Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : **BACCALAUREAT** Session :**2010**
Série : **D**
Epreuve : **MATHEMATIQUES**
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

EXERCICE 1 : 4,5 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité sur sur les axes 1cm). On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (e) : $z^2 + (-7 + i)z + 12 - 16i = 0$.

1. a. Calculer $(5 + 5i)^2$. **0,5pt**
   b. Résoudre l'équation (e) dans $\mathbb{C}$. **1pt**
2. Soient les points A et B d'affixes respectives $1 - 3i$ et $6 + 2i$.
   Calculer $\dfrac{z_O - z_B}{z_O - z_A}$; où z_O, z_A et z_B désignent respectivement les affixes des points O, A et B ; en déduire la nature du triangle OAB. **0,75pt**
3. Que représente le point I d'affixe $\frac{7}{2} - \frac{1}{2}i$ pour le segment [AB] ? **0,5pt**
4. Soient (Γ) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $\left|z - \frac{7}{2} + \frac{1}{2}i\right| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.
   a. Dire si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse.
   α) O $\in (\Gamma)$; ß) A $\in (\Gamma)$; γ) B $\in (\Gamma)$. **0,75pt**
   b. Donner une équation cartésienne de (Γ) et construire (Γ). **1pt**

EXERCICE 2 : 4,5 points

En 1990, un pays avait une population de 50 millions d'habitants. Par accroissement naturel, sa population augmente de 1,5% par an. Par ailleurs, on constate une augmentation annuelle supplémentaire de 0,45 million d'habitants dès l'année 1991. L'unité étant le million d'habitants ; on note $U_0 = 50$ l'effectif de la population en 1990 et U_n le nombre d'habitants en (1990 + n).

1. a. Calculer U_1 et U_2. **0,5pt**
   b. Montrer que $U_{n+1} = 1{,}015U_n + 0{,}45$. **0,75pt**
2. On se propose de prévoir directement l'effectif de la population en 2010 si le modèle d'évolution se poursuit de la même façon ; pour cela on considère la suite (V_n) définie par $V_n = 30 + U_n$.
   a. Calculer V_1 et V_2. **0,5pt**
   b. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. **0,75pt**
   c. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. En déduire alors l'effectif de la population de ce pays en l'an 2010.(On prendra le résultat arrondi en million d'habitants). **1,5pt**
   d. Déterminer par calcul à partir de quelle année l'effectif de la population de ce pays dépassera 100 millions d'habitants si l'évolution se poursuit de la même manière. **0,5pt**

PROBLEME : 11 points

Le problème comporte deux parties A et B.

Partie A : 8 points

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 + xe^{-\frac{x}{2}} & si\ x \leq 0 \\ x\ln x - x + 1 & si\ x > 0 \end{cases}$$

; Soient $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et (C_f) la courbe représentative de f dans ce repère.

1. Déterminer le domaine de définition de f. **0,5pt**
2. a Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0. **1pt**
   b. Ecrire les équations des demi tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0. **0,5pt**
3. a. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**
   b. Etudier les branches infinies de la courbe (C_f). **1pt**
4. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. **1,5pt**
5. Tracer les demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0 et tracer (C_f). **1,5pt**
6. Déterminer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) et les droites d'équations respectives $y = 1$, $x = -1$ et $x = 0$ (On pourra utiliser une intégration par parties). **1pt**
7. Montrer que la restriction g de f à l'intervalle $]-\infty, 0[$ une bijection de l'intervalle $]-\infty, 0[$ dans un intervalle que l'on précisera. **0,5pt**

Partie B : 3 points

On se propose de résoudre l'équation différentielle (1) : $y' - 2y = x\, e^{-\frac{x}{2}}$.

1. Résoudre l'équation différentielle (2) : $y' - 2y = 0$ où y désigne une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**
2. Soient a et b deux réels, u la fonction définie sur par $u(x) = (ax + b)\, e^{-\frac{x}{2}}$. Déterminer a et b pour que u soit une solution de (1). **0,75pt**
3. a. Montrer que v est solution de (1) si et seulement si $v - u$ est solution de (2). **0,75pt**
   b. En déduire les solutions de (1). **0,5pt**
   c. Déterminer la solution de (1) qui s'annule en 0. **0,5pt**