

ORGANISME INTERGOUVERNEMENTAL



UNIVERSITE DE YAOUNDE II

IFORD

INSTITUT DE FORMATION ET DE RECHERCHE DEMOGRAPHIQUES

Lauréat du Prix des Nations Unies pour la Population 2011

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE MARS 2012

EPREUVE DE PROBABILITES – STATISTIQUES
(Concours type A)

Durée : 4 heures
Date : 29 mars 2012

Documents non autorisés
Calculatrices autorisées

Barème indicatif

Exercice 1 : 2 points
Exercice 2 : 4 points
Exercice 3 : 3 points
Exercice 4 : 3 points
Exercice 5 : 6 points
Exercice 6 : 2 points

Exercice 1.

IFORDIA effectue deux fois sans remise le tirage d'une bille et note, dans l'ordre, la couleur de chaque bille tirée. L'urne contient au départ 5 billes rouges et 2 vertes.

- 1) Calculez la probabilité que la 2^{ème} bille soit rouge.
- 2) Sachant que la 2^{ème} bille est rouge, calculez la probabilité que la première bille tirée soit rouge.
- 3) Calculez la probabilité que IFORDIA obtienne au moins une bille rouge.

Exercice 2.

Un département de professeurs est composé de 15 personnes. Trois personnes doivent être choisies pour représenter le département à l'assemblée des professeurs du collège.

- 1) Combien de trios peut-on former si les rôles des personnes dans le trio sont différents ?
- 2) Combien de trios peut-on former si les rôles des personnes dans le trio sont identiques ?
- 3) Habib fait partie de ce département. Quelle est la probabilité qu'il fasse partie du trio dans la situation où les rôles sont identiques ?
- 4) Eldie fait aussi partie de ce département. Dans la situation où les rôles sont différents, quelle est la probabilité qu'elle soit la présidente du trio et que Habib ne fasse pas partie du trio ?

Exercice 3.

Une compagnie d'assurance a dressé une statistique du nombre d'accidents survenus aux véhicules qu'elle garantit, pendant une certaine période.

Tableau 1. Répartition des véhicules par nombre d'accidents.

Nombre d'accidents x_i	Nombre de véhicules n_i
0	210
1	250
2	170
3	100
4	90
5	70
6	50
7	40
8	20

- 1) Le coût moyen d'un accident s'élevant, pour la compagnie, à 15 000 F, quelle est la somme totale dont elle a dû disposer pour dédommager les automobilistes concernés ?

- 2) En supposant que la compagnie ne supporte pas de frais de gestion et en supposant qu'elle n'a pas pour objectif de réaliser des profits, quelle somme constante a-t-elle dû demander à chacun de ses assurés pour couvrir l'ensemble des dépenses ?
- 3) Tirer des résultats précédents le nombre moyen d'accidents par véhicule assuré, pour la période considérée.

Exercice 4.

On a enregistré le nombre d'entrées durant un mois dans les cinémas d'un pays pour les trois films A, B et C (tableau 2).

Tableau 2. Nombre d'entrées par film.

Films	Entrées
A	10 000
B	500 000
C	150 000
Total	660 000

- 1) Quelle est la variable sous observation ?
- 2) De quel type de variable s'agit-il (quantitative ou qualitative) ?
- 3) Si quantitative, est-elle discrète ou continue ?
- 4) Quelle est la population sous observation ?
- 5) Les données sont-elles groupées ?
- 6) Etablir le diagramme des effectifs pour ces données (pas un diagramme en camembert).
- 7) Calculer la valeur du mode dans le cas :
 - a. de la variable qualitative ;
 - b. de la variable quantitative.
- 8) Quelle est la fréquentation moyenne parmi ces trois films ?

Exercice 5.

Lors d'une enquête réalisée auprès d'une sous-population d'un pays d'Afrique de l'Ouest, on a collecté des informations sur la taille des familles (variable Y) et le milieu topographique de résidence (variable X).

