

ORGANISME INTERETATIQUE



UNIVERSITE DE YAOUNDE II

INSTITUT DE FORMATION ET DE RECHERCHE DEMOGRAPHIQUES

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE MARS 2011

30 - 31 MARS 2011

**EPREUVE DE PROBABILITES ET STATISTIQUES
(Concours type A)**

Durée : 4 heures

Documents non autorisés

Utilisation des calculatrices autorisée

BAREME INDICATIF

- Exercice 1 : 2,0 points
- Exercice 2 : 3,5 points
- Exercice 3 : 2,0 points
- Exercice 4 : 2,5 points
- Exercice 5 : 2,0 points
- Exercice 6 : 2,0 points
- Exercice 7 : 4,0 points
- Exercice 8 : 2,0 points

Exercice 1.

Dans une loterie, il y a 400 billets et 4 prix. Une personne détient 10 billets. Quelle est la probabilité qu'elle gagne au moins un lot ?

Exercice 2.

Dans un district produisant du charbon, 10 000 mineurs sont employés dans les mines de charbon.

L'exploitation des enregistrements de décès faite dans le passé a révélé que dans ce district, 1 mineur sur 2 500 perdait sa vie au cours d'une année à la suite d'accidents dus aux explosions du grisou dans les mines de charbon.

- 1) Calculer la probabilité de réalisation au cours d'une année des événements suivants :
 - a. « il y a eu au moins 1 mort par accident ; »
 - b. « il est survenu exactement 2 décès par accident ; »
 - c. « il n'y a pas eu plus de 3 morts par accident ; »
 - d. « plus de 3 mineurs sont morts par accident ; »
- 2) La compagnie chargée de l'exploitation des mines du District paie en moyenne aux ayants-droit d'un mineur décédé par accident une indemnité compensatrice de 5 millions de francs.
 - a. Déterminer le montant moyen des sommes que pourrait ainsi engager la compagnie au cours d'une année.
 - b. Calculer la probabilité de l'évènement : « au cours d'une année, les indemnités versées n'ont pas excédé le montant moyen attendu.

Exercice 3.

On suppose que les étudiants d'un cours de démographie ont des notes normalement distribuées autour d'une moyenne $\mu = 72$ avec un écart-type $\sigma = 9$.

- 1) Calculer la probabilité qu'un seul étudiant choisi au hasard ait une note supérieure à 80.
- 2) Calculer la probabilité qu'un échantillon aléatoire de 10 étudiants ait une note moyenne supérieure à 80.

Exercice 4.

La société Radex a, le mois dernier, produit l'équivalent de 200 chargements de camions (200 lots) de radios qui sont maintenant stockés dans ses entrepôts. Au départ, 44% des radios étaient défectueuses, dans les 128 premiers lots, qualifiés de « mauvais ». Après une remise en ordre du contrôle-qualité, la société a réduit le taux de radios défectueuses à 15%, dans les 72 lots restants qualifiés alors de « bons ».

Supposons que vous venez d'être nommé responsable du service des Achats d'un grand magasin. Votre premier travail est de prendre une décision quant à un lot de radios que votre magasin vient de recevoir de Radex. Vous souhaitez savoir s'il s'agit d'un des « mauvais » - car s'il en est ainsi, vous le renverrez.

- 1) Si l'information ci-dessus est la seule disponible, quelle est la probabilité que le lot soit mauvais ?
- 2) Pour tester le lot, vous tirez une radio au hasard. Si cette radio s'avère défectueuse, quelle est maintenant la probabilité qu'il s'agit d'un mauvais lot ?

Exercice 5.

Le tableau 1 ci-dessous fournit pour une année donnée le chiffre d'affaires de quelques anti-paludéens d'une entreprise pharmaceutique, exprimé en millier de francs et ventilé en trimestre et par médicament. Chacun des chiffres d'affaires trimestriels est facilement repéré par l'indice de ligne (i) et l'indice de colonne (j) sur lesquelles il figure. Ainsi par exemple $x_{4,2} = 720$ représente les ventes du malacur au cours du 2^{ème} trimestre.

Tableau 1. Répartition du chiffre d'affaires par anti-paludéens selon le trimestre.

