



## CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - POLYTECH

### Épreuve de Sciences Industrielles PSI

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

---

**L'usage de calculatrices est autorisé.**

#### AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Le candidat devra porter l'ensemble de ses réponses sur le cahier réponses, à l'exclusion de toute autre copie. Les résultats doivent être reportés dans les cadres prévus à cet effet.

**Tournez la page S.V.P.**

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

---

## Dérailleurs de vélo de course Shimano Ultegra Di2

---

### QUESTIONNAIRE



Le sujet remis aux candidats comprend :

- un questionnaire
- un dossier technique regroupant les annexes
- un cahier de réponses

Le questionnaire est composé de 4 parties indépendantes :

- Validation de la géométrie choisie pour les changements de vitesses à l'arrière page 4 à 9
- Validation du temps de changement de vitesse page 10 à 14
- Validation de l'autonomie de la batterie page 15 à 16
- Programmation de la stratégie de changement de vitesse page 17 à 18

La partie I est décomposée en sous-parties indépendantes les unes des autres (repérées par le symbole ◆) pour la plupart des questions.

Il est précisé que le candidat devra porter l'ensemble de ses réponses sur le cahier prévu à cet effet, à l'exclusion de toute autre copie.

## Présentation générale du système

Le vélo fait partie des moyens de transport dont l'utilisation est en augmentation. En effet, depuis quelques années avec l'épuisement progressif des ressources fossiles (pétrole, charbon, gaz naturel, ...), les ingénieurs cherchent à diversifier les moyens de transport. Le vélo revient ainsi sur le devant de la scène.

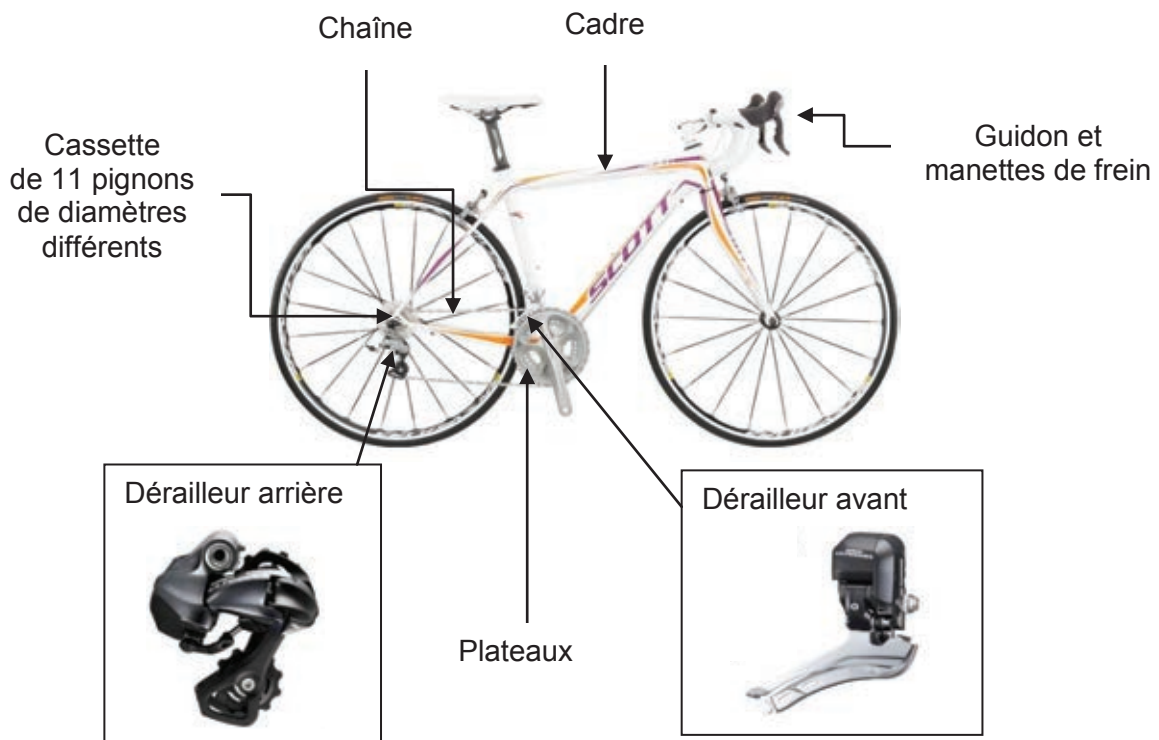
Différents types de vélos existent sur le marché permettant de répondre à des besoins spécifiques que l'on pourrait classer suivant plusieurs catégories :

Type d'utilisation	Lieu d'utilisation	Assistance
<ul style="list-style-type: none"><li>- utilisation en loisir,</li><li>- utilisation sportive,</li><li>- utilisation en compétition.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- en ville,</li><li>- sur route,</li><li>- sur des chemins,</li><li>- en montagne,...</li></ul>	Avec ou sans

Dans ce sujet, nous étudierons le système de changement de vitesses sur un vélo de route conçu pour une utilisation en compétition avec dérailleurs électriques (et bien sûr sans utilisation d'assistance à la propulsion du vélo).

Le dérailleur est un système qui permet de changer le rapport de réduction entre la vitesse de rotation du pédalier et la vitesse de rotation des roues. Il se place sur la chaîne du vélo et déplace la chaîne pour la placer au niveau d'un plateau (dérailleur avant) et au niveau d'un pignon (dérailleur arrière). Une action du cycliste sur la commande séquentielle du dérailleur au niveau des manettes permet de « monter » ou de « descendre » le rapport vitesse et ainsi d'adapter l'action à fournir par le cycliste selon sa volonté.

La société Shimano conçoit des dérailleurs pour tous types de vélos. Nous nous intéresserons au dérailleur **Shimano Ultegra Di2 Série 6870**.



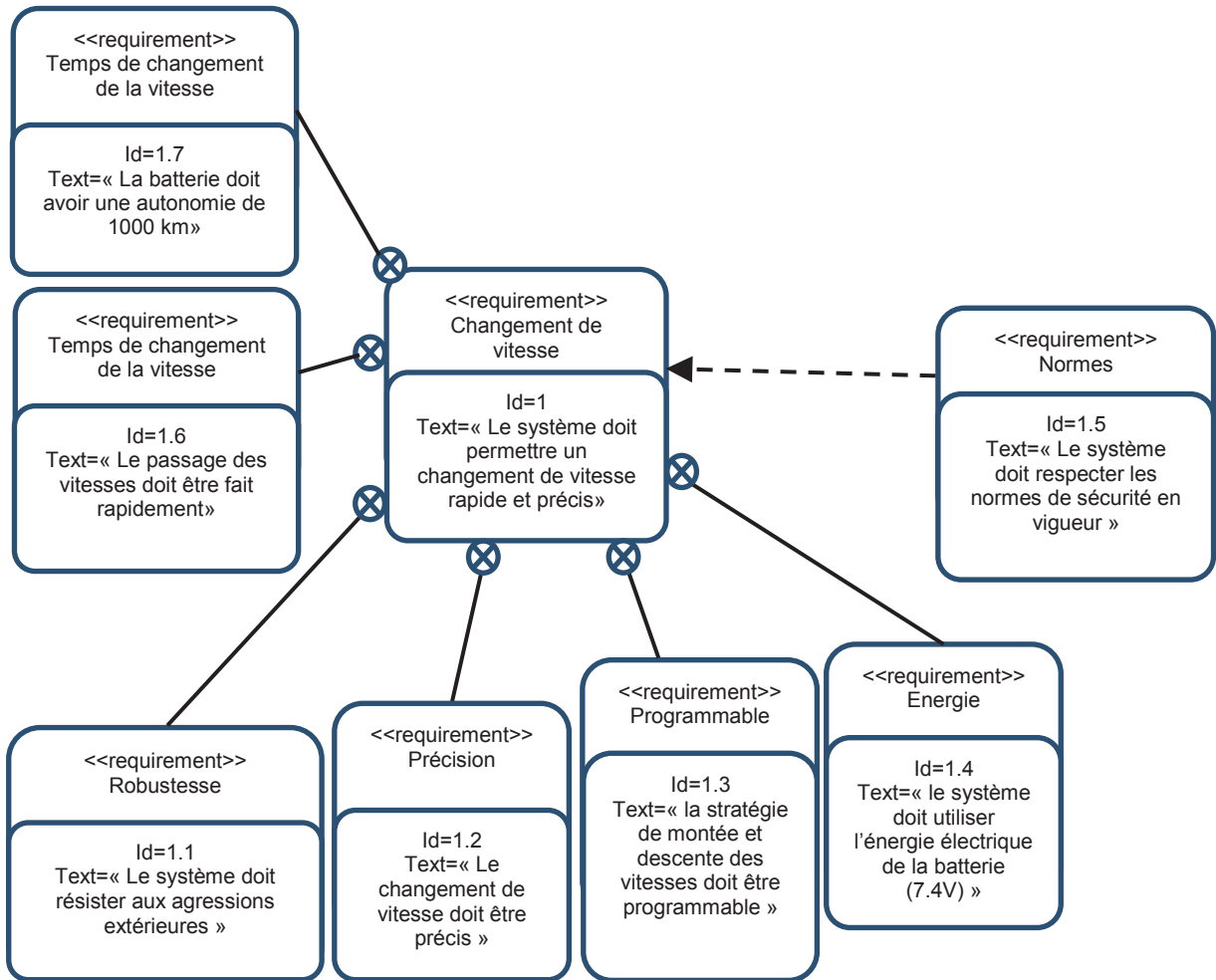


Figure 1. Diagramme des exigences du dérailleur arrière

Extrait du cahier des charges :

Exigence	Critères	Niveaux
1.2	<b>Précision par rapport à la position centrée</b>	<b>0,34 mm</b>
1.2	<b>Distance entre le galet de guidage et les pignons</b>	<b>non contact</b>
1.3	<b>Adaptation au type de parcours</b>	<b>Route, cyclocross, VTT</b>
1.6	<b>Temps de changement de vitesse (valeur en s)</b>	<b>&lt; 0,3 s</b>
1.6	<b>Dépassement (valeur en mm)</b>	<b>= 0,5 mm</b>
1.7	<b>Autonomie de la batterie</b>	<b>1000 km</b>

L'exigence de rapidité 1.6 est associée de manière évidente à un critère temporel mais elle nécessite également de cibler un dépassement de 0,5 mm afin que la chaîne puisse « accrocher » plus rapidement le pignon demandé. Au-delà de cette valeur, on pourrait engager le pignon suivant et en dessous de cette valeur, le passage serait moins rapide.

Les parties I, II, III et IV sont indépendantes.

----- Fin de la présentation du système -----

## PARTIE I : Validation de la géométrie choisie pour les changements de vitesses à l'arrière.

Objectif : Vérifier que le dérailleur arrière du vélo permette de positionner la chaîne en face du pignon désiré par le cycliste.

◆ Choix de la loi d'évolution du déplacement de la chape de dérailleur

---

Le dérailleur arrière Shimano se fixe sur le cadre du vélo, proche de l'axe de la roue arrière.