Le tableau 3 donne la répartition de l'ensemble des familles par milieu topographique. Les tableaux 3.a et 3.b donnent respectivement pour les familles qui résident dans le milieu topographique du Plateau et celles qui résident dans le milieu topographique d'Eboulis les répartitions des familles par taille.

- 1) A partir des tableaux 3, 3.a et 3.b, reconstituer le tableau de contingence de la répartition des familles par taille (variable Y) selon le milieu topographique de résidence (variable X).

- 2) Pour chaque milieu topographique et pour l'ensemble de la sous-population faire une représentation graphique de la distribution des fréquences par taille des familles.
- 3) Dans un contexte de forte solidarité, on définit les typologies de famille suivantes :
 - Une famille de type **restreinte** est une famille qui a une taille inférieure à 10 personnes ;
 - Une famille de type **normale** est une famille qui a une taille comprise entre 10 et 29 personnes ;
 - Une famille de type **élargie** est une famille qui a une taille supérieure ou égale à 30 personnes.

Déterminer pour l'ensemble de cette sous-population et pour chaque milieu topographique les pourcentages des familles restreintes, normales et élargies.

- 4) Déterminer pour chaque milieu topographique les tailles moyenne et médiane ainsi que l'écart-type.
- 5) Que peut-on conclure quant aux scissions des familles ? Commentez votre réponse.

Tableau 3. Répartition des familles par milieu topographique de résidence.

Milieu topographique de résidence	Effectif
Plateau	754
Eboulis	2032
Total	2786

Tableau 3.a. Répartition (%) des familles du Plateau par taille.

Taille de la famille	Effectif (%)
1 – 9 personnes	25,2
10 – 19 personnes	32,1
20 – 29 personnes	18,6
30 – 39 personnes	7,7
40 – 49 personnes	7,4
50 – 89 personnes	9,0
Total	100,0

Tableau 3.b. Répartition (%) des familles d'Eboulis par taille.

Taille de la famille	Effectif (%)
1 – 9 personnes	61,9
10 – 19 personnes	31,3
20 – 29 personnes	5,3
30 – 39 personnes	1,0
40 – 49 personnes	0,4
50 – 89 personnes	0,1
Total	100,0

Exercice 6.

On considère un échantillon suffisamment petit qui fera l'objet d'un suivi répété, afin d'estimer le nombre de repas pré-cuisinés dans une grande ville. Le taux de réponse élevé signifie que l'échantillon est essentiellement aléatoire. On a enregistré, lors d'une enquête, le nombre de repas « prêts à consommer » pris par chaque individu au cours de la semaine précédente ; et en résumé l'on obtient : $\bar{X} = 0,82$, $s = 0,48$ et $n = 180$. Calculer un intervalle de confiance à 95 % pour la moyenne de la population totale de cette ville.

TABLE D

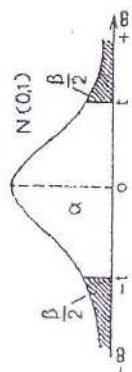
IV. Table de la loi normale, centrée, réduite, réduite $\mathcal{N}(0,1)$
(dite table de l'écart-réduit)

La table donne la probabilité β pour que l'écart-réduit Z égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée t , c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle $(-t, +t)$.

$$\beta = 1 - \alpha$$

$$\beta = \Pr \{ -t \leq Z \leq +t \}$$

$$\beta = 2[1 - \Pi(t)]$$



β	00,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	∞	2,576	2,326	2,170	2,064	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,234	1,191	1,150	1,117	1,086	1,056	1,027	1,000	0,975
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

La probabilité α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Ex. : Pour $Z = 1,96$ la probabilité est $\beta = 0,00 + 0,05 = 0,05$.

