Université de Yaoundé II
INSTITUT DE FORMATION
ET DE RECHERCHE DEMOGRAPHIQUES
(I.FO.R.D.)

- Avril 2003 -

CONCOURS DE RECRUTEMENT

EPREUVE DE PROBABILITES ET STATISTIQUE
(Concours A)

Durée : 4 heures

Documents non autorisés
Utilisation des calculatrices autorisée

BAREME INDICATIF :

Exercice 1 : 4 points
Exercice 2 : 4 points
Exercice 3 : 4 points
Exercice 4 : 4 points
Exercice 5 : 4 points

Exercice 1 (4 points)

Le tableau ci-dessous donne les notes (sur un total de 10) d'une classe de 40 étudiants à l'issue d'une composition en statistique.

7	5	6	2	8	7	6	7	3	9
10	4	5	5	4	6	7	4	8	2
3	5	6	7	9	8	2	4	7	9
4	6	7	8	3	6	7	9	10	5

a) Arranger ces notes dans un tableau de fréquence en allant de la plus faible à la plus élevée. Calculer les fréquences absolues et relatives de la variable aléatoire discrète ainsi constituée. Calculer les fréquences cumulées.

b) Calculer la moyenne, l'écart-type et la médiane de cette variable.

c) Transformer la variable aléatoire discrète en une variable aléatoire continue en créant des classes autour des valeurs discrètes (par exemple la classe 1,5-2,4 autour de la valeur 2). Compléter le tableau de fréquence en calculant les fréquences absolues, relatives et les fréquences relatives cumulées. Calculer la moyenne et l'écart-type.

d) Représenter l'histogramme des fréquences relatives et la courbe des fréquences cumulées.

Exercice 2 (4 points)

Une urne contient 10 boules dont 5 boules rouges, 3 boules bleues et 2 boules vertes.

a) On prélève au hasard une boule de l'urne.

1) Quelle est la probabilité que cette boule soit rouge ?
2) Quelle est la probabilité qu'elle soit bleue ?
3) Quelle est la probabilité qu'elle soit verte ?
4) Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas rouge ?
5) Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas bleue ?
6) Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas verte ?
7) Quelle est la probabilité qu'elle soit verte ou non verte ?

b) On entend par « odds » le rapport de la probabilité d'un événement A quelconque sur la probabilité de son événement contraire $\bar{A}$

$$\text{Odds} = \frac{P(A)}{P(\bar{A})}$$

1) Quel est le « odds » d'avoir une boule rouge ?
2) Quel est le « odds » d'avoir une boule bleue ?
3) Quel est le « odds » d'avoir une boule verte ?

Exercice 3 (4 points)

Dans une usine de fabrication, l'expérience montre que sur 100.000 unités produites par l'équipe du matin, 200 sont défectueuses. Sur 100.000 unités produites par l'équipe du soir, 500 sont défectueuses.

Sur une période de 24 heures 1.000 unités sont produites par l'équipe du matin et 600 unités sont produites par l'équipe du soir, soit 1.600 unités au total.

On tire au hasard une unité des 1.600 unités produites au cours de 24 heures,

a) Quelle est la probabilité que l'unité soit produite par l'équipe du matin ?
b) Quelle est la probabilité qu'elle soit produite par l'équipe du soir ?
c) Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?
d) Quelle est la probabilité d'avoir une unité défectueuse dans le lot produit par l'équipe du matin ?
e) Quelle est la probabilité d'avoir une unité défectueuse dans le lot produit par l'équipe du soir ?
f) Quelle est la probabilité que l'unité tirée soit produite par l'équipe du matin et défectueuse ?
g) Quelle est la probabilité que l'unité soit produite par l'équipe du soir et défectueuse ?
h) Quelle est la probabilité qu'elle soit produite par l'équipe du soir et non défectueuse ?
i) Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse, qu'elle soit produite par l'équipe du matin ou du soir ?