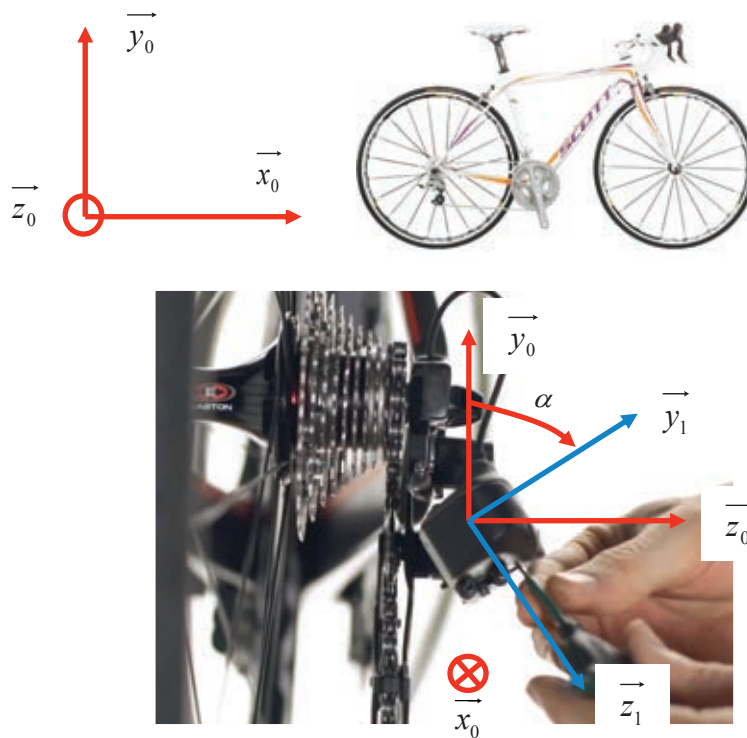
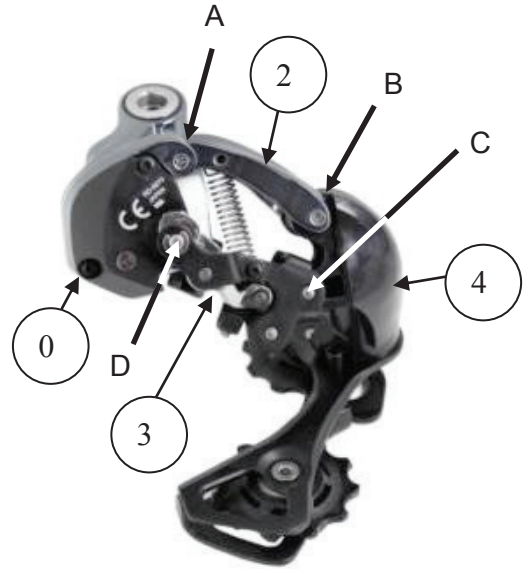
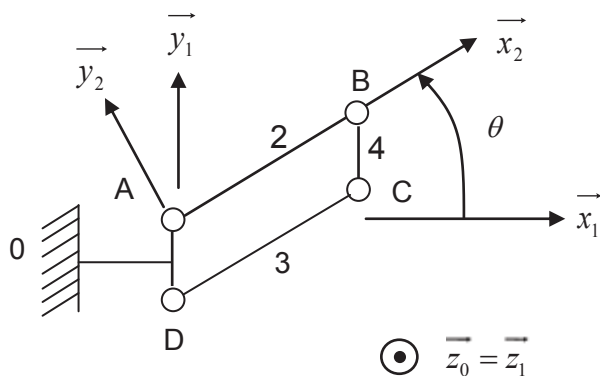


Figure 2. Vélo vu de l'arrière

L'angle  $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  est fixe et vaut :  $\alpha = 50^\circ$ .

D'un point de vue cinématique, le dérailleur peut se modéliser par un parallélogramme articulé (appelé « système 4 barres ») dans le plan  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ . En effet, comme l'illustre le modèle ci-après, le parallélogramme ABCD se déforme.

## Modèle simplifié (modèle plan) :



- 0 : Cadre du vélo (supposé fixe)
- 2 et 3 : Bielles intermédiaires
- 4 : Chape de dérailleur

**Figure 3.** Modélisation du dérailleur dans le plan  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$

Paramétrage :

$$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{DC} = L\vec{x}_2 \\ \overline{DA} = \overline{CB} = l\vec{y}_1 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} L = 30 \text{ mm} \\ l = 13 \text{ mm} \end{cases}$$

L'axe  $(A, \vec{z}_1)$  passe par le point O' (voir annexe A).

On note  $\theta$  l'angle qui positionne l'axe  $\vec{x}_2$  par rapport à l'axe  $\vec{x}_1$ . Il varie entre  $-60^\circ$  et  $60^\circ$ .

Le fabricant a choisi un système 4 barres réalisé avec 4 liaisons pivots pour permettre le changement de vitesses. Ceci permet à la chape de dérailleur d'avoir un mouvement de translation par rapport au cadre du vélo et donc de ne pas tordre la chaîne.

- Question 1:** Calculer le degré d'hyperstatisme du système constitué des pièces 0, 2, 3 et 4.
- Question 2:** Justifier l'intérêt du caractère hyperstatique du système vis-à-vis des exigences données.
- Question 3:** Exprimer le vecteur position  $\overline{AB}$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  en fonction de l'angle  $\theta$ .
- Question 4:** En déduire l'expression du déplacement  $d = \overline{AB} \cdot \vec{z}_0$  de la chape de dérailleur projeté suivant l'axe  $\vec{z}_0$ .

Pour une cassette de 11 pignons, le fabricant préconise de régler à la main l'alignement de la chape de dérailleur avec le pignon central (le 6<sup>ème</sup>, le plus grand sera noté le 1<sup>er</sup> pignon). Ensuite on place la chape de dérailleur (**voir annexe A**) dans chacune des deux positions extrêmes (en face du petit pignon puis du grand pignon) afin de régler les deux butées de fin de course.

- Question 5:** Justifier pourquoi le fabricant fait la préconisation de se caler sur le 6<sup>ème</sup> pignon.

On suppose que pour passer d'un pignon au pignon voisin, le système de commande du dérailleur électrique **Di2** fait tourner le moteur (voir **annexes A et C**) du même angle à chaque fois. Comme l'illustre l'**annexe B**, la largeur intérieure de la chaîne, dimension laissant passer l'épaisseur d'un pignon, est de 2,18 mm. Un pignon mesure 1,5 mm d'épaisseur. La distance entre 2 pignons consécutifs est de 4 mm.

**Question 6:** D'après les dimensions données, donner la valeur du défaut de positionnement suivant  $\vec{z}_0$  par rapport à la position centrée que l'on peut accepter pour que la chaîne puisse s'accoupler au pignon choisi.

On fournit sur le document réponse l'évolution de la distance  $d$  en fonction de l'angle  $\theta$  trouvée à la question 4.

**Question 7:** a) Approximer graphiquement par une droite l'évolution de  $d(\theta)$  proposée sur le document réponse **en minimisant l'erreur maximale**.

b) Estimer sur le graphique l'erreur de positionnement maximale faite entre la loi calculée et la loi linéaire. Est-ce acceptable avec les valeurs de largeurs de chaîne et de pignon données ? Conclure.

◆ Eviter le contact entre les pignons arrières et le galet de guidage (exigence 1.2).

L'**annexe D** permet de visualiser le galet de guidage. Le fabricant propose différents étagements de pignons arrières (cassettes) selon les parcours empruntés par le cycliste, et son niveau sportif. Les valeurs données dans le tableau ci-dessous correspondent aux nombres de dents de chaque pignon pour deux cassettes différentes.

Cassettes Shimano Ultegra CS-6800 11 vitesses :

	Nom	Nombres de dents										
Cassette 1	11-23	11	12	13	14	15	16	17	18	19	21	23
Cassette 2	11-28	11	12	13	14	15	17	19	21	23	25	28

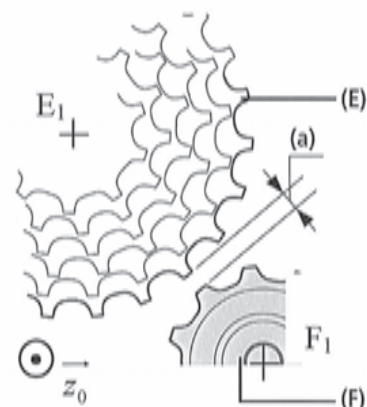
Par analogie avec les engrenages, on considère qu'une roue dentée se comporte cinématiquement comme un cylindre de diamètre  $D_i$ . La relation entre le diamètre  $D_i$  et le nombre de dents  $Z_i$  de chaque pignon  $i$  est donc :  $D_i = mZ_i$  avec  $m$  le module de l'engrènement ( $m = 3,3 \text{ mm}$ ).

Pour le réglage du jeu entre le dérailleur et les pignons dans le plan  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$ , le fabricant préconise de placer le dérailleur arrière à **a=5mm** du plus grand pignon arrière.

(E) est le grand pignon arrière de centre  $E_1$ .

(F) est le galet de guidage de centre  $F_1$  tenu par la chape de dérailleur

L'expression du déplacement  $d$  de la chape de dérailleur suivant  $\vec{z}_0$  est :  $d = L \cdot \sin \theta \cdot \sin \alpha$



On suppose que le déplacement du centre  $F_1$  du galet de guidage (F) s'effectue dans le plan défini par les deux vecteurs :  $(\vec{E}_1\vec{F}_1, \vec{z}_0)$ . Le point  $E_1$  est supposé fixe.

**Question 8:** Pour les dimensions de la cassette données dans l'annexe B, déterminer quelle est la valeur minimale de l'angle  $\alpha$  pour pouvoir déplacer la chape de dérailleur sur toute l'épaisseur de la cassette. Comparer avec la valeur choisie par le fabricant ( $\alpha = 50^\circ$ ) et conclure sur la possibilité de changement de vitesse.

On cherchera à assurer que le galet de guidage reste toujours à peu près à la même distance des pignons.

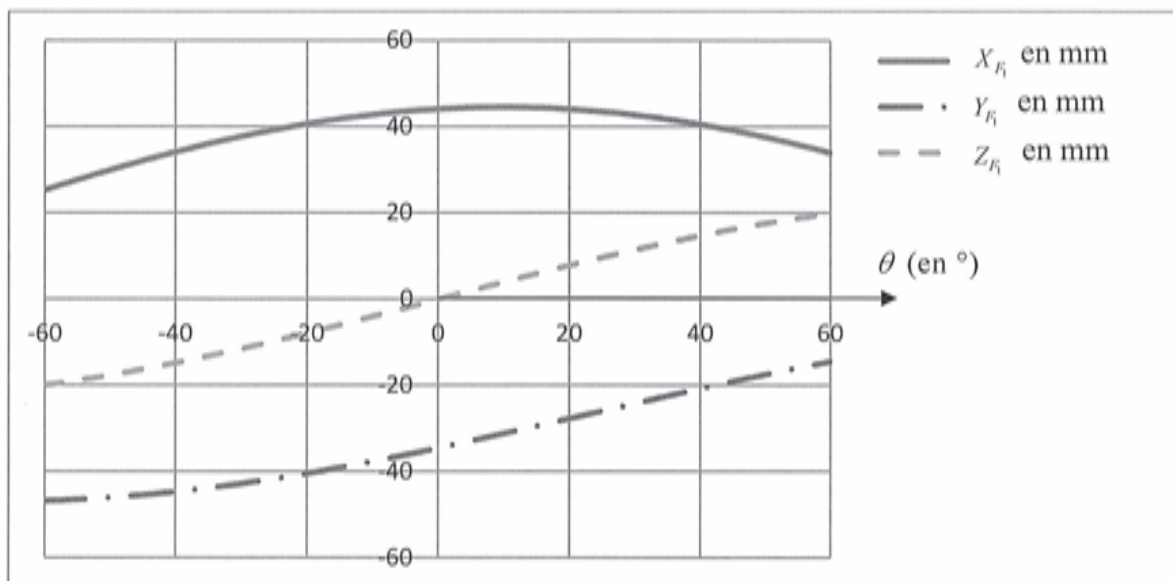
**Question 9:** En utilisant le tableau et le schéma proposés dans le document réponses, donner une estimation de l'angle  $\alpha_{\text{moyen}}$  que l'on doit avoir pour suivre « au mieux » les pignons des différentes cassettes arrières données en se basant sur les diamètres mini et maxi de chaque cassette. Comparer avec l'angle  $\alpha$  trouvé à la question précédente.

**Question 10:** On règle le galet de guidage à  $a=5\text{mm}$  du plus grand pignon comme le préconise le fabricant. L'angle  $\alpha$  vaut toujours  $50^\circ$ . En utilisant le schéma proposé dans le document réponses, déterminer à quelle distance  $e$  se trouvera le galet de guidage du petit pignon dans l'autre cas extrême pour chaque cassette. Commenter les résultats.

En réalité, le déplacement du centre du galet de guidage (F) ne s'effectue pas dans le plan  $(\vec{E}_1, \vec{F}_1, z_0)$ . Le calcul devient donc plus compliqué. Nous allons utiliser un modèle numérique (tridimensionnel) pour avoir des résultats plus pertinents et plus proches de la réalité.