Table pour les petites valeurs de β

β	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001
Z	3,29053	3,89059	4,41717	4,89164	5,32672	5,73073

TABLE DE LA FONCTION INTÉGRALE DE LA LOI DE LAPLACE-GAUSS

(Probabilité de trouver une valeur inférieure à u)

$$\Pi(u) = \int_{-\infty}^u y(x) dx = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$



u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56750	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59484	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67365	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76731	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84850	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91934	0,92093	0,92250	0,92404	0,92556	0,92707	0,92856	0,92999	0,93146	0,93289
1,5	0,93430	0,93574	0,93716	0,93856	0,93993	0,94128	0,94261	0,94392	0,94521	0,94648
1,6	0,94773	0,94895	0,95015	0,95134	0,95251	0,95366	0,95479	0,95589	0,95696	0,95801
1,7	0,95904	0,96013	0,96120	0,96226	0,96330	0,96432	0,96532	0,96630	0,96726	0,96821
1,8	0,96915	0,97007	0,97097	0,97186	0,97273	0,97358	0,97441	0,97522	0,97601	0,97678
1,9	0,97753	0,97825	0,97895	0,97963	0,98029	0,98093	0,98155	0,98215	0,98273	0,98329
2,0	0,98384	0,98438	0,98490	0,98540	0,98588	0,98634	0,98678	0,98721	0,98762	0,98801
2,1	0,98839	0,98876	0,98911	0,98945	0,98977	0,99008	0,99037	0,99065	0,99092	0,99118
2,2	0,99143	0,99168	0,99191	0,99213	0,99234	0,99254	0,99272	0,99289	0,99305	0,99320
2,3	0,99334	0,99348	0,99361	0,99374	0,99386	0,99397	0,99408	0,99418	0,99428	0,99437
2,4	0,99446	0,99454	0,99462	0,99469	0,99476	0,99482	0,99488	0,99493	0,99498	0,99502
2,5	0,99506	0,99510	0,99514	0,99518	0,99521	0,99524	0,99527	0,99530	0,99532	0,99535
2,6	0,99538	0,99540	0,99542	0,99544	0,99546	0,99548	0,99549	0,99551	0,99552	0,99554
2,7	0,99556	0,99557	0,99558	0,99559	0,99560	0,99561	0,99562	0,99563	0,99564	0,99565
2,8	0,99566	0,99567	0,99568	0,99569	0,99570	0,99571	0,99572	0,99573	0,99574	0,99575
2,9	0,99576	0,99577	0,99578	0,99579	0,99580	0,99581	0,99582	0,99583	0,99584	0,99585

TABLE DE $1 - \Pi(u)$ POUR LES GRANDES VALEURS DE u

u	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3,0	1,35 10 ⁻⁶	9,68 10 ⁻⁷	6,87 10 ⁻⁷	4,81 10 ⁻⁷	3,37 10 ⁻⁷	2,33 10 ⁻⁷	1,59 10 ⁻⁷	1,08 10 ⁻⁷	7,23 10 ⁻⁸	4,81 10 ⁻⁸
3,1	3,17 10 ⁻⁷	2,07 10 ⁻⁷	1,33 10 ⁻⁷	8,3 10 ⁻⁸	5,4 10 ⁻⁸	3,4 10 ⁻⁸	2,1 10 ⁻⁸	1,3 10 ⁻⁸	7,9 10 ⁻⁹	4,8 10 ⁻⁹
3,2	2,9 10 ⁻⁸	1,7 10 ⁻⁸	1,0 10 ⁻⁸	5,8 10 ⁻⁹	3,3 10 ⁻⁹	1,9 10 ⁻⁹	1,1 10 ⁻⁹	6,0 10 ⁻¹⁰	3,1 10 ⁻¹⁰	1,8 10 ⁻¹⁰

NOTA : La table donne les valeurs $\Pi(u)$ pour u positif ; lorsque u est négatif, il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.
Exemple : pour $u = -1,37$ $\Pi(u) = 0,91466$
pour $u = -1,37$ $\Pi(u) = 0,08534$

TABLE A

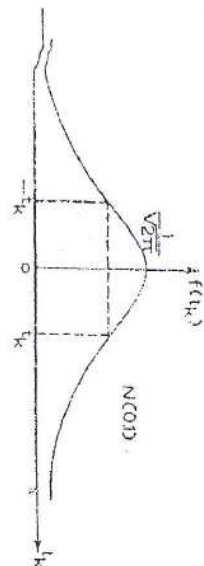
1. Extraits de la table de la loi normale, centrée, réduite : $\mathcal{N}(0,1)$

La loi normale, centrée, réduite est caractérisée par la densité de probabilité :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{x^2}{2} \right]$$

où x est la variable, centrée, réduite.

