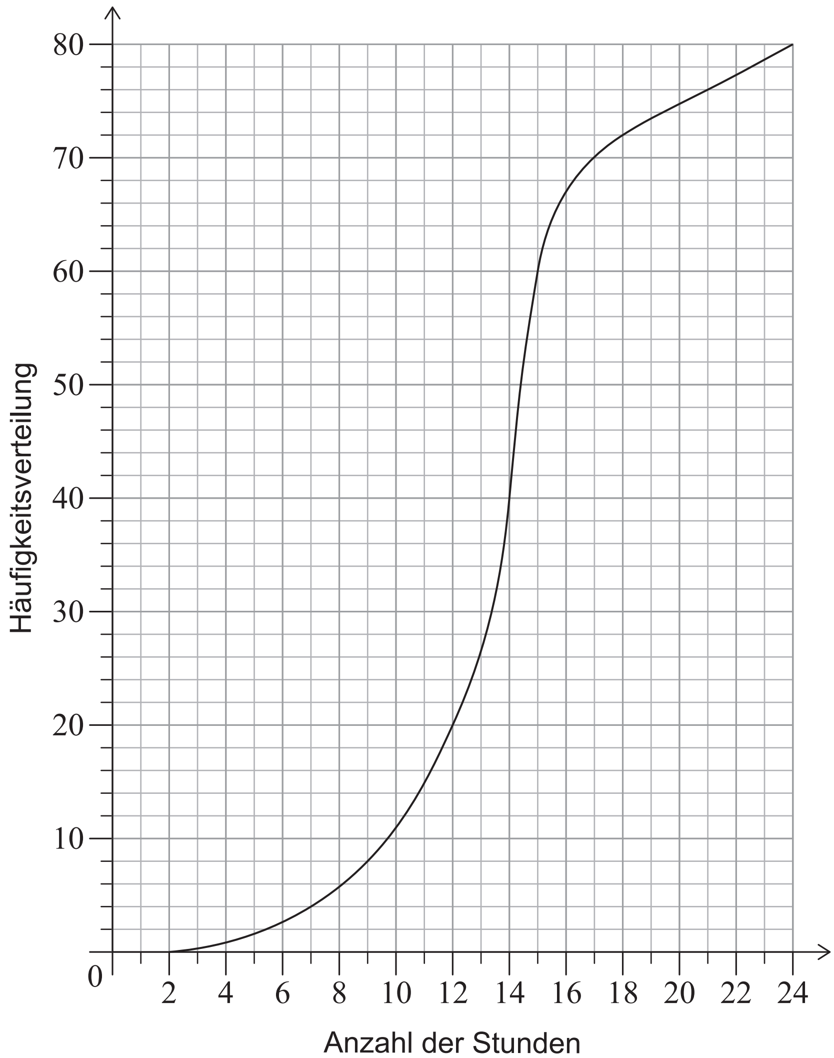
Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Antwortheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

7. [Maximale Punktzahl: 14]

Eine große Schule hat Schüler von der 6. bis zur 12. Klasse.

Eine Gruppe von 80 Schülerinnen und Schülern der 12. Klasse wurde nach dem Zufallsprinzip ausgewählt und danach gefragt, wie viele Stunden pro Woche sie jeweils mit Hausaufgaben verbringen. Die Ergebnisse der Umfrage sind in der folgenden Häufigkeitsverteilungskurve dargestellt.



(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

(Fortsetzung Frage 7)

(a) Finden Sie die mittlere Anzahl der Stunden pro Woche, welche die Schülerinnen und Schüler der 12. Klasse mit Hausaufgaben verbringen. [2]

(b) Von diesen Schülerinnen und Schülern der 12. Klasse verbringen 10% mehr als k Stunden pro Woche mit Hausaufgaben. Finden Sie den Wert von k. [3]

Dieselben Informationen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Zeit für Hausaufgaben in Stunden (*h*)	$2 < h \leq 7$	$7 < h \leq 15$	$15 < h \leq 21$	$21 < h \leq 24$
Häufigkeit	4	p	16	q

(c) Finden Sie die Werte von p und q. [4]

In dieser Schule gibt es 320 Schülerinnen und Schüler in der 12. Klasse.

(d) Schätzen Sie die Zahl der Schülerinnen und Schüler der 12. Klasse, die mehr als 15 Stunden pro Woche mit Hausaufgaben verbringen. [3]

(e) (i) Erklären Sie, warum diese Stichprobenmethode womöglich keine genaue Darstellung der Zeitdauer liefert, die **alle** Schülerinnen und Schüler in der Schule mit Hausaufgaben verbringen.

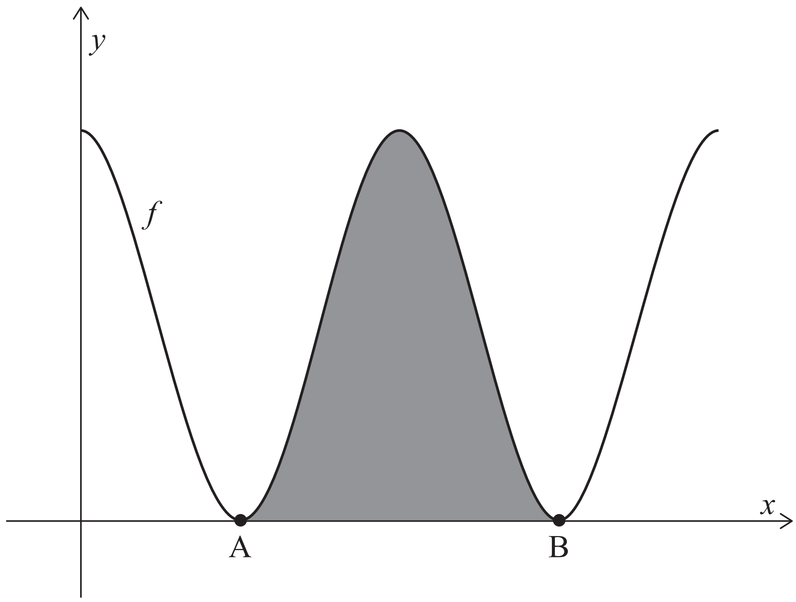
(ii) Schlagen Sie eine geeignetere Stichprobenmethode vor. [2]

