

ORGANISME INTERETATIQUE



UNIVERSITE DE YAOUNDE II

IFORD

INSTITUT DE FORMATION ET DE RECHERCHE DEMOGRAPHIQUES

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'AVRIL 2010

28 – 29 AVRIL 2010

**EPREUVE DE PROBABILITES ET STATISTIQUES
(Concours type A)**

Durée : 4 heures

Documents non autorisés

Utilisation des calculatrices autorisée

BAREME INDICATIF

Exercice 1 : 1,5 point
Exercice 2 : 3,0 points
Exercice 3 : 3,5 points
Exercice 4 : 3,0 points
Exercice 5 : 2,0 points
Exercice 6 : 6,0 points
Exercice 7 : 1,0 points

Extrait de quelques tables de loi en annexe.

Exercice 1

Vous vous réveillez la nuit avec un mal de tête et vous avalez un cachet provenant d'une bouteille sur votre table de nuit. Peu de temps après, vous vous réveillez avec des maux d'estomac et vous vous rendez compte que sur votre table de nuit, il y a 3 flacons. Le premier contient un médicament contre le mal de tête, et le troisième contient un anti-inflammatoire qui cause effectivement des maux d'estomac dans 80% des cas. Cependant, votre médecin vous avait averti que les cachets pour le mal de tête pouvaient aussi provoquer des maux d'estomac dans 5% des cas. Quelle est la probabilité que vous vous soyez trompé de médicament au milieu de la nuit sachant qu'en ce moment votre estomac vous fait souffrir ?

Exercice 2

Afin de mieux servir ses clients, un magasin a mesuré le temps d'attente, noté x , au guichet de son service après-vente. Le temps d'attente est mesuré en minutes. La personne en charge de l'étude vous communique les données suivantes :

$$V(x) = 17,18 \quad \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 = 50,17 \quad \sum_{i=1}^k n_i x_i = 425$$

- 1) Déterminer l'effectif total à partir duquel l'enquête a été réalisée. Indiquez les valeurs de la moyenne et de l'écart-type.
- 2) L'objectif de la direction est de diminuer le temps d'attente de 30%. Calculer :
 - a) le temps d'attente moyen correspondant ;
 - b) l'écart-type correspondant.
- 3) En effectuant une vérification du chronomètre utilisé, le directeur du magasin s'aperçoit que ce dernier accuse un retard de 5% par rapport au temps réel. Calculer :
 - a) la vraie moyenne ;
 - b) le vrai écart-type.

Exercice 3

Lors d'une étude, on a observé la nationalité et l'état matrimonial d'un groupe de 400 personnes. Leurs répartitions en pourcentages sont reprises dans les tableaux 1 et 2.

Tableau 1. Répartition (%) du groupe par nationalité.

Nationalité	Fréquence (%)
Ivoirienne	40
Congolaise	20
Gabonaise	40
Total	100

Tableau 2. Répartition (%) du groupe par état matrimonial.

Etat matrimonial	Fréquence (%)
Marié	30
Célibataire	50
Divorcé	15
Veuf	5
Total	100

L'on connaît par ailleurs, pour chaque nationalité, la répartition du groupe par état matrimonial (tableau 3).

Exercice 1

Vous vous réveillez la nuit avec un mal de tête et vous avalez un cachet provenant d'une bouteille sur votre table de nuit. Peu de temps après, vous vous réveillez avec des maux d'estomac et vous vous rendez compte que sur votre table de nuit, il y a 3 flacons : 2 contiennent un médicament contre le mal de tête, et le troisième contient un anti-inflammatoire qui cause effectivement des maux d'estomac dans 80% des cas. Cependant, votre médecin vous avait averti que les cachets pour le mal de tête pouvaient aussi provoquer des maux d'estomac dans 5% des cas.

Quelle est la probabilité que vous vous soyez trompé de médicament au milieu de la nuit sachant qu'en ce moment votre estomac vous fait souffrir ?