La fonction $f(x)$ est symétrique : $f(x) = f(-x)$.



x_k	$f(x_k)$	$F(x_k)$
0.0	0.39894	0.50000
0.1	0.39695	0.53983
0.2	0.39498	0.57926
0.3	0.39294	0.61794
0.4	0.39083	0.65542
0.5	0.38864	0.69146
0.6	0.38637	0.72607
0.7	0.38403	0.75904
0.8	0.38161	0.79032
0.9	0.37910	0.81994
1.0	0.37659	0.84779
1.1	0.37409	0.87394
1.2	0.37158	0.89844
1.3	0.36907	0.92124
1.4	0.36656	0.94229
1.5	0.36405	0.96159
1.6	0.36154	0.97904
1.7	0.35903	0.99479
1.8	0.35652	0.99894
1.9	0.35401	0.99979
2.0	0.35150	0.99994
2.1	0.34899	0.99999
2.2	0.34648	0.99999
2.3	0.34397	0.99999
2.4	0.34146	0.99999
2.5	0.33895	0.99999
2.6	0.33644	0.99999
2.7	0.33393	0.99999
2.8	0.33142	0.99999
2.9	0.32891	0.99999
3.0	0.32640	0.99999



$$y(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}$$

TABLE DE $y(u)$ POUR LES GRANDES VALEURS DE u

u	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	0.39894	0.39695	0.39498	0.39294	0.39083	0.38864	0.38637	0.38403	0.38161	0.37910
0.1	0.37659	0.37409	0.37158	0.36907	0.36656	0.36405	0.36154	0.35903	0.35652	0.35401
0.2	0.35150	0.34899	0.34648	0.34397	0.34146	0.33895	0.33644	0.33393	0.33142	0.32891
0.3	0.32640	0.32389	0.32138	0.31887	0.31636	0.31385	0.31134	0.30883	0.30632	0.30381
0.4	0.30130	0.29879	0.29628	0.29377	0.29126	0.28875	0.28624	0.28373	0.28122	0.27871
0.5	0.27620	0.27369	0.27118	0.26867	0.26616	0.26365	0.26114	0.25863	0.25612	0.25361
0.6	0.25110	0.24859	0.24608	0.24357	0.24106	0.23855	0.23604	0.23353	0.23102	0.22851
0.7	0.22600	0.22349	0.22098	0.21847	0.21596	0.21345	0.21094	0.20843	0.20592	0.20341
0.8	0.20090	0.19839	0.19588	0.19337	0.19086	0.18835	0.18584	0.18333	0.18082	0.17831
0.9	0.17580	0.17329	0.17078	0.16827	0.16576	0.16325	0.16074	0.15823	0.15572	0.15321
1.0	0.15070	0.14819	0.14568	0.14317	0.14066	0.13815	0.13564	0.13313	0.13062	0.12811
1.1	0.12560	0.12309	0.12058	0.11807	0.11556	0.11305	0.11054	0.10803	0.10552	0.10301
1.2	0.10050	0.09799	0.09548	0.09297	0.09046	0.08795	0.08544	0.08293	0.08042	0.07791
1.3	0.07540	0.07289	0.07038	0.06787	0.06536	0.06285	0.06034	0.05783	0.05532	0.05281
1.4	0.05030	0.04779	0.04528	0.04277	0.04026	0.03775	0.03524	0.03273	0.03022	0.02771
1.5	0.02520	0.02269	0.02018	0.01767	0.01516	0.01265	0.01014	0.00763	0.00512	0.00261
1.6	0.00210	0.00159	0.00108	0.00057	0.00006	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000