MINESEC - OBC

SESSION 2009

Épreuve de Mathématiques

EXAMEN : Baccalauréat D

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

L'épreuve comporte deux exercices et un problème obligatoires sue deux pages

EXERCICE 1. / 04 points

On considère la fonction polynôme P à variable complexe définie par :
$P(z) = z^3 - (6 + 6i)z^2 + 2iz + 15 - 5i$

1. Calculer P(i). 0,25 pt
2. En déduire que $P(z) = (z - i)(az^2 + bz + c)$ où a, b et c sont des nombres complexes que l'on déterminera. 0,75 pt
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (6 + 5i)z + 5 + 15i = 0$; en déduire les solutions de l'équation P(z) = 0. 1 pt
4. A, B et C sont des points du plan complexes d'affixes respectives :
   $\alpha = i$; $\beta = 3 + i$; $\gamma = 3 + i$

   a) Calculer le rapport $\frac{\gamma - \beta}{\alpha - \beta}$ 1 pt

   b) Quelle est la nature du triangle ABC ? 0,5 pt

   c) Donner l'angle de la rotation r de centre B qui transforme A en C. 0,5 pt

EXERCICE 2 : / 05 Points

Le tableau ci-dessous représente la population X des pays de la zone CEMAC et le nombre Y d'analphabètes de chacun de ces pays (tous exprimés en millions d'habitants).

Pays	Cameroun	RCA	Congo	Gabon	Guinée Équatoriale	Tchad
Population	13,9	3,4	*2,7*	1,15	0,42	7,153
Nombre d'analphabètes	3,9337	1,9584	1,43	0,38	0,08	3,43

a) Représenter, dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, le nuage de points associé à cette série statistique (on prendra en abscisse 1cm, et en ordonnées 4cm, pour un million d'habitants). 1,5 pt

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique. 1 pt

c) Déterminer en utilisant la méthode de Mayer une équation cartésienne de la droite d'ajustement affine de ce nuage de points. 1,5 pt

d) Donner une estimation du nombre d'analphabètes qu'aura le Tchad lorsque la population de ce pays atteindra 10,2 millions d'habitants. 1 pt

Problème : / 11 points

Le problème comporte trois parties A , B et C obligatoires.

Partie A / 4 points

On considère la fonction numérique f et sa courbe (C) dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, définie par $f(x) = (2x + 1)e^{-x} + 1$

1. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ — 0,75 pt
2. Étudier le signe de f'(x) et dresser le tableau de variation de f. — 1,5 pt
3. Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion I que l'on déterminera. — 0,5 pt
4. Tracer (C). — 1,25 pt

Partie B / 3 points

On considère les équations différentielles (E) et (E') suivantes

(E) : $3y'' + 2y' - y = -8e^{x} - 1$; (E') : $3y'' + 2y' - y = 0$

1. Vérifier que f est solution de (E) (f est la fonction définie dans la partie A). — 0,75 pt
2. Montrer qu'une fonction g est solution de (E) si et seulement si g - f est solution de (E'). — 1 pt
3. Résoudre alors l'équation (E') et en déduire les solutions de (E). — 1,25 pt

Partie C / 4 points

F est la fonction numérique définie par $F(x) = (ax + b)e^{x} + x$

1. Déterminer a et b pour que F soit une primitive de f,
   où f est la fonction définie dans la partie A. — 1 pt
2. On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n supérieur à 1 par :

   $$U_n = \int_2^n (f(x) - 1)dx$$

   a) Calculer U1 et U2. — 1 pt

   b) Donner une interprétation géométrique de *Un* et donner son expression en fonction de n. — 1,5 pt

   c) Calculer $\lim_{n\to+\infty} U_n$ — 0,5 pt