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

8. [Maximale Punktzahl: 15]

Betrachten Sie die Funktion f mit $f(x) = 6 + 6\cos x$, für $0 \leq x \leq 4\pi$.

Das folgende Diagramm zeigt den Graphen von $y = f(x)$.



Der Graph von f berührt die x-Achse an den Punkten A und B, wie dargestellt. Die schattierte Fläche wird begrenzt vom Graphen von $y = f(x)$, der x-Achse sowie den Punkten A und B.

(a) Finden Sie die x-Koordinaten von A und B. [3]

(b) Zeigen Sie, dass der Inhalt der schattierten Fläche 12π beträgt. [5]

(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)

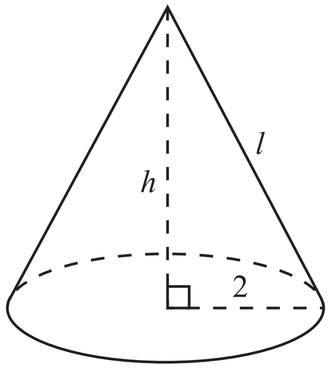
Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

(Fortsetzung Frage 8)

Der senkrechte Kegel in der folgenden Zeichnung hat eine Gesamtoberfläche von 12π, wie die schattierte Fläche im vorherigen Diagramm.

Der Kegel hat einen Grundradius von 2, die Höhe h und die Höhe der Seitenlinie l.

Zeichnung nicht maßstabsgerecht



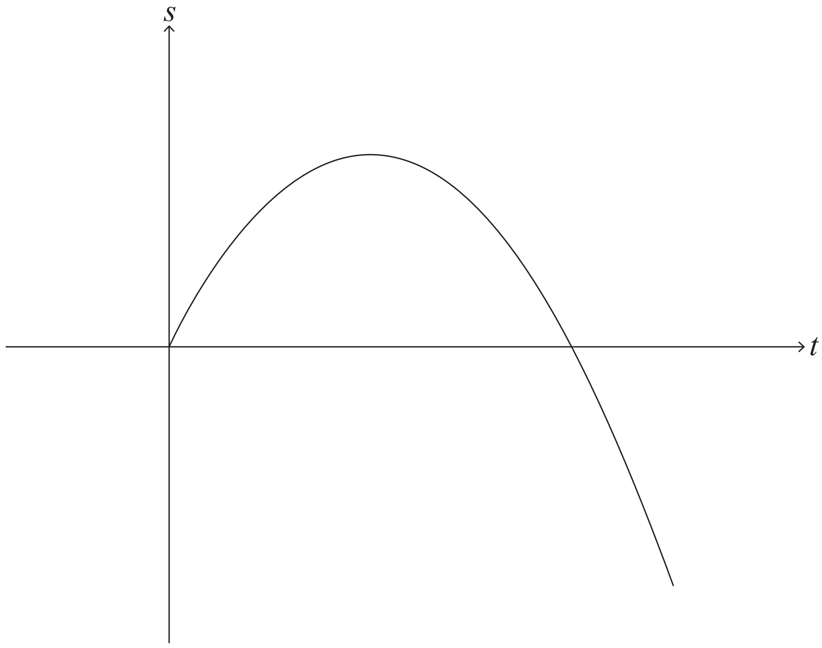
(c) Finden Sie den Wert von l. [3]

(d) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit das Volumen des Kegels. [4]

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

9. [Maximale Punktzahl: 14]

Der Körper A bewegt sich entlang einer Geraden so, dass für seine Entfernung s von einem festen Ursprung in Meter nach t Sekunden gilt: $s(t) = 8t - t^2$, für $0 \le t \le 10$, wie im folgenden Schaubild dargestellt.



Der Körper A beginnt am Ursprung und durchläuft den Ursprung zum Zeitpunkt $t = p$ erneut.

(a) Finden Sie den Wert von p. [2]

Der Körper A ändert seine Richtung zum Zeitpunkt $t = q$.

(b) (i) Finden Sie den Wert von q.

(ii) Finden Sie den Abstand des Körpers A vom Ursprung zum Zeitpunkt $t = q$. [4]

(c) Finden Sie den Abstand des Körpers A vom Ursprung zum Zeitpunkt $t = 10$. [2]

Sei d die zurückgelegte Gesamtstrecke des Körpers A.

(d) Finden Sie den Wert von d. [2]

Ein zweiter Körper B bewegt sich entlang der gleichen Geraden. Für seine Geschwindigkeit gilt: $v(t) = 14 - 2t$, für $t \ge 0$.

Zum Zeitpunkt $t = k$ ist der von Körper B zurückgelegte Weg gleich d.

(e) Finden Sie den Wert von k. [4]

Quellen: