ൟ Corrigé du brevet des collèges Grèce 18 juin 2019 ൟ

EXERCICE 1 **12 POINTS**

1. 16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 36 ; 37 ; 38 ; 39 ; 46 ; 47 ; 48 ; 49, soit 16 nombres.
2. Il y a 4 nombres supérieurs à 40 sur 16 ; la probabilité est donc égale à $\dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4} = \dfrac{25}{100} = 0,25$.
3. Les nombres divisibles par 3 sont : 18 ; 27 ; 36 ; 39 ; 48 : il y en a 5 sr 16 ; la probabilité est donc égale à $\dfrac{5}{16} = 0{,}312\,5$.

EXERCICE 2 **20 POINTS**

1. Dnas le triangle RST rectangle en T, on a $\cos\widehat{\text{RST}} = \dfrac{\text{ST}}{\text{SR}} = \dfrac{14}{28} = \dfrac{1}{2} = 0,5$. On a donc $\widehat{\text{RST}} = 60°$.

   Rem. STR est un demi-triangle équilatéral obtenu en prenant le symétrique S par rapport à T et les angles d'un triangle équilatéral mesurent . . .
2. Le triangle SUP est aussi un demi triangle équilatéral puisque par complément $\widehat{\text{PSU}} = 90 - 30 = 60°$, donc SU = 2SP = 2 × 10,5 = 21.
   Or $\dfrac{\text{SP}}{\text{ST}} = \dfrac{10,5}{14} = \dfrac{105}{140} = \dfrac{5 \times 21}{5 \times 28} = \dfrac{5 \times 7 \times 3}{5 \times 7 \times 4} = \dfrac{3}{4}$ et
   $\dfrac{\text{SU}}{\text{SR}} = \dfrac{21}{28} = \dfrac{10,5}{14} = \dfrac{3}{4}$ (d'après le calcul précédent).
   Les côtés des triangles rectangles SRT et SUP sont donc proportionnels.
3. On a vu que le triangle SUP est une réduction du triangle SRT de coefficient $\dfrac{3}{4} = 0,75$.
4. On a déjà vu que SU = 21.
5. On a vu que $\widehat{\text{PSU}} = \widehat{\text{TSR}} = 60$ donc par supplément :
   $\widehat{\text{RSU}} = 180 - 60 - 60 = 60°$.

   Le triangle SKL a deux angles de 60° ; le troisième angle a pour mesure : 180 − 60 − 60 = 60 : le triangle SKL a donc trois angles de même mesure c'est donc un triangle équilatéral.

EXERCICE 3 **15 POINTS**

1. En supposant que Marc coure à la vitesse de 2 minutes pour faire 400 m, il mettra 1 minute pour faire 200 m, donc 5 minutes pour faire 5 × 200 = 1 000 m
2. 1 km en 5 min représente une vitesse de 12 × 1 = 12 (km/h) en 12 × 5 = 60 min = 1 h.
3. Un tour de piste a pour longueurs la longueur des deux lignes droites et la longueur d'un cercle de diamètre [AD].

   Longueur d'un tour : $2 \times 90 + 70 \times \pi = 180 + 70\pi \approx 399,911$ ce qui correspond bien à l'unité près à 400 m.
   - Marc passe donc au point A toutes les deux minutes soit toutes les 120 secondes ;
   - Jim passe au point toute les 1 µin 40, soit toutes les 100 secondes.

   Ils repasseront la première fois ensemble au point A au bout d'un temps égal au plus petit multiple commun à 100 et à 120.
   $100 = 10 \times 10 = 2^2 \times 5^2$ et
   $120 = 12 \times 10 = 2^3 \times 3 \times 5$.

Le p.p.c.m. à 100 et 120 est $2^3 \times 3 \times 5^2 = 24 \times 25 = 600$ (s)

- Marc aura donc fait $\dfrac{600}{100} = 6$ tours et
- Jim aura fait $\dfrac{600}{120} = \dfrac{60}{12} = 5$ tours.

EXERCICE 4 — 16 POINTS

1. Voir l'annexe.
2. La rotation de centre O et d'angle 30° dans n'importe quel sens répétée 12 fois permet d'obtenir la rosace à partir du losange.
3. Le programme 1 permet d'obtenir la figure B.
   Le programme 2 permet d'obtenir la figure C.
   Le programme 3 permet d'obtenir la figure A.

EXERCICE 5 — 15 POINTS

1. On obtient successivement :
   $2 \to 2+1 = 3 \to 3^2 = 9 \to 9-2^2 = 9-4 = 5$.
2. En patant de -3, on obtient :
   $-3 \to -3+1 = -2 \to (-2)^2 = 4 \to 4-(-3)^2 = 4-9 = -5$.
3. $$\text{Ainsi, pour tout } x, \text{on obtient } f(x) = (x+1)^2 - x^2$$
   $f(x) = (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$.
4. — La représentation graphique de la fonction f est la représentation C ;
   — L'image de 1 par la fonction représentée est 3 ;
   — En utilisant la représentation B, l'antécédent de 3 par la fonction représentée est -1.

EXERCICE 6 — 22 POINTS

1. Les droite (FG) et (BC) car perpendiculaires à la même droite (SB). On peut donc d'après la propiété de Thalès avec les triangles SFG et SBC, écrire :
   $\dfrac{SF}{SB} = \dfrac{FG}{BC}$, soit $\dfrac{5}{20} = \dfrac{FG}{6}$ d'où FG $= \dfrac{5}{20} \times 6 = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2} = 1,5$ cm.
2. Le volume d'un cône est égal à $\dfrac{\pi \times EF^2 \times SF}{3} = \dfrac{\pi \times 1,5^2 \times 5\pi}{3} = \dfrac{15\pi}{4} \approx 11,781$, soit 11,78 cm^3 au centième près
3. Jean doit remplir 80 % des 400 cônes, de sauce tomate soit $400 \times \dfrac{80}{100} = 4 \times 80 = 320$ cônes.
   320 cônes de 11,78 cm^3 de sauce tomate représentent $320 \times 11,78 = 3\,769,6$ cm^3.
   Il a donc besoin de $\dfrac{3\,769,6}{500} \approx 7,5$ bouteilles soit 8 bouteilles de sauce tomate.
   Pour la mayonnaise il lui faut remplir 80 cônes soit $80 \times 11,78 = 942,4$ cm^3.
   Or chaque bouteille de mayonnaise a un volume de : $\pi \times 2,5^2 \times 15 = 93,75\pi \approx 294,524$ cm^3. Il lui donc acheter
   $\dfrac{942,4}{294,524} \approx 3,2$ soit 4 bouteilles de mayonnaise.
   Il lui faut donc 8 bouteilles de sauce tomate et 4 bouteilles de mayonnaise.

ANNEXE

À DÉTACHER DU SUJET ET À JOINDRE AVEC VOTRE COPIE

EXERCICE 4

Question 1

Compléter le programme ci-dessous en remplaçant les pointillés par les bonnes valeurs pour que le losange soit dessiné tel qu'il est défini.