Exercice 4 (4 points)

a) Quelle différence y a-t-il entre la loi binomiale et la loi de poisson ?
b) Donner des exemples d'application de ces 2 lois.
c) Dans quelles conditions la loi de poisson peut-elle être utilisée comme approximation de la loi binomiale ?
d) Soit P(X) la probabilité de connaître X succès dans une expérience. P(X) correspond à une loi de poisson et s'écrit :

$$P(X) = \frac{\alpha^X e^{-\alpha}}{X\,!}$$

α = le nombre moyen de succès sur une période de temps donnée,
e = la base du logarithme népérien (e = 2,71828).

Supposons que une station d'essence on enregistre 6 clients par heure.

i. Quelle est la probabilité d'avoir 3 personnes chaque heure ?
ii. Quelle est la probabilité d'avoir 3 personnes ou moins chaque heure ?
iii. Quelle est la moyenne et l'écart-type de cette distribution ?

e) Supposons que la probabilité d'avoir un enfant de teint clair est de ¼. S'il y a ... enfants dans la famille, quelle est la probabilité d'avoir la moitié avec un teint clair ?

f) Si la probabilité d'atteindre la cible lors d'un tir est de 0,3. Quelle est la probabilité d'atteindre la cible au moins 3 fois pendant 4 tirs.

g) On lance une pièce de monnaie 5 fois. Quelle est la probabilité d'avoir face au plus 2 fois.

Quelle est la moyenne et l'écart-type de la distribution de la variable nombre de fois que le côté face apparaît ?

Exercice 5 (4 points)

Dans une ville africaine, on a procédé à un dénombrement de la population que l'on a classée selon le sexe et l'âge. Le résultat de ce dénombrement figure dans le tableau de la page 5 :

Le groupe d'âges « 0 an » est composé des enfants âgés de moins d'un an.

Le groupe d'âges « 1 - 4 ans » concerne les enfants âgés d'un an et plus qui n'ont pas encore fêté leur 5ème anniversaire.

Le groupe d'âges « 75 ans et plus » concerne les personnes âgées de 75 ans et plus. Pour ce groupe, on admettra qu'aucun individu de la population n'atteint l'âge de ... ans.

Les autres groupes d'âges sont notés « i - i+4 ans » où i est un nombre entier multiple de 5. Chaque groupe « i - i+4 ans » concerne les personnes dont l'âge est supérieur ou égal à i ans, qui n'ont pas encore atteint l'âge de i + 5 ans.

1. Dans la population totale, quelle est la proportion des personnes âgées de moins de 20 ans, entre 15 et 49 ans ?
2. Construire l'histogramme de la distribution de la population totale et calculer l'âge moyen de toute la population.
3. On appelle « rapport de masculinité », noté r par la suite, le rapport de l'effectif de la population masculine à l'effectif de la population féminine, soit :

$$R = \frac{\text{Effectif de la population masculine}}{\text{Effectif de la population féminine}}$$

Calculer le rapport de masculinité pour l'ensemble de la population.

4. Calculer pour chaque groupe d'âges, le rapport de masculinité correspondant. Ces rapports seront calculés avec 2 décimales. Présenter ces résultats sous la forme d'un tableau statistique en les regroupant par classes d'amplitude 0,10, la première classe étant bornée inférieurement par 0,3...

Répartition de la population par sexe et par groupe d'ages

Groupes d'âges \ Sexe	Masculin	Féminin	Total
0 an	350	323	673
1 - 4 ans	1 182	1 182	2 364
5 – 9 "	1 354	1 321	2 675
10 – 14 "	1 377	1 210	2 587
15 – 19 "	1 206	1 061	2 267
20 – 24 "	783	751	1 534
25 – 29 "	560	538	1 098
30 – 34 "	422	490	972
35 – 39 "	393	550	943
40 – 44 "	368	396	764
45 – 49 "	313	366	679
50 – 54 "	257	239	496
55 – 59 "	197	172	369
60 – 64 "	117	103	220
65 – 69 "	40	59	99
70 – 74 "	24	46	70
75 ans et plus	8	26	34
	13	31	44
Total	8 964	8 864	17 828