### Modèle numérique (tridimensionnel) :

On rappelle que le point O est défini comme étant au centre de la cassette (centre du 6<sup>ème</sup> pignon). Les coordonnées (données en mm) du vecteur  $\vec{OF}_1 = X_{F_1} \vec{x}_0 + Y_{F_1} \vec{y}_0 + Z_{F_1} \vec{z}_0$  dans le repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  sont représentées ci-après :



**Figure 4.** Coordonnées du vecteur  $\vec{OF}_1$  en mm dans le repère  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  en fonction de l'angle  $\theta$  en  $^\circ$



La distance  $e(Z_{F_1})$  entre le galet de guidage et la cassette sont représentés ci-après :

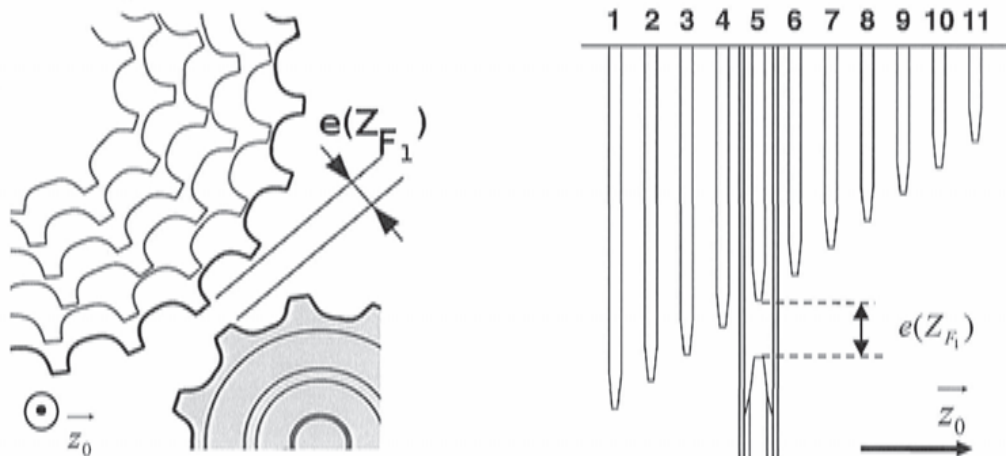


Figure 5. Distance  $e(Z_{F_1})$ .

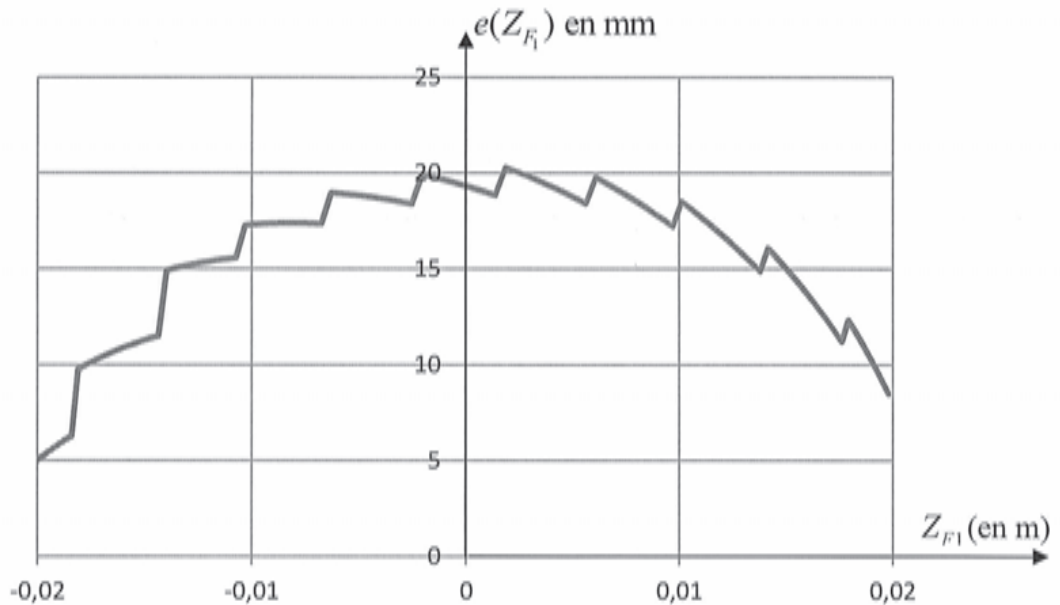


Figure 6. Distance  $e(Z_{F_1})$  en mm du galet de guidage à la cassette en fonction de la position  $Z_{F_1}$  de la chape sur l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ .

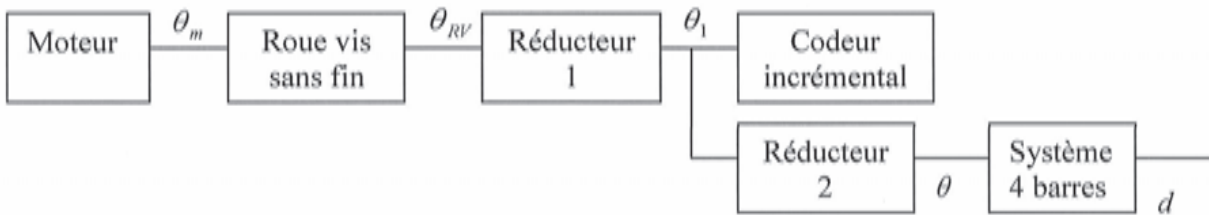
On note  $R_{\text{galet}}$  le rayon de tête du galet de guidage (F) et  $R_{\text{pignon}}(Z_{F_1})$  le rayon de tête du pignon situé à la position  $Z_{F_1}$  sur l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ .

- Question 11:** Exprimer la distance du galet de guidage aux pignons  $e(Z_{F_1})$  en fonction de  $X_{F_1}$ ,  $Y_{F_1}$ ,  $R_{\text{galet}}$  et  $R_{\text{pignon}}(Z_{F_1})$ . Expliquer d'où vient la forme en escalier de la courbe obtenue.
- Question 12:** D'après la simulation numérique, le dérailleur permet-il de changer les 11 vitesses sans que les pièces ne se touchent (exigence 1.2) ? Justifier.
- Question 13:** Justifier le réglage du jeu de 5 mm entre le galet de guidage et le grand pignon préconisé par le fabricant. Expliquer pourquoi il n'a pas choisi de régler ce jeu avec le pignon médian, ou avec le petit pignon.

◆ Dimensionnement du capteur.

Pour être sûr que le dérailleur positionne bien la chaîne au niveau d'un pignon, il faut que le déplacement  $d$  de la chape de dérailleur soit précis à 0,68 mm (soit un intervalle de +/- 0,34 mm par rapport à la position centrée).

L'architecture du système (voir **annexe C**) est représentée sur le diagramme suivant :



**Figure 7.** Architecture de la transmission

Pour les questions suivantes, on suppose que le déplacement  $d$  (en mm) suivant  $\vec{z}_0$  de la chape du dérailleur est relié à la rotation  $\theta$  (maintenant exprimé en radian) de l'axe de sortie par la relation :  $d = 0,35 * \frac{180}{\pi} * \theta = 20,05 * \theta = G.\theta$

Rapports de transmission :

- Roue vis sans fin :  $r_0 = \frac{\theta_{RV}}{\theta_m}$
- Réducteur 1 :  $r_1 = \frac{\theta_1}{\theta_{RV}}$
- Réducteur 2 :  $r_2 = \frac{\theta}{\theta_1}$

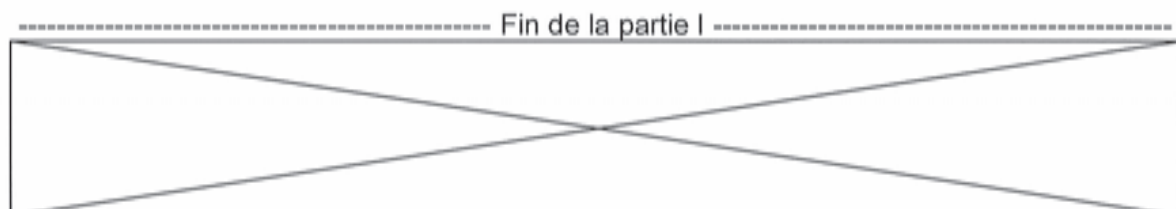
Valeurs numériques :

$$\begin{cases} r_0 r_1 r_2 = \frac{1}{1000} \\ r_2 = \frac{1}{50} \end{cases}$$

**Question 14:** Déterminer l'angle de rotation minimum que doit pouvoir détecter le codeur incrémental pour garantir la précision attendue.

Le codeur utilisé sur le système comporte 7 fentes et deux voies. De plus, le système détecte les fronts montants et les fronts descendants.

**Question 15:** Vérifier que le nombre de fentes du codeur incrémental est suffisant si l'on souhaite que sa résolution soit au moins 5 fois inférieure à l'angle minimum calculé à la question 14. Conclure en justifiant le choix du fabricant.



## PARTIE II : Validation du temps de changement de vitesse.

Objectif : Valider les critères associés à l'exigence 1.6 de rapidité de changement de vitesse.

Le dérailleur arrière est composé d'un moteur à courant continu accouplé à un réducteur (voir annexe C). Le moteur est alimenté par une batterie Li-Ion :

- Tension nominale 7.4 V
- Capacité nominale 530 mAh

Le schéma bloc du dérailleur arrière est représenté ci-dessous :

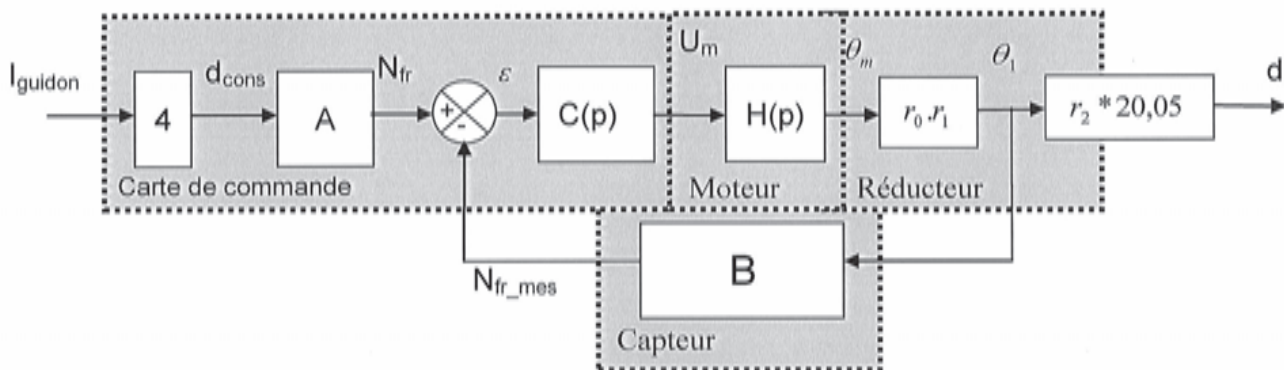


Figure 8. Schéma bloc du dérailleur arrière

Variables utilisées :

- $I_{\text{guidon}}$  : nombre d'impulsions données au guidon (sans unité),
- $d_{\text{cons}}$  : déplacement de consigne du dérailleur arrière (en mm),
- $N_{\text{fr\_mes}}$  : nombre de fronts (montants et descendants) mesurés sur le codeur
- $\theta_{\text{mot}}$  : angle de rotation du moteur en radian
- $\theta_1$  : angle de rotation de l'arbre de sortie du réducteur en radian

Rapports de transmission :

- Roue vis sans fin :  $r_0 = \frac{\theta_{RV}}{\theta_m}$
- Réducteur 1 :  $r_1 = \frac{\theta_1}{\theta_{RV}}$
- Réducteur 2 :  $r_2 = \frac{\theta}{\theta_1}$

Valeurs numériques :

$$\begin{cases} r_0 r_1 r_2 = \frac{1}{1000} \\ r_2 = \frac{1}{50} \end{cases}$$

On supposera que le nombre d'impulsions données au guidon correspond au nombre de pignons à passer sur le dérailleur arrière.

Le codeur incrémental comporte  $n=7$  fentes et 2 voies et permet donc de détecter 28 positions par tour. Il sera considéré comme un système linéaire dans cette étude.