Exercice 2

Afin de mieux servir ses clients, un magasin a mesuré le temps d'attente, noté x , au guichet de son service après-vente. Le temps d'attente est mesuré en minutes. La personne en charge de l'étude vous communique les données suivantes :

$$V(x) = 17,18 \quad \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 = 50,17 \quad \sum_{i=1}^k n_i x_i = 425$$

- 1) Déterminer l'effectif total à partir duquel l'enquête a été réalisée. Indiquez les valeurs de la moyenne et de l'écart-type.
- 2) L'objectif de la direction est de diminuer le temps d'attente de 30%. Calculer :
 - a) le temps d'attente moyen correspondant ;
 - b) l'écart-type correspondant.
- 3) En effectuant une vérification du chronomètre utilisé, le directeur du magasin s'aperçoit que ce dernier accuse un retard de 5% par rapport au temps réel. Calculer :
 - a) la vraie moyenne ;
 - b) le vrai écart-type.

Exercice 3

Lors d'une étude, on a observé la nationalité et l'état matrimonial d'un groupe de 400 personnes. Leurs répartitions en pourcentages sont reprises dans les tableaux 1 et 2.

Tableau 1. Répartition (%) du groupe par nationalité.

Nationalité	Fréquence (%)
Ivoirienne	40
Congolaise	20
Gabonaise	40
Total	100

Tableau 2. Répartition (%) du groupe par état matrimonial.

Etat matrimonial	Fréquence (%)
Marié	30
Célibataire	50
Divorcé	15
Veuf	5
Total	100

L'on connaît par ailleurs, pour chaque nationalité, la répartition du groupe par état matrimonial (tableau 3).

Tableau 3. Répartition (%) du groupe par état matrimonial selon la nationalité.

Etat matrimonial	Nationalités		
	Ivoirienne	Congolaise	Gabonaise
Marié	50,0	20,0	15,0
Célibataire	37,5	50,0	62,5
Divorcé	10,0	20,0	17,5
Veuf	2,5	10,0	5,0
Total	100,0	100,0	100,0

- 1) A partir de toutes ces informations, remplir le tableau croisé 4 ci-dessous qui présente la distribution de ces 400 personnes par nationalité selon l'état matrimonial.

Tableau 4. Répartition du groupe (effectifs absolus) par nationalité selon l'état matrimonial.

Nationalité	Etat matrimonial				
	Marié	Célibataire	Divorcé	Veuf	Total
Ivoirienne					
Congolaise					
Gabonaise					
Total					

- 2) Quelle est, chez les célibataires, la proportion des Congolais ?
- 3) Donner le pourcentage des Congolais célibataires.
- 4) Reprendre les questions 2) et 3) pour les Gabonais.
- 5) En supposant que les données du tableau ci-dessus proviennent d'un échantillon aléatoire, calculer la probabilité d'être Ivoirien, sachant qu'on est veuf, ainsi que la probabilité d'être un Ivoirien veuf.

Exercice 4

Au cours d'une enquête, on a obtenu la distribution suivante des naissances par âge de la mère au moment de l'enquête.

Tableau 5. Distribution des naissances vivantes par âge de la mère au moment de l'enquête.

Agés des mères (ans)	Naissances vivantes légitimes	Naissances vivantes naturelles
15-20	389	562
20-25	5 413	1 774
25-30	8 127	1 434
30-35	4 397	826
35-40	1 445	339
40-45	212	61
45-50	17	4
Total	20 000	5 000

- 1) Représenter graphiquement les deux séries de naissances et comparer la distribution des naissances légitimes à celles des naissances naturelles.
- 2) Calculer pour chaque série la moyenne et la médiane.
- 3) Déterminer pour chaque distribution la variance et l'écart-type.
- 4) Comparer les deux distributions à l'aide des résultats des questions 2) et 3).

Exercice 5

Une liste contient 5 prénoms féminins et 7 masculins. Trois personnes se présentent à tour de rôle, choisissent chacune un prénom et l'inscrivent au fur et à mesure sur la feuille désignée à cet effet.

- a) Décrire l'épreuve de Bernoulli sous-jacente à cette expérience.
- b) Donner la loi de probabilité de la variable X : nombre de prénoms féminins choisis.
- c) Quelle est la probabilité de tirer au moins 2 prénoms féminins ?
- d) Déterminer le nombre de prénoms féminins choisis le plus probable.

Exercice 6

Le tableau 6 suivant fournit la population totale du pays IFORDIA au cours de l'année 2009.