Médicament (indice i, lignes)	Trimestre (indice j, colonnes)			
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
Quinine (i = 1)	480	610	300	700
Camoquin (i = 2)	250	280	110	430
Co-arinate (i = 3)	1050	1120	880	1200
Malacur (i = 4)	660	720	500	810
Duo-cotecxin (i = 5)	130	170	90	180

Calculer les sommes suivantes en donnant à chaque fois la signification du résultat obtenu.

$$\sum_{i=1}^{i=5} x_{i,2} ; \quad \sum_{j=1}^{j=4} x_{4,j} ; \quad \sum_{i=2}^{i=3} \sum_{j=1}^{j=4} x_{i,j} ; \quad \sum_{i=4}^{i=5} \sum_{j=3}^{j=4} x_{i,j} ; \quad \sum_{i=1}^{i=5} \sum_{j=1}^{j=4} x_{i,j} ; \quad \sum_{j=1}^{j=4} \sum_{i=1}^{i=5} x_{i,j}$$

Exercice 6.

Un médecin a observé un échantillon de 600 patients provenant de trois pays d'Afrique Anglophone. Le tableau 2 présente leur distribution selon la nationalité (variable Y) et la nature de l'infection (variable X).

Tableau 2. Répartition des patients par nature de l'infection selon la nationalité.

Nature de l'infection (X)	Nationalité (Y)			
	Ghanéenne	Kenyan	Nigériane	Total
Paludisme	60	100	70	230
Typhoïde	20	60	40	120
Tétanos	10	18	14	42
Infection respiratoire	50	82	76	208
Total	140	260	200	600

- 1) Présenter la distribution des fréquences conjointes.
- 2) Présenter la distribution des fréquences marginales de la variable X (nature de l'infection).
 - a. Faire une représentation graphique de cette distribution.
 - b. En déduire le pourcentage des individus atteints du tétanos.
- 3) Présenter les distributions des fréquences conditionnelles de X selon Y.
 - a. En déduire pour chaque nationalité le pourcentage des individus atteints du tétanos.
 - b. Comparer et commenter les résultats : on fera l'hypothèse de la représentativité de l'échantillon.

Exercice 7.

On a mesuré le périmètre crânien et le tour de hanche d'un échantillon de 50 étudiants d'une université de la république d'IFORDIA. Les données, exprimées en cm, sont présentées dans le tableau 3.

Tableau 3. Répartition de 50 étudiants de la République IFORDIA par périmètre crânien et par tour de hanche.

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X _i	37	37	33	33	36	34	37	37	35	32	32	34	40	39	39	39	39	37	37	37
Y _i	76	75	76	69	73	70	74	73	76	72	66	75	84	88	80	78	78	79	84	85

I	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
X _i	38	38	38	38	38	35	40	32	34	32	39	39	39	39	37	38	38	37	37	38
Y _i	84	82	82	76	74	76	84	66	75	72	88	80	78	78	79	76	74	84	85	84

I	42	43	44	45	46	47	48	49	50
X _i	38	37	37	33	33	36	34	37	37
Y _i	82	76	75	76	69	73	70	74	73

- 1) Dépouiller ces informations sous forme de tableau de contingence en formant des classes d'amplitude 2 pour la variable X et 4 pour la variable Y.
- 2) Calculer pour chaque variable la moyenne marginale ainsi que l'écart-type.
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.
- 4) Que peut-on dire de la relation entre X et Y ?

Exercice 8.

Le recensement général de la population et de l'habitation du pays IFORDIA a permis de répartir sa population par sexe selon l'état matrimonial au 31 décembre 1998 (tableau 4).

- 1) A partir du tableau 4 établir les répartitions proportionnelles par sexe, par statut matrimonial et par rapport à la population totale.
- 2) Laquelle de ces trois répartitions proportionnelles permettrait de comparer :

- a. Les pourcentages de célibataires parmi les hommes et parmi les femmes.
 - b. Les pourcentages d'hommes parmi les célibataires et les divorcés.
 - c. Les pourcentages d'hommes et de femmes parmi les célibataires.
 - d. Les pourcentages d'hommes célibataires et de femmes divorcées dans la population totale.
- 3) Laquelle des trois répartitions proportionnelles faut-il utiliser pour répondre aux questions suivantes :
- a. Parmi les célibataires, quel est le sexe qui domine ?
 - b. Le célibat touche-t-il proportionnellement plus d'hommes que de femmes ?
- 4) Le déséquilibre hommes/femmes est-il le même parmi les veufs/veuves et parmi les divorcé(es) ?

Tableau 4. Répartition de la population d'IFORDIA par sexe selon l'état matrimonial au 31 décembre 1998.

Sexe	Etat matrimonial				
	célibataire	Mariés	Veufs	Divorcés	Total
Hommes	2 181 954	2 411 630	135 914	264 220	4 993 718
Femmes	1 894 892	2 418 631	598 705	307 806	5 220 034
Total	4 076 846	4 830 261	734 619	572 026	10 213 752