La fonction de transfert  $H(p)$  du moteur à courant continu est :

$$H(p) = \frac{K}{p.(K^2 + J.p.(R + L.p))}$$

Données :

$$\begin{cases} R = 3,6 \Omega \\ K = 5,6 \text{ mNm} \cdot \text{A}^{-1} = 0,0056 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{V} \\ J = 7,1 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ L = 0,05 \text{ mH} \end{cases}$$

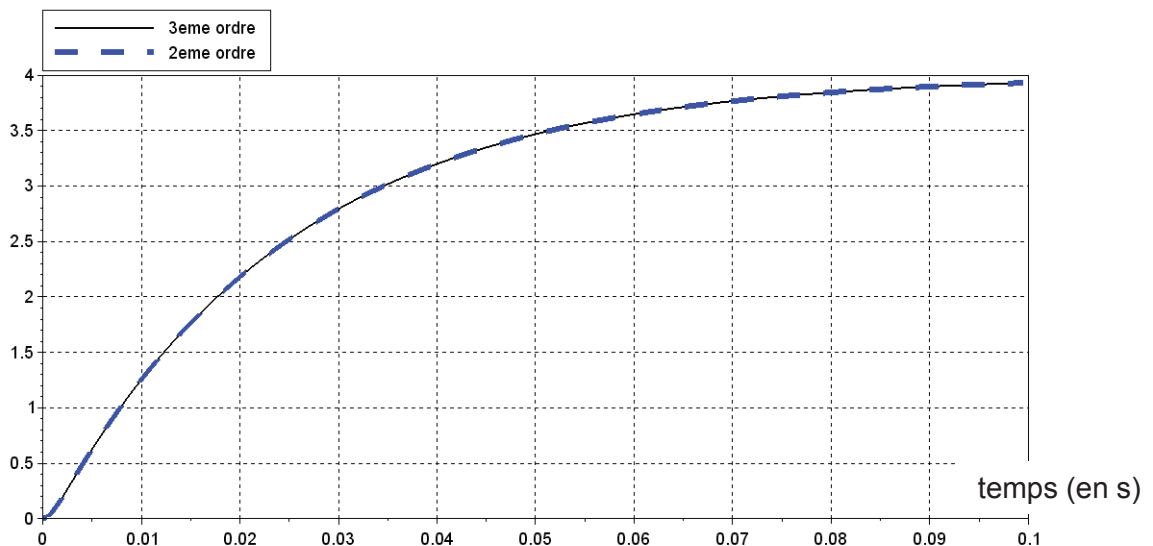
En régime nominal, le moteur tourne à 15000 tr/min.

- Question 16:** Justifier le bloc avec le gain pur de « 4 ». En déduire l'unité du « 4 » et de  $d_{\text{cons}}$ .
- Question 17:** Déterminer la relation entre  $\theta_1$  et  $N_{\text{fr\_mes}}$  puis l'expression analytique du gain B.
- Question 18:** Déterminer l'expression analytique du gain A à mettre dans le schéma bloc pour que  $\varepsilon$  soit nul lorsque  $d = d_{\text{cons}}$ .

On suppose que le correcteur est proportionnel :  $C(p) = K_{\text{cor}}$ .  
On prend  $K_{\text{cor}}$  égal à 1 pour l'instant.

- Question 19:** Calculer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{\text{BF}} = \frac{d}{I_{\text{guidon}}}$  et la proposer sous forme canonique.

On donne ci-dessous l'allure de la réponse indicielle de la fonction de transfert du troisième ordre obtenue précédemment et de la réponse indicielle lorsqu'on néglige le terme d'ordre trois de cette fonction.



**Figure 9.** Influence du 3ème ordre : déplacement de la patte de dérailleur (mm) en fonction du temps (s)

On remarque sur la figure 9 que le système du 3<sup>ème</sup> ordre peut être simplifié en 2<sup>ème</sup> ordre. On considère que le temps mis par le système pour passer une vitesse correspond au temps mis par le système pour que le déplacement soit de 4,5 mm (4 mm de consigne plus le dépassement souhaité de 0,5 mm)

**Question 20:** En négligeant l'influence du terme de degré 3 de  $H_{BF}$ , estimer le temps mis par le système pour changer une vitesse ( $r_0 r_1 r_2 = 0,001$  et  $r_2 = 0.02$ ). Déterminer si le dépassement respecte le cahier des charges.

On souhaite maintenant régler le système, à l'aide du correcteur  $C(p)$ , afin d'avoir le dépassement attendu dans le cahier des charges.

On a toujours un correcteur proportionnel  $C(p) = K_{cor}$ .

**Question 21:** Calculer la valeur  $K_{cor}$  qui permet de respecter le critère de dépassement. Vérifier si le temps de réponse respecte alors le cahier des charges.

Le temps de réponse calculé à la réponse précédente est cependant impossible à atteindre physiquement avec le matériel employé.

**Question 22:** Evaluer la tension aux bornes du moteur à l'instant initial suite à une impulsion de commande. En déduire la modification à faire au niveau de la modélisation du moteur pour diminuer l'écart entre le modèle et le comportement réel.

Cette modification sera prise en compte lors la simulation associée à la question 30.

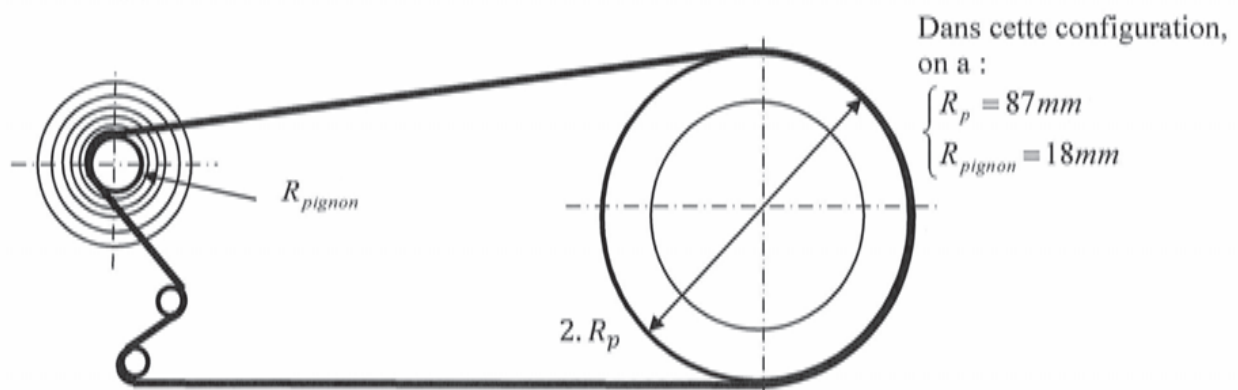
Nous avons jusqu'à présent négligé l'influence de la tension de la chaîne dans notre modélisation. Nous proposons de valider la pertinence de ce choix en étudiant l'influence de ce paramètre sur le temps de changement de vitesse en particulier. La transmission par chaîne est modélisée sur l'**annexe D**.

**Question 23:** On suppose que le système tourne à une vitesse suffisamment lente et constante pour pouvoir négliger les effets dynamiques. Déterminer la relation entre  $C_t$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{34}$  et  $R_p$  (définis en **annexe D**). Vous explicitez le système isolé, ainsi que le théorème utilisé.

Le dérailleur exerce un couple sur la chape de dérailleur en un point que l'on considérera situé sur l'axe du galet de guidage. Ce couple autour de l'axe du galet de guidage est noté  $\vec{C}_t = -C_t \cdot \vec{z}_0$  avec  $C_t = 0,1 N.m$ . Ce couple permet de garder toujours une tension sur la chaîne et est appliqué grâce à un ressort de torsion au sein du dérailleur.

La distance entre l'axe du galet de guidage et celui du galet de tension est notée  $L=56mm$ . Les galets de guidage et de tension ont pour rayon  $R_g=21mm$ .

On se place en position « grand plateau », « petit pignon » pour étudier la configuration où le développement est maximal :



**Figure 10.** Configuration développement maximal

**Question 24:** Justifier la relation  $T_{34} = T_{78}$  entre les tensions  $T_{34}$  et  $T_{78}$  (tension entre les points  $P_7$  et  $P_8$  présentés dans l'annexe D). En déduire l'expression de la tension  $T_{34}$  dans la chaîne en fonction de  $C_t$  et  $L$  et  $Rg$ . Vous explicitez le(s) système(s) isolé(s), ainsi que le(s) théorème(s) utilisé(s).

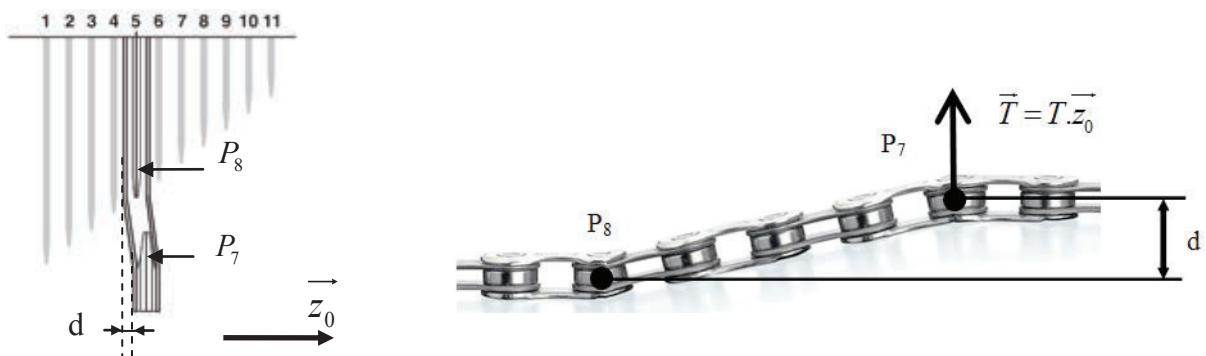
On suppose être à la limite du glissement entre les roues du vélo et la route. Dans cette situation, on considère que l'effort tangentiel de la route sur chaque roue vaut :

$$T_{route} = \frac{f \cdot M \cdot g}{2} \text{ avec } f \text{ le coefficient de frottement roue/route (} f=0,3 \text{)}.$$

**Question 25:** Déterminer la tension  $T_{78}$  de la chaîne en fonction de  $R_{pignon}$ ,  $T_{12max}$ ,  $R_{roue}$ ,  $f$ ,  $g$  et  $M$  ( $T_{12max}$  étant la valeur de la tension  $T_{12}$  lorsque la roue arrière est à la limite du glissement avec la route). Est-elle différente de la tension  $T_{78}$  trouvée à la question 24 ? Justifier.

**Question 26:** Déterminer le couple maximum  $C_{c\_max}$  que le cycliste peut appliquer avant de faire glisser la roue arrière sur la route en fonction de  $R_p$ ,  $R_{pignon}$ ,  $R_{roue}$ ,  $f$ ,  $g$  et  $M$ . Faire l'application numérique.

Lors d'un changement de vitesse, le dérailleur doit déplacer le galet de guidage et la chape de dérailleur suivant l'axe  $\vec{z}_0$  d'une distance  $d$  (voir figure 11). Il existe alors une force exercée par le dérailleur sur la chaîne  $\vec{T} = T \vec{z}_0$ . Le moteur doit donc compenser les actions mécaniques induites par cette force lors d'un changement de vitesse.



**Figure 11.** Décalage  $d$  lors d'un changement de vitesse créant la force  $\vec{T}$

On peut considérer que l'effort  $T$  est proportionnel au déplacement  $d$  suivant la relation :

$$T = K_t \cdot d \text{ avec } K_t = 0,06 N \cdot mm^{-1}$$

Le coefficient  $K_t$  est fonction notamment de la tension  $T_{78}$  trouvée précédemment.

**Question 27:** A l'aide d'une approche énergétique, déterminer la relation entre le couple en sortie de réducteur  $C_{sortie\_red}$  et l'effort  $T$ .

**Question 28:** On suppose que le rendement du dérailleur est égal à 1 et que le couple fourni par le cycliste vaut  $C_c = 20 N \cdot m$ . Compléter le nouveau schéma bloc du mécanisme avec la prise en compte de la tension  $T$ .