Tableau 6. Répartition de la population totale d'IFORDIA par région.

Régions	Ensemble		Moins de 25 ans		De 25 à 44 ans		De 45 à 64 ans		65 ans et plus		Ensemble		
	Homme	Femme	H	F	H	F	H	F	H	F	H	F	
Centre	4 557	4 743	19	18	15	14	10	11	5	8	49	51	
Couronne	4 459	4 641	22	21	12	12	10	10	5	8	49	51	
Nord	1 862	1 938	23	22	12	12	9	10	5	7	49	51	
Est	2 303	2 397	22	21	13	12	9	10	5	8	49	51	
Ouest	3 185	3 315	21	20	12	12	10	11	5	9	49	51	
Sud-Ouest	2 646	2 754	18	17	12	12	12	12	7	10	49	51	
Centre-Ouest	2 793	2 907	20	19	13	12	10	11	6	9	49	51	
Sud-Est	2 548	2 652	18	17	13	12	11	12	7	10	49	51	
IFORDIA	24 353	25 347	20	19	13	12	10	11	6	9	49	51	
Répartition de la population totale d'IFORDIA par région selon le sexe.			Pourcentage de la population totale de chaque région et d'IFORDIA par groupe d'âges selon le sexe.									Pourcentage de la population totale de chaque région selon le sexe	

Commentaires :

- En démographie l'âge est donné en "années révolues", par exemple le groupe d'âges 25-44 ans correspond à un âge supérieur ou égal à 25 ans et strictement inférieur à 45 ans.
- La population (statistique) est la population totale d'une région. Les individus (statistiques) sont les habitants de cette région.
- Les deux premières colonnes de chiffres correspondent à la distribution conjointe des effectifs par région selon le sexe.

- Les 8 colonnes suivantes correspondent aux distributions, conditionnelles à la région, des fréquences selon la partition croisée sexe X âge (total ligne = 100% comme les montrent les deux dernières colonnes).
 - Pour les 2 dernières colonnes :
 - o la proportion de femmes = $(\text{population féminine} / (\text{population masculine} + \text{population féminine})) \times 100$.
 - o La proportion d'hommes = $(\text{population masculine} / (\text{population masculine} + \text{population féminine})) \times 100$.
- 1) Quelle est la taille de cette population ?
 - 2) Quelles sont les différentes variables (préciser leurs modalités) utilisées pour caractériser cette population ?
 - 3) Quelles sont celles qui sont catégorielles, continues ?
 - 4) Dans la région du Sud-Ouest combien y a-t-il de femmes âgées de 25-64 ans ?
 - 5) Dans la région du Centre-Ouest combien y a-t-il d'hommes âgés de moins de 25 ans ?
 - 6) Quelle est, par rapport à la population totale, la proportion d'habitants de la région du Centre et celle de la région de la Couronne ?
 - 7) Construire le tableau d'effectifs de la population totale du pays IFORDIA par groupes d'âges selon le sexe, en complétant le tableau 7.

Tableau 7. Répartition de la population totale du pays IFORDIA par groupe d'âges selon le sexe.

Groupe d'âges	Sexe		
	Homme	Femme	Ensemble
Moins de 25 ans	?	?	?
De 25 à 44 ans	?	?	?
De 45 à 64 ans	?	?	?
65 ans et plus	?	?	?
Ensemble	24 353	25 347	49 700

- 8) Fournir une représentation graphique donnant le diagramme des fréquences de la variable âge (que vous pourrez considérer ici comme variable catégorielle) conditionnellement à la variable sexe.

Exercice 7

Des boîtes de carton sont remplies automatiquement de savon en poudre par une machine. D'une boîte à l'autre, le poids du savon versé dans les boîtes varie légèrement autour d'un poids moyen μ . La variabilité autour de ce poids moyen est donnée par $\sigma = 0,2$ once. C'est une caractéristique de la machine donnée par le fabricant. En supposant que la distribution des poids est normale, on veut trouver un intervalle de confiance pour μ , avec un coefficient de confiance de 0,95. A cet effet, on choisit dans la production 25 boîtes au hasard et on pèse leur contenu. On trouve une moyenne $\bar{X} = 10,53$ onces. Déterminer cet intervalle.