Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat 2011
Série : *D*
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4h **Coefficient : 4**

Exercice 1 (4points). A la suite de plusieurs campagnes de vaccination réalisées dans un village du Cameroun, les études ont révélé que la probabilité pour qu'un enfant de moins de 5 ans soit atteint de poliomyélite est de 0,05. On choisit au hasard un enfant de moins de 5 ans de ce village.

1. Quelle est la probabilité pour que cet enfant ne soit pas atteint de poliomyélite ? [0.5pt]
2. On a effectue un contrôle sur 8 enfants âgés de moins de 5 ans dans ce village. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   A : « aucun enfant n'est atteint de poliomyélite » [1pt]

   B : « trois enfants sont atteints de poliomyélite » [1pt]

   C : « au moins quatre enfants sont atteints de poliomyélite ». [1.5pt]

Exercice 2 (5points). Soit P un plan affine muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. A tout nombre complexe $z \neq -i$, on associe $f(z) = \dfrac{iz}{z+i}$. On note M le point d'affixe $z = x + iy$ où x et y sont des nombres réels.

1. Déterminer l'affixe z_0 du point B tel que $f(z_0) = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{3}{2}i$. [0.75pt]
2. On note r le module de $z+i$ et α son argument principal. Ecrire en fonction de r et α une forme trogonométrique de $f(z) - i$. [0.75pt]
3. Soit A le point d'affixe $-i$.
   (a) Déterminer l'ensemble (C) des points M d'affixe z vérifiant l'égalité $|f(z) - i| = 1$. [1pt]
   (b) Montrer que la droite (T) d'équation $\sqrt{3}x - y - 3 = 0$ est tangente à (C) en B.
4. Construire A, B, (T) et (C). [1.5pt]

Problème(11 points).

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 3}$; (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Donner le domaine de définition de f et les limites de $f(x)$ lorsque x tend vers l'infini. [1pt]
2. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x et dresser le tableau de variations de f. [1.5pt]
3. Calculer $f(x) - 2$, en déduire la position de la courbe (Γ) par rapport à son asymptote horizontale. [0.5pt]
4. Donner les équations des tangentes à la courbe (Γ) aux points d'abscisses respectifs 0 et 2. [1pt]
5. Tracer les tangentes précédentes et la courbe (Γ). [2pt]
6. Montrer que la restriction g de f à $[3, +\infty[$ est une bijection de cet intervalle sur un intervalle J que l'on déterminera. Tracer dans le même repère la courbe représentative de g^{-1}.
7. Soit λ un nombre réel strictement supérieur à 3. On appelle $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (Γ) et la droite d'équation $y = 2$ d'une part, les droites d'équations $x = 3$ et $x = \lambda$ d'autre part.
   (a) Montrer que $A(\lambda) = \displaystyle\int_3^{\lambda} \frac{3x-6}{x^2-3x+3}dx$. [0.5pt]
   (b) Montrer que pour tout $x \geq 3$, on a $2x - 3 \leq 3x - 6$.
   En déduire que $\displaystyle\int_3^{\lambda} \frac{2x-3}{x^2-3x+3}dx \leq A(\lambda)$. [1pt]

(c) Quelle est la limite de $A(\lambda)$ quand λ tend vers $+\infty$. [0.5pt]

8. On considère la suite (u_n) définie par : u_0 réel donné et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   (a) Pour $u_0 = 2$, montrer que la suite (u_n) est constante. [0.25pt]
   (b) On donne u_0 tel que $2 < u_0 < 3$.
      i. Montrer que pour tout n, on a $2 < u_n < 3$. [0.5pt]
      ii. Montrer que la suite (u_n) est croissante. [0.5pt]
      iii. Que peut-on en déduire sur la suite (u_n) ? [0.25pt]