Le modèle du système est maintenant instable par défaut à cause de la tension T dans la chaîne. L'industriel a mis en place un correcteur pour palier à ce problème dans la boucle principale. Une étude théorique a permis de tracer le diagramme de Bode du système en boucle ouverte dans le document réponses avec la prise en compte de la tension T vue précédemment et du correcteur choisi.

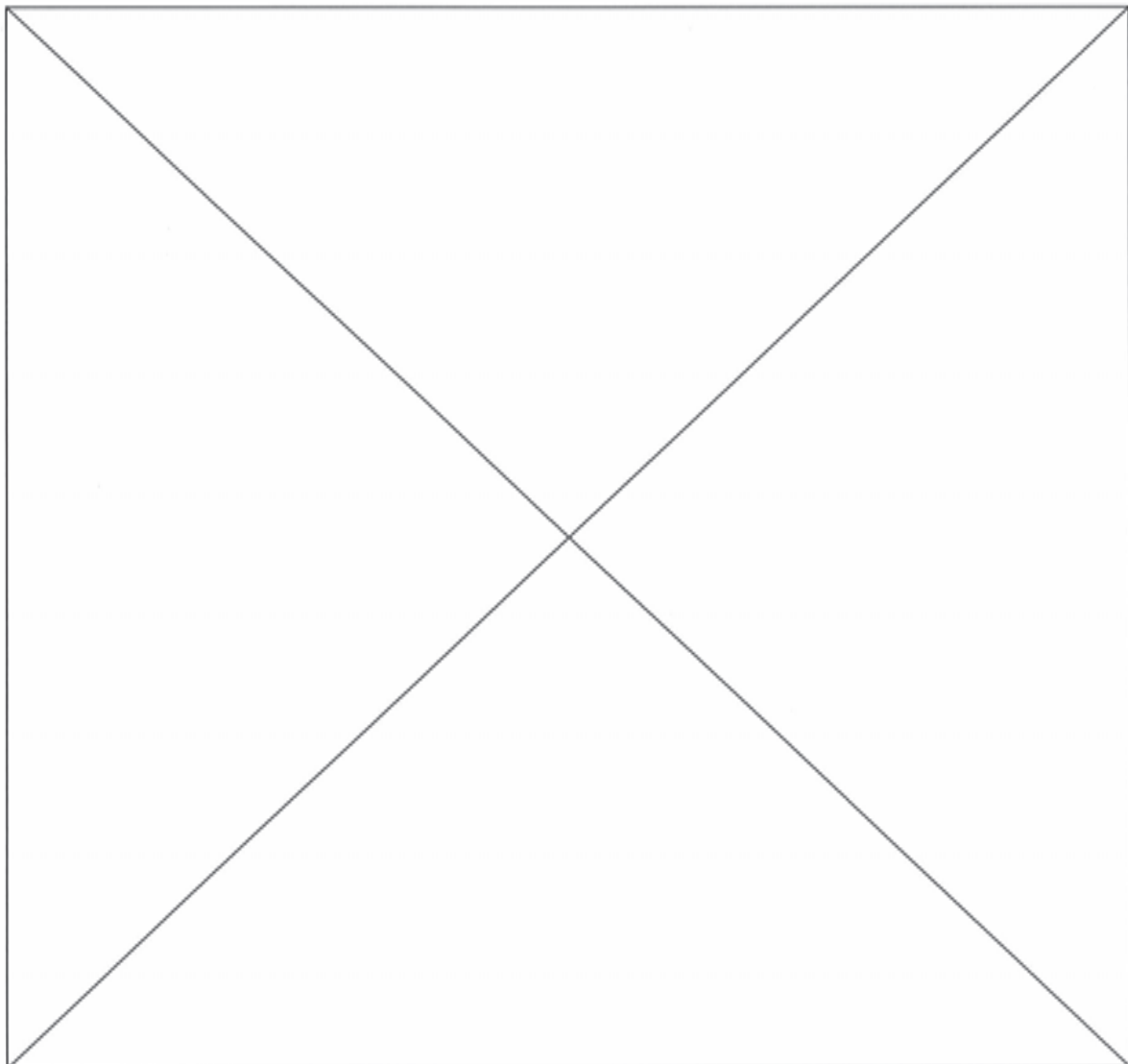
Le cahier des charges impose une marge de gain  $M_G > 20dB$  et une marge de phase  $M_\varphi > 45^\circ$ .

**Question 29:** *Mesurer les marges de gain et de phase de ce système. Conclure sur la stabilité en boucle fermée du système et le respect du cahier des charges.*

L'exigence de rapidité nécessite de cibler un dépassement de 0,5 mm afin que la chaîne puisse « accrocher » plus rapidement le pignon demandé. Le temps de passage de la vitesse de 0,3 s du cahier des charges est le temps où ce dépassement est maximal.

**Question 30:** *D'après la réponse indicielle fournie dans le document réponses, déterminer si le système vérifie les exigences du cahier des charges.*

----- Fin de la partie II -----



## PARTIE III : Validation de l'autonomie de la batterie.

Objectif : Valider le critère d'autonomie associé à l'exigence d'énergie (exigence 1.7).

Le moteur est alimenté par une batterie Li-Ion :

- Batterie longue durée plus de 1000km de capacité à pleine charge
- Temps de charge moyen 1h30 environ
- Tension nominale 7.4 V
- Capacité nominale 530 mAh
- Poids : 71 g

Afin d'alimenter le moteur, le système utilise une batterie pour les deux dérailleurs (avant et arrière). Celle-ci peut être située à l'intérieur du cadre ou fixée sur le cadre.



Figure 12. Batterie

Dans le but de dimensionner la batterie, on doit aussi s'intéresser aux changements de plateaux (dérailleur avant) et aux changements de pignons (dérailleur arrière) car les deux dérailleurs sont consommateurs d'énergie.

Les évolutions des tensions  $T_{12}$  (appelé « brin tendu ») et  $T_{34}$  (appelé « brin mou ») (voir annexe D), en Newtons, en fonction de l'action  $C_c$  (en N.m) du cycliste sur les plateaux sont représentées sur le graphique suivant :

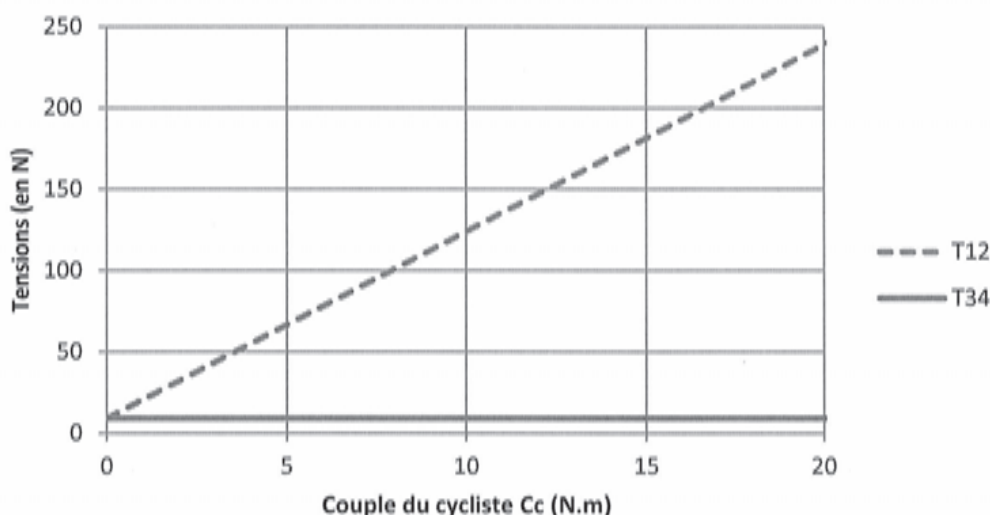


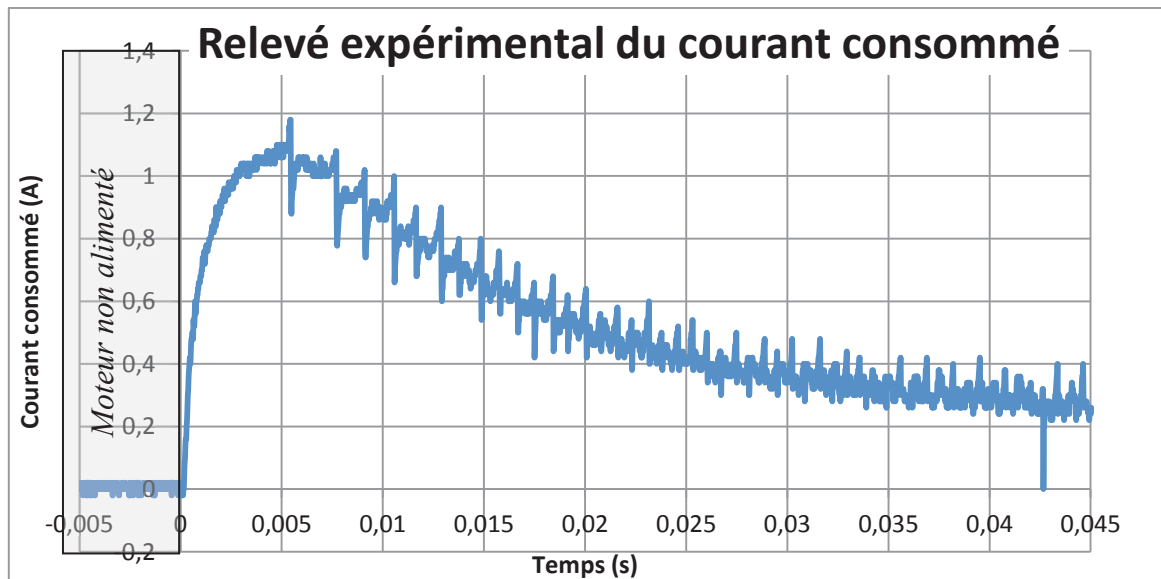
Figure 13. Tensions de la chaîne  $T_{12}$  et  $T_{34}$  en Newtons en fonction du couple  $C_c$  appliqué par le cycliste.

**Question 31:** Expliquer quel changement de vitesse sera le plus consommateur d'énergie. (Changement de plateau à l'avant ou de pignon à l'arrière ?)

On réalise une mesure (figure 14) sur le système lors d'un changement de vitesse à vide (c'est-à-dire sans l'action du cycliste sur les pédales). La batterie fournit une tension nominale de 7,4V et a une capacité de 530 mAh :



- le moteur n'est pas alimenté pour  $t < 0s$  et pour  $t > 0,3s$
- le moteur est alimenté pour  $0 < t < 0,3s$
- le courant se stabilise à environ 0,2A (pour  $0,045s < t < 0,3s$ )



**Figure 14.** Courant consommé (en A) lors de la mise en route du moteur du dérailleur en fonction du temps (en s).

On appelle « courant résiduel » le courant consommé lorsque le moteur est alimenté mais ne tourne pas.

- Question 32:** Estimer l'énergie perdue  $R$  (en Ws) qui est associée à ce courant résiduel lors d'un changement de vitesse à l'aide du graphique fourni dans le document réponses sur l'intervalle  $[0 s ; 0,3 s]$ . Vous vous aiderez du quadrillage donné.
- Question 33:** Estimer l'énergie utilisée  $E$  (en Ws) lors d'un changement de vitesse à l'aide du graphique fourni dans le document réponses sur l'intervalle  $[0 s ; 0,3 s]$ . Vous vous aiderez du quadrillage donné.
- Question 34:** Evaluer le nombre de changements de vitesse que l'on peut faire avec une batterie chargée totalement si l'on change continuellement de vitesse à l'arrière du vélo. Commenter le résultat.
- Question 35:** Déterminer la perte de puissance  $P_i$  due au courant résiduel consommé dans la transmission du dérailleur. Déterminer également le pourcentage de la capacité de la batterie utilisée par la puissance  $P_i$  lors d'un changement de vitesse sur l'intervalle  $[0 s ; 0,3 s]$ . Conclure.
- Question 36:** Expliquer comment la courbe du courant consommé précédente évoluerait si le cycliste appuyait fort sur les pédales lors du changement de vitesse. Justifier.

