ORGANISME INTERETATIQUE

UNIVERSITE DE YAOUNDE II

IFORD

INSTITUT DE FORMATION ET DE RECHERCHE DEMOGRAPHIQUES

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE MARS 2011

30 – 31 MARS 2011

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
(Concours type A)

Durée : 4 heures

Documents non autorisés
Utilisation des calculatrices autorisée

BAREME INDICATIF

Exercice 1 : 3,5 points
Exercice 2 : 1,0 point
Exercice 3 : 3,0 points
Exercice 4 : 3,0 points
Exercice 5 : 1,5 point
Exercice 6 : 1,5 point
Exercice 7 : 1,0 point
Exercice 8 : 2,0 points
Exercice 9 : 1,5 point
Exercice 10 : 2,0 points

RD • ✉ BP 1556 – Yaoundé (CAMEROUN) • Email : iford@iford-cm.org • Web : www.iford-cm.org
: (+237) 22 22 24 71 / 22 23 29 47 / ... Fax : (+237) 22 22 67 93

Exercice 1.

Le quotient de mortalité et le taux de mortalité dans une génération comptant S_x survivants à l'âge exact x et D(x,x+n) décès entre les âges exacts x et x+n se calculent par les formules suivantes :

$$q = \frac{D(x,x+n)}{S_x} \quad (1) \quad et \quad t = \frac{D(x,x+n)}{n\frac{S_x + S_{x+n}}{2}} \quad (2)$$

En outre on a : $D(x,x+n) = S_x - S_{x+n}$.

A partir des formules (1) et (2), établir la relation entre q et t dans les deux cas suivants :

a) Sous l'hypothèse que le nombre de survivants décroît linéairement lorsque l'âge augmente : $S_x = -ax + b$.

b) En supposant que le nombre de survivants décroît exponentiellement lorsque l'âge augmente : $S'_x = e^{-ax+b}$.

c) Application numérique.
Comparer les relations établies aux questions a) et b) avec celle établie empiriquement en 1939 par Reed et Merrell : $q = 1 - e^{(-nt - 0,008n^3t^2)}$ et les valeurs de t reprises dans le tableau ci-dessous.

x	5	10	15	20	25	30
t	0,002682	0,001555	0,002468	0,003625	0,004615	0,005595

Exercice 2.

Si la population d'un pays double en 50 ans, en combien de temps triplera-t-elle, compte tenu de ce que le taux instantané d'accroissement est proportionnel au nombre d'habitants ?

Exercice 3.

Soit f une fonction numérique d'une variable réelle définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2e^x - 1 & si \quad x < 0 \\ f(x) = 1 + ln(x+1) & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$.
2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
3) Etudier les branches infinies de la courbe C_f.
4) Construire la courbe Cf dans un repère orthonormé.

Exercice 4.

Soit la suite (U_n) de terme général : $\forall n \in N, \quad U_n = \int_n^{n+1} (x+1)e^x dx$

1) Justifier l'existence de la suite (U_n) et calculer U_n en fonction de n.
2) Etudier la convergence éventuelle de la suite (U_n).
3) $\forall n \in N$, soit $S_n = \sum_{i=0}^{n} U_i$, la somme des n+1 premiers termes de la suite (U_n).

Calculer S_n en fonction de n et déterminer sa limite quand n tend vers l'infini.

Exercice 5.

Tokam part du Cameroun avec une somme de 675.000 FCFA et doit visiter n pays d'Afrique situé dans la zone hors CFA. Sachant que le taux d'échange est de 15 % à chaque frontière et que tous les frais de séjours et de transport y compris le transport au Cameroun sont pris en charge par ses amis.

a) Combien lui reste-t-il au troisième pays ?
b) Combien de pays doit-il visiter pour qu'au retour au Cameroun il lui reste moins de 200.000 FCFA

Exercice 6.

Déterminer trois fonction x, y et z d'une même variable t, sachant qu'elles satisfont au système d'équations différentielles suivant :

$$(I) \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y + z - 2x \\ \dfrac{dy}{dt} = z + x - 2y \\ \dfrac{dz}{dt} = x + y - 2z \end{cases}$$

De plus, pour t = 0, x = 0, y = - 1 et z = 4 ?

Exercice 7.

Trouver l'équation différentielle associée à la fonction définie par $x^2y^3 + x^3y^5 = C$.

Exercice 8.

Résoudre graphiquement et analytiquement le système d'équations :

$$\begin{cases} 3y + x + 6 = 0 \\ y - 2x = -2 \end{cases}$$

Exercice 9.

Parmi 10.000 nouveaux-nés, 8.000 survivent à 30 ans et 500 survivent à 80 ans.

a) Déterminer par interpolation polynomiale le nombre de survivants à 50 ans.

b) Si on est amené à penser que la courbe des survivants admet un point d'inflexion pour un âge égal 70 ans, améliorer l'estimation du nombre de survivants à 50 ans.

Exercice 10.

Ecrire l'équation des fonctions caractérisées comme suit :

a) Parabole passant par les points (2 ; 5), (0 ; 3) et qui passe par un minimum d'ordonnée $y = 0$.

b) Fonction de troisième degré admettant comme tangente d'inflexion en $x = 1$ la droite d'équation $2x + y = 4$ et passant par le point (0 ; 0).