Les CRACKS
Je suis sur de ma reussite!

Examen Du BAC

MINESEC – OBC

EPREUVE DE MATHEMATIQUES – Serie D

Session 2007

Durée 4H / Coefficient : 4

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages numérotées de 1 à 2. Le candidat devra traiter chacun des exercices et le problème. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 : 4 points

Le plan complexe $\mathbb{C}$ est muni d'un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$. On considère le polynôme complexe p défini par : $p(z) = z^4 - 4(1 + i)z^3 + 12iz^2 + 8(1 - i)z - 20$.

1. On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives : $-1 + i$; $1 - i$; $3 + i$ et $1 + 3i$.

a) Placer dans le plan complexe les points A, B, C et D. **1pt**

b) Montrer que les affixes respectives de ces points sont les solutions de l'équation $p(z) = 0$. **1pt**

c) Montrer que le quadrilatère ABCD est un carré. **0,75pt**

2. Soit h l'application du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe M' d'affixe z' telle que : $z' = \frac{\sqrt{2}}{2} z + \frac{\sqrt{2}}{2} + i$.

a) Déterminer l'affixe du point Ω tel que $h(\Omega) = \Omega$. **0,25pt**

b) En déduire la nature exacte et les éléments caractéristiques de h. **0,5pt**

c) r est la rotation de centre Ω et d'angle 15°. Donner la nature et les éléments caractéristiques de $s = h \circ r$. **0,5 pt**

Exercice 2 : 5 points

1. Résoudre l'équation différentielle : $y'' + y'\ln 2 = 0$. **1pt**

2. On considère la fonction numérique d'une variable réelle t définie par : $u(t) = e^{-t\ln 2}$.

Déterminer la primitive de u qui prend la valeur 1 en 0. **1,5pt**

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel supérieur ou égal à 1 par :

$v_n = \int_{n-1}^{n} u(t)dt$ et on pose $S_n = v_1 + v_2 + \ldots + v_n$.

Visiter www.lescracks.com pour plus de sujets et de corriges

a) Montrer que (v_n) une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$. **1pt**

b) Calculer S_n et déterminer la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$. **1,5pt**

Problème : 11 points

Partie A : Etude de la fonction auxiliaire g

Soit la fonction g définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 2\ln x$.

1. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. **1,5pt**

2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $x_0 = 1$. **1pt**

Partie B : Etude de la fonction f

Soit la fonction f définie sur $]0\ ;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2\ln x$, C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. a) Etudier les variations de f. **1,5pt**

b) Montrer que la courbe C_f admet une branche parabolique. **0,75pt**

c) Montrer que la courbe C_f coupe la droite (Δ) d'équation cartésienne $y = \frac{1}{2}x$

en un point unique A dont on déterminera les coordonnées. **0,75pt**

d) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α. **0,25pt**

e) Montrer que $0,83 < \alpha < 0,84$. **0,5pt**

2. a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse 1. **1pt**

b) Tracer les droites (Δ), (T) et la courbe C_f dans le même repère. **1,5pt**

3. Γ est le domaine du plan limite par la courbe C_f, la droite (Δ) et les droites d'équation respectives $x = 1$ et $x = \lambda$, avec $\lambda>1$.

a) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de Γ. **1,5pt**

b) Déterminer la limite de $A(\lambda)$ quand λ tend vers $+\infty$. **0,75pt**