On suppose que pour un parcours de 100 km avec montées et descentes (i.e. parcours où le cycliste change plus souvent les vitesses), il change environ 200 fois de vitesse.

- Question 37:** Préciser si la capacité de la batterie est suffisante pour tenir l'exigence d'autonomie proposée dans le cahier des charges sur ce type de parcours.

----- Fin de la partie III -----

## PARTIE IV : Programmation de la stratégie de changement de vitesse.

Objectif : Programmer une loi de changement de vitesse multi critères (exigence 1.3).

Shimano propose le même type de dérailleur électrique pour des transmissions à 3 plateaux (principalement pour des VTT). Pour ce type de transmission, le fabricant préconise de faire évoluer les vitesses selon le tableau ci-après. Ce choix peut être modifié en reprogrammant les puces des dérailleurs (avant et arrière).

Afin de simplifier le changement de vitesse dans ce cas, le fabricant propose une commande avec un bouton « + » ou un bouton « - » sur le guidon pour « monter » ou « descendre » les vitesses.

Le programme mis en place par le fabricant privilégie le changement de pignon par rapport au changement de plateau. Ainsi, on reste sur le même plateau dans la mesure du possible lorsqu'on change de vitesse. Si cette évolution n'est pas possible, on change de plateau et de pignon dans le même temps, comme l'illustre la figure 15 ci-dessous. Les flèches noires correspondent au(x) changement(s) de vitesse lors d'un appui sur la commande « + » au guidon, et les flèches grises à la commande « - ».

CS	Plateau le plus petit	Plateau intermédiaire	Plateau le plus grand
1	Plus petite vitesse		
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			Plus grande vitesse

Figure 15. Extrait de la documentation constructeur Shimano pour la stratégie de changement de vitesse.

**Question 38:** Donner la contrainte technique qui justifie le fait que certaines cases soient grisées dans ce tableau.

Dans le programme Python, on note :

- CS le numéro du pignon actuellement utilisé
- P le numéro du plateau actuellement utilisé (1 : petit ; 2 : intermédiaire ; 3 grand)

On cherchera à minimiser l'énergie utilisée par le système pour maximiser l'autonomie de la batterie. En effet, le changement de plateau étant plus consommateur d'énergie, on préférera changer uniquement le pignon arrière si plusieurs solutions sont possibles.

**Question 39:** Donner la nouvelle vitesse (plateau, pignon) si l'on appuie sur le bouton « - » :

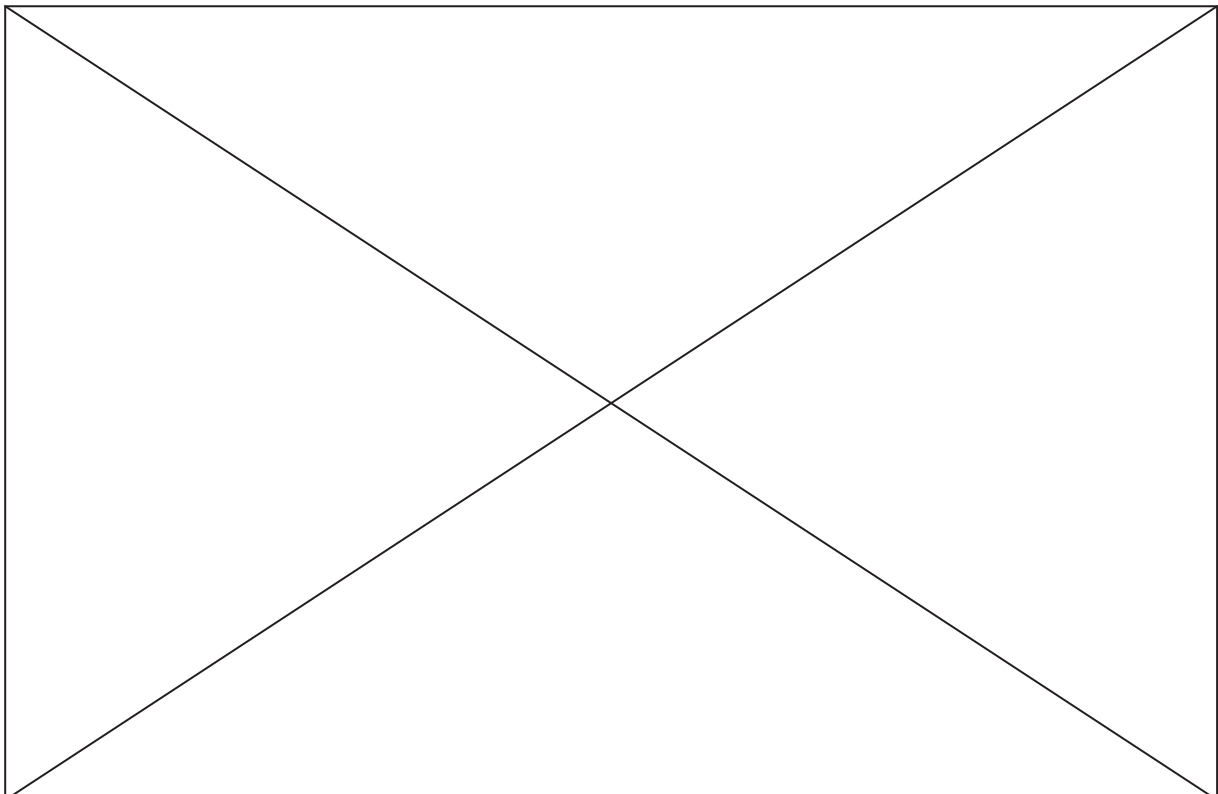
- à partir de la vitesse (plateau=2 ; pignon=5).
- à partir de la vitesse (plateau=3 ; pignon=2).

L'ensemble des cases grisées du tableau précédent sont stockées dans une variable de type « array » :

```
Casesgrisees = [[ 1.  1.  0.],  
                [ 1.  1.  1.],  
                [ 1.  1.  1.],  
                [ 1.  1.  1.],  
                [ 0.  1.  1.],  
                [ 0.  1.  1.],  
                [ 0.  1.  1.],  
                [ 0.  0.  1.],  
                [ 0.  0.  1.],  
                [ 0.  0.  1.],  
                [ 0.  0.  1.]]
```

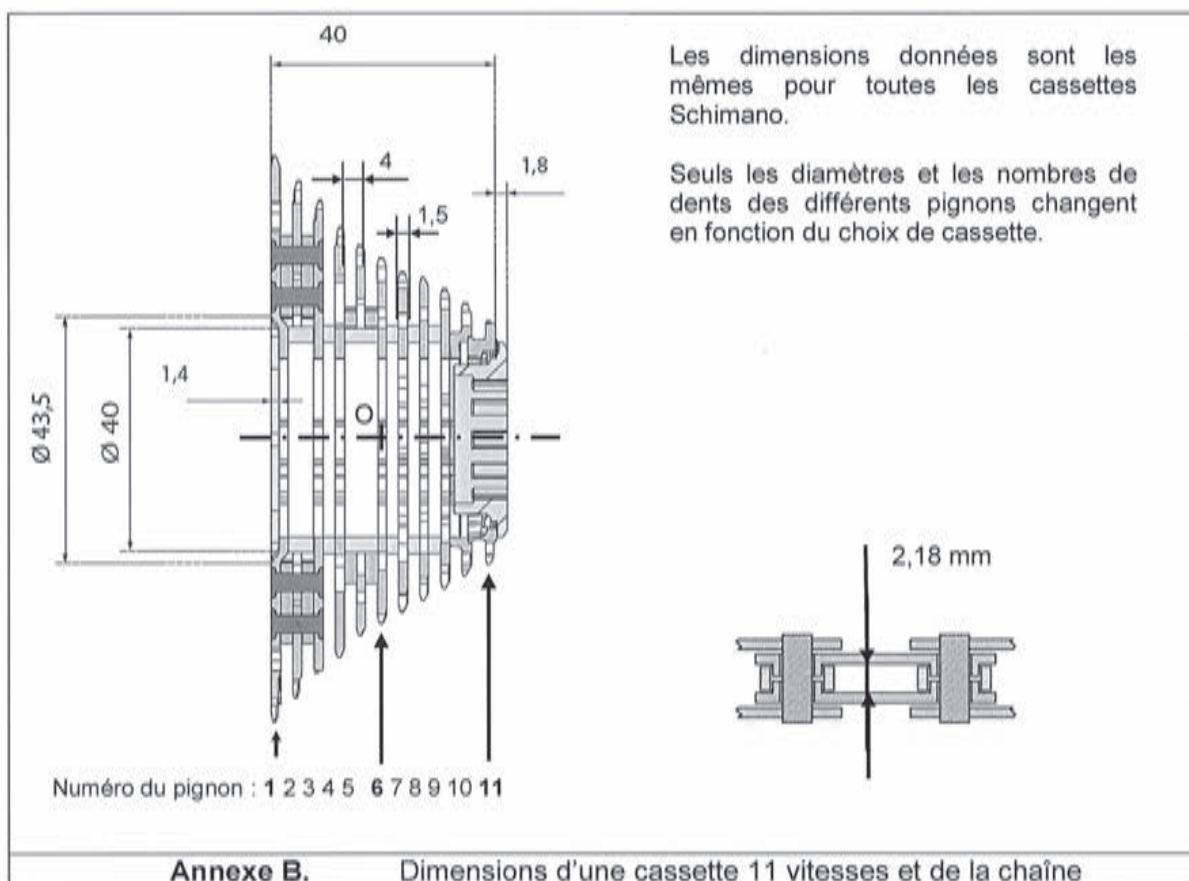
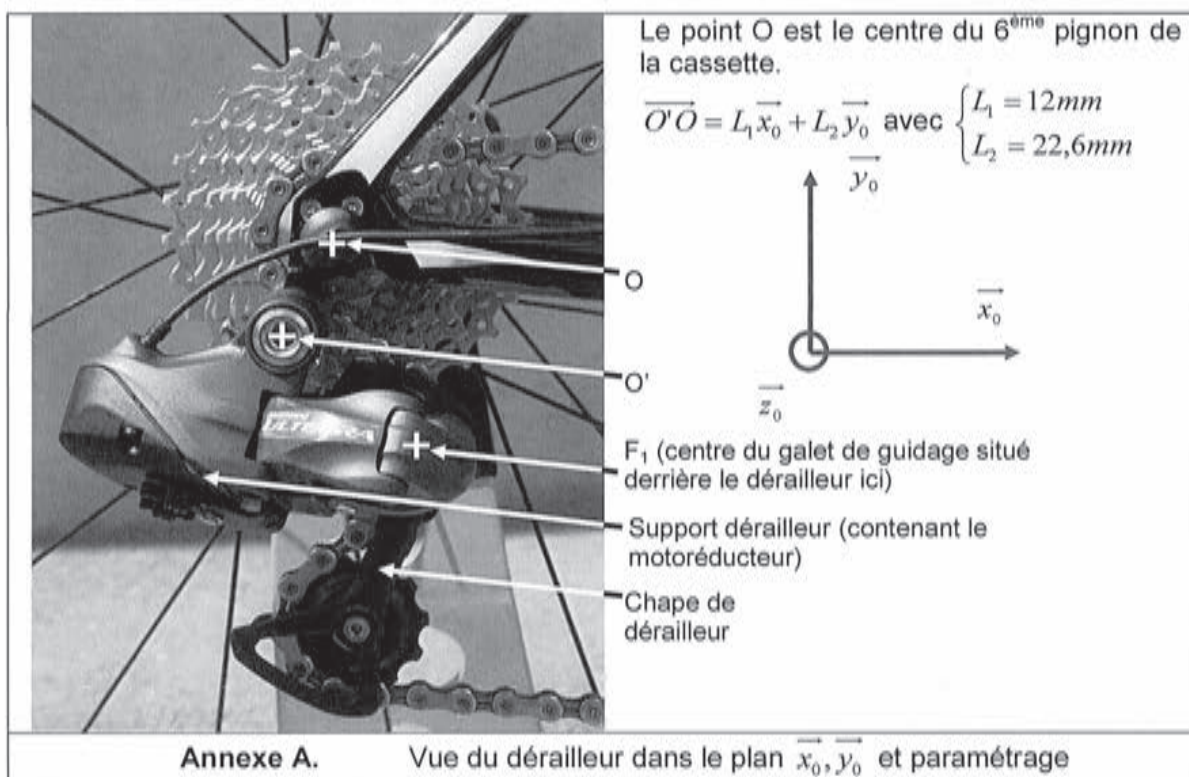
- Question 40:** *Créer une fonction Python « **creer\_table()** » qui écrit les 1 dans le tableau Casesgrisees pour les combinaisons plateau/pignon autorisées sur la figure 15 et qui renvoie ce tableau. Vous commenterez chaque étape de votre programme afin qu'il soit facilement compréhensible.*
- Question 41:** *Proposer une fonction Python « **vitesse\_plus(CS,P)** » prenant en argument les numéros des pignons et plateaux actuellement utilisés et qui renvoie au programme principal les nouveaux numéros des pignons et plateaux à régler. On suivra bien sûr la loi donnée par le fabricant. Vous commenterez chaque étape de votre programme afin qu'il soit facilement compréhensible.*
- Question 42:** *Ecrire une fonction Python « **vitesse\_plus\_dégrade(CS,P)** » prenant en compte le fait que l'on change uniquement les pignons si la batterie n'est plus assez chargée. Les cases grisées restent inaccessibles. Vous commenterez chaque étape de votre programme afin qu'il soit facilement compréhensible.*

----- Fin de l'énoncé -----

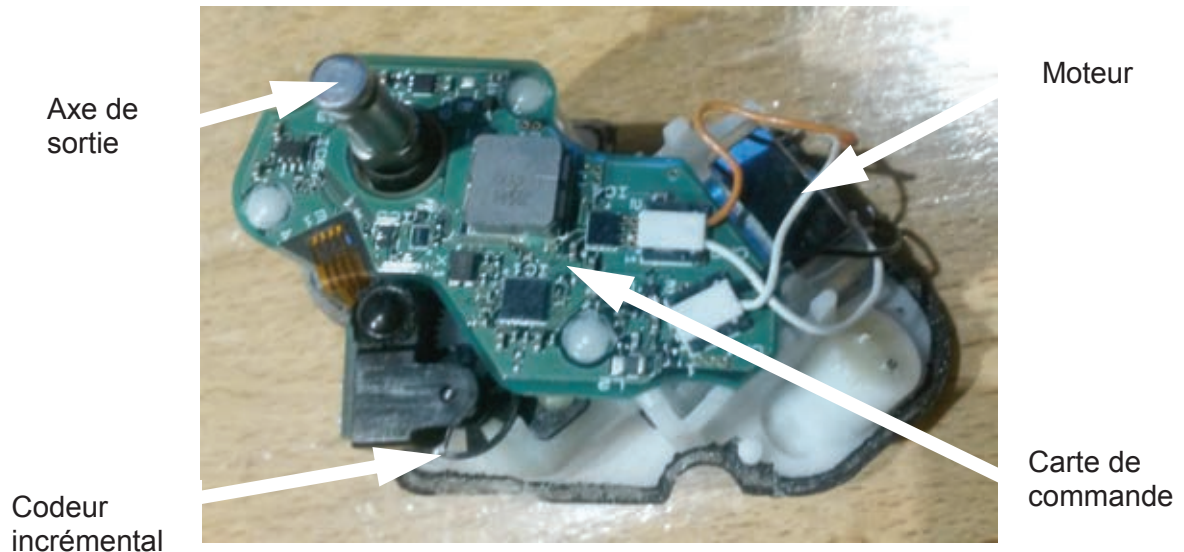




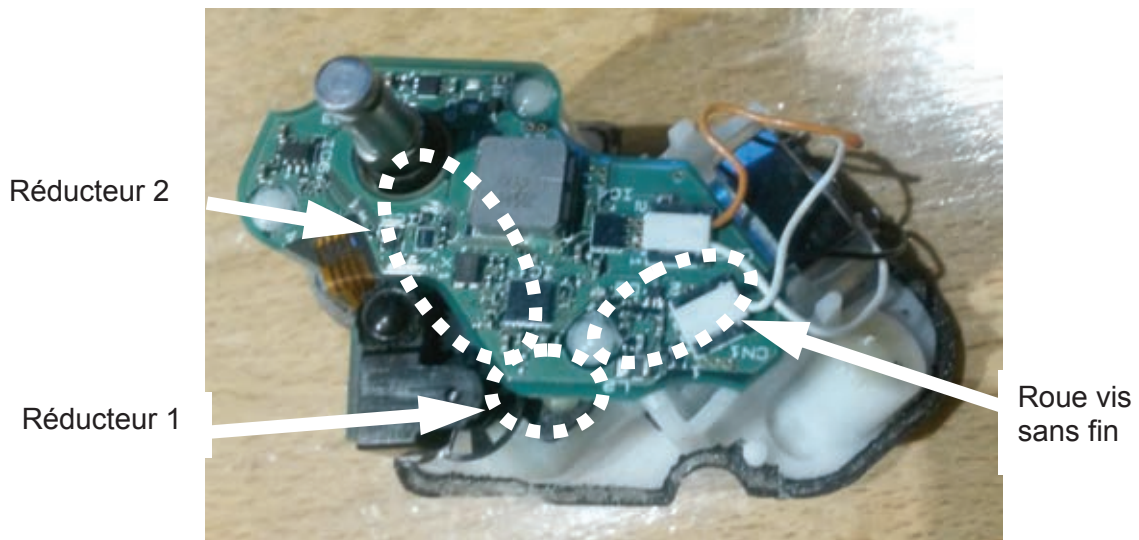
## Annexes



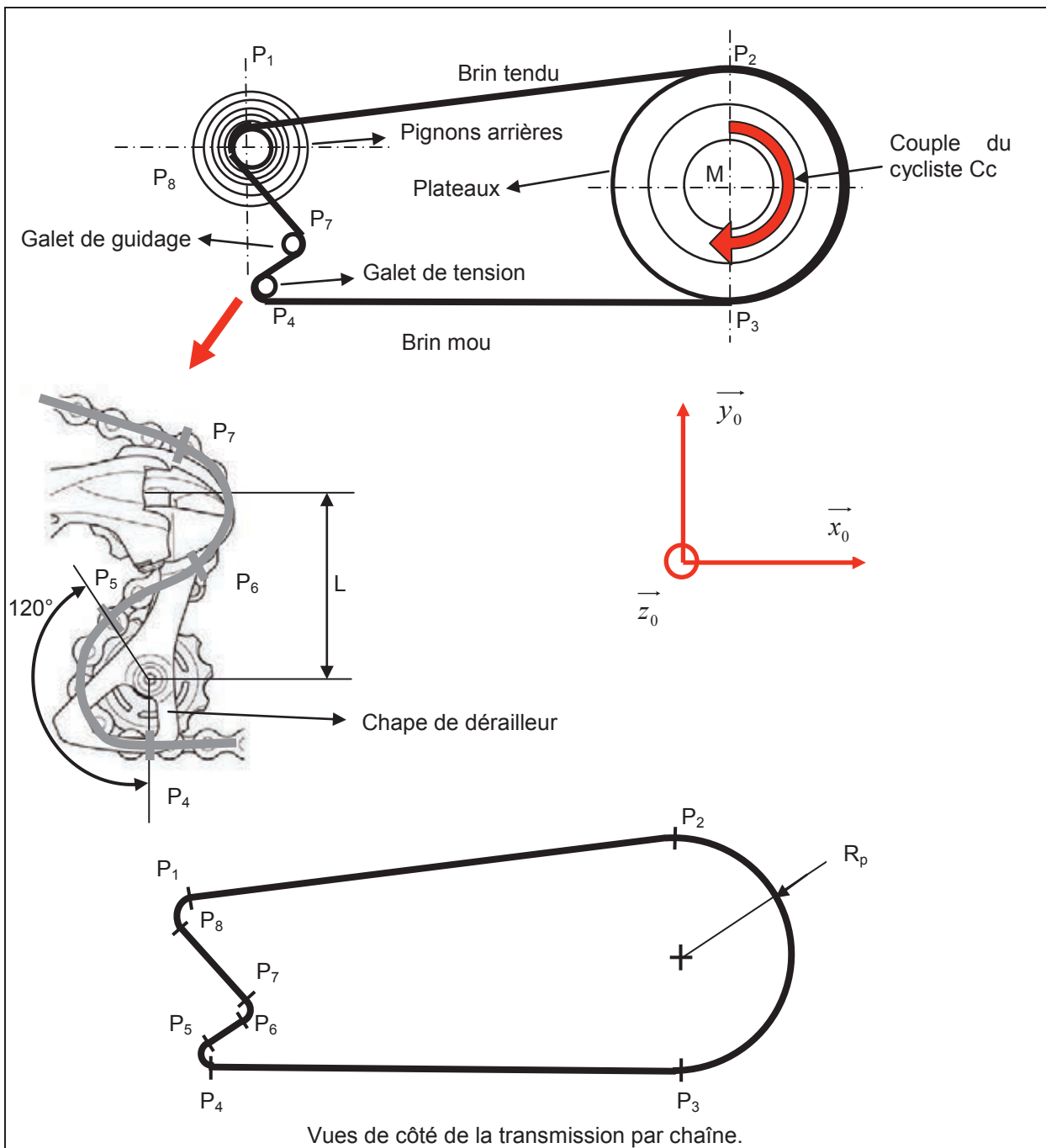
Le motoréducteur est monté dans le support dérailleur fixé sur le cadre du vélo.



Les réducteurs sont implantés sous la carte de commande comme présenté par les ellipses pointillées sur l'image ci-dessous :



**Annexe C.** Motoréducteur démonté.



Vues de côté de la transmission par chaîne.

Les points  $P_i$  sont les points limites de contact entre la chaîne et chacun des pignons ou plateau, dans l'ordre présenté sur la figure ci-dessus. On supposera que ces points restent fixes dans le repère lié au cadre du vélo au cours du mouvement et que le problème est plan.

On suppose que le cycliste applique un couple  $\vec{C}_c = -C_c \vec{z}_0$  sur le pédalier.

On note  $T_{12}$  la tension de la chaîne entre les points  $P_1$  et  $P_2$ .

On note  $T_{34}$  la tension de la chaîne entre les points  $P_3$  et  $P_4$ . ( $P_3 P_4$ ) est considérée horizontale.

On note  $T_{56}$  la tension de la chaîne entre les points  $P_5$  et  $P_6$ .

On note  $T_{78}$  la tension de la chaîne entre les points  $P_7$  et  $P_8$ .

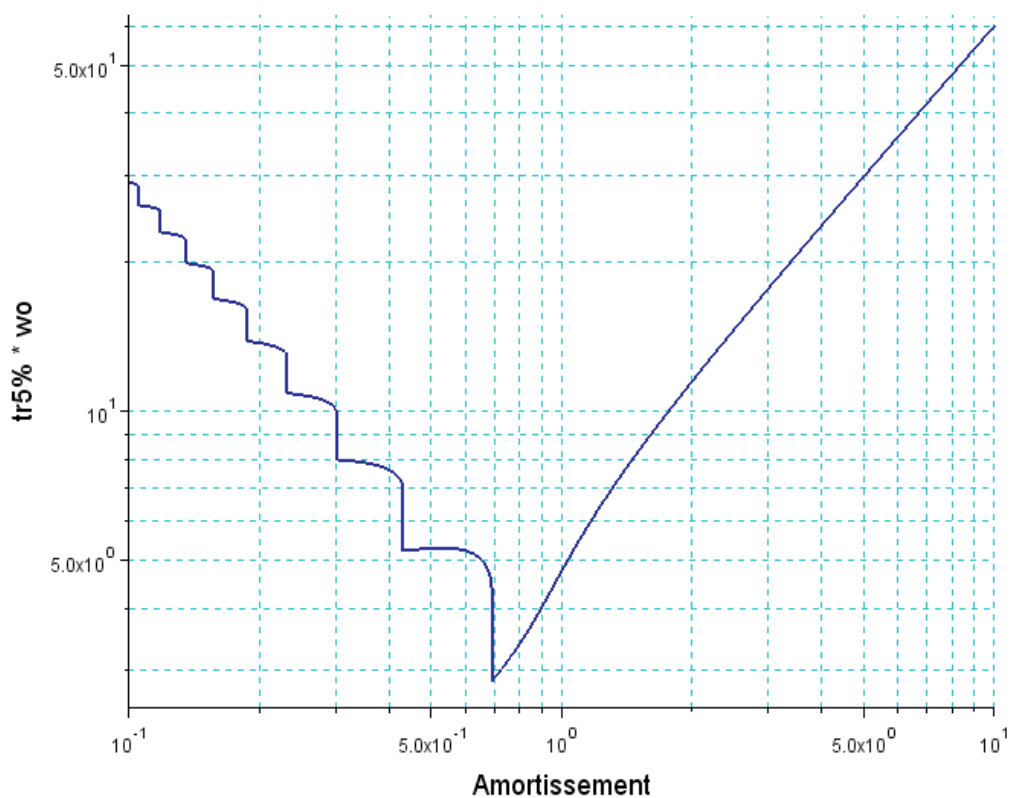
Le vélo et le cycliste ont une masse globale de  $M = 90kg$ .

Le rayon des roues du vélo est de  $R_{roue} = 280mm$ .

Le rayon du plateau est de  $R_p = 87mm$ .

**Annexe D. Modélisation et paramétrage de la transmission**

Soit un système du 2<sup>ème</sup> ordre de fonction de transfert :  $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$



Temps de réponse réduit ( $t_{r5\%} * \omega_0$ ) en fonction de l'amortissement  $\xi$

Dépassement relatif (en %) :  $D_{\%} = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$



Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_ Modèle EN.

Examen ou Concours : \_\_\_\_\_ Série\* : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

*(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)*

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

Né(e) le \_\_\_\_\_ *(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)*

DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE

144

**L'usage de calculatrices est autorisé**

---

**Dérailleurs de vélo de course  
Shimano Ultegra Di2**

---

**Cahier réponses**

**Épreuve de Sciences Industrielles**

**Concours e3a - PSI**

**Toutes les réponses seront portées sur ce cahier de réponses à l'exclusion de toute autre copie.**

**Ne pas dégrafer**



**Tournez la page S.V.P.**

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

## Document réponse

**Question 1:**

Degré d'hyperstatisme : **h=**

**Question 2:**

**Question 3:**

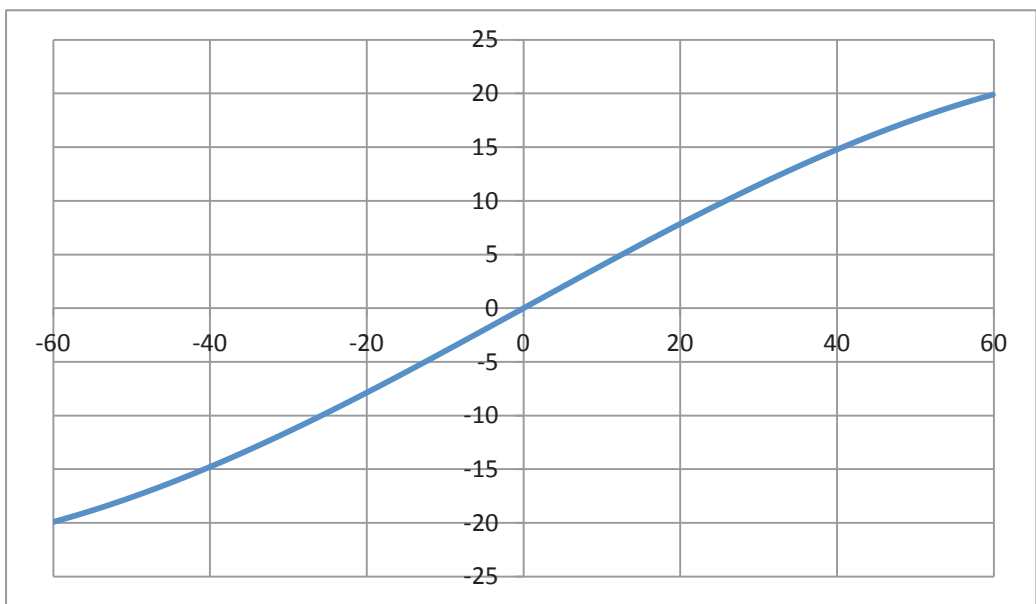
**Question 4:**

**Question 5:**

**Question 6:**

**Question 7:**

a)



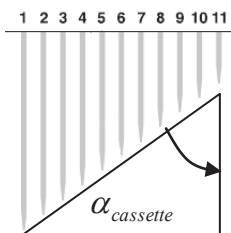
$d(\theta)$  en mm en fonction de  $\theta$  en degré

b)

**Question 8:**

**Question 9:**

Diamètres minis et maxis (mm)	
Cassette 1	Cassette 2
36,3	36,3
75,9	92,4
Alpha moyen (°)	



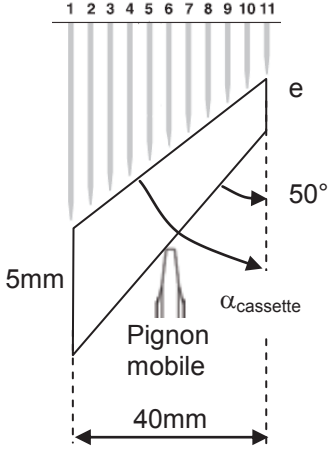
Comparaison avec  $\alpha$  de la question 8 :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 10:**

AN :		
Cassette	1	2
e (mm)		



**Question 11:**

**Question 12:**

**Question 13:**

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 14:**

**Question 15:**

*Nombre minimal de fentes :*

**Question 16:**

**Question 17:**

**Question 18:**

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 19:**



**Question 20:**



**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**

**Question 21:**

**Question 22:**

**Question 23:**

**Question 24:**

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 25:**

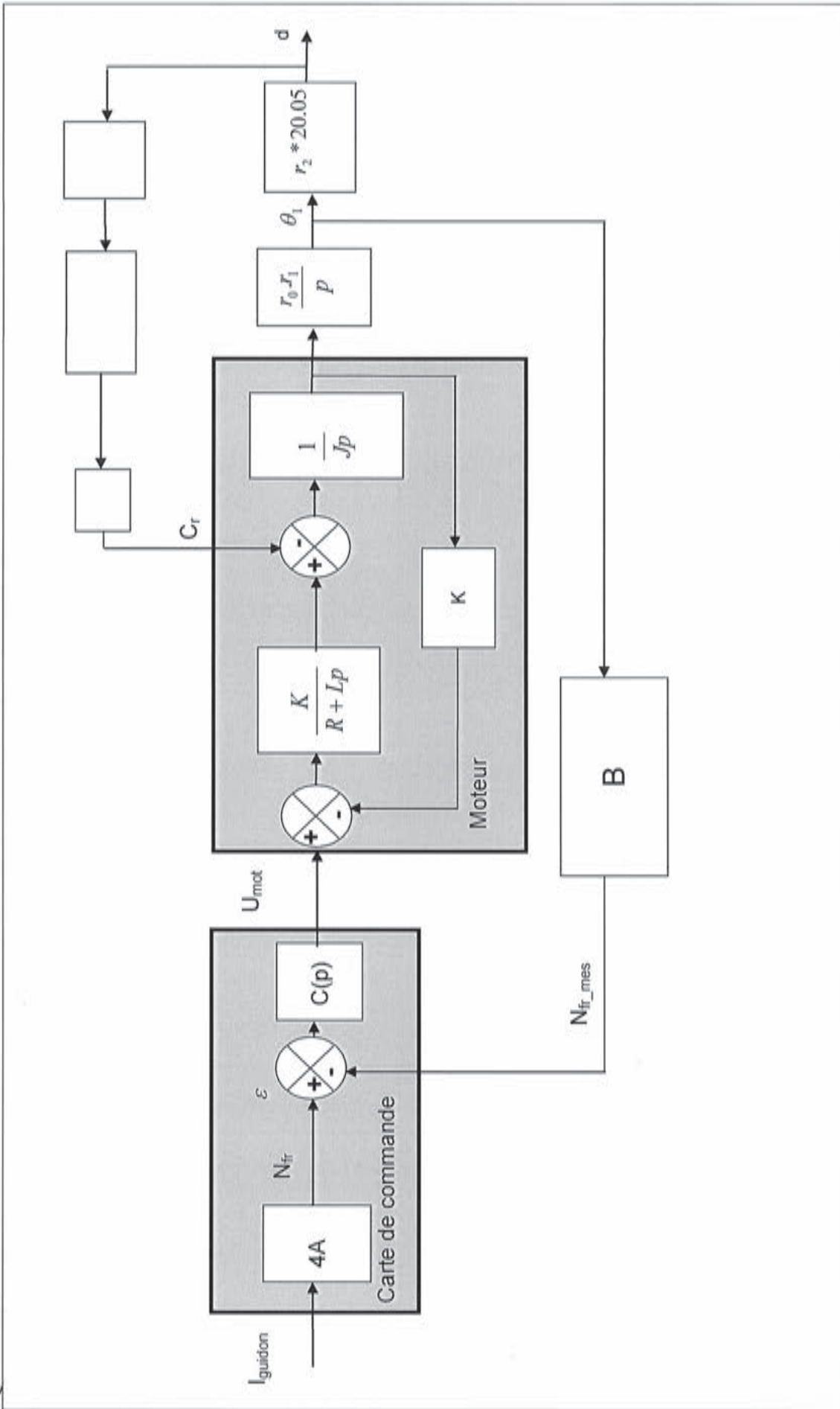
**Question 26:**

AN :  $C_{c\_max} =$

**Question 27:**



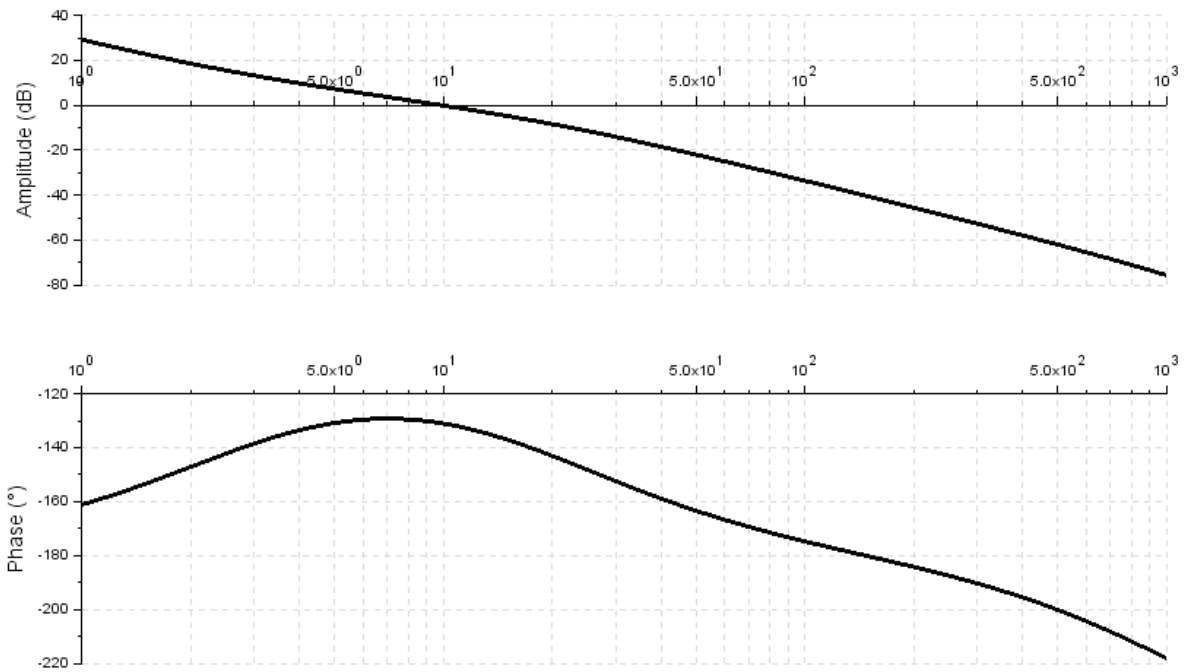
Question 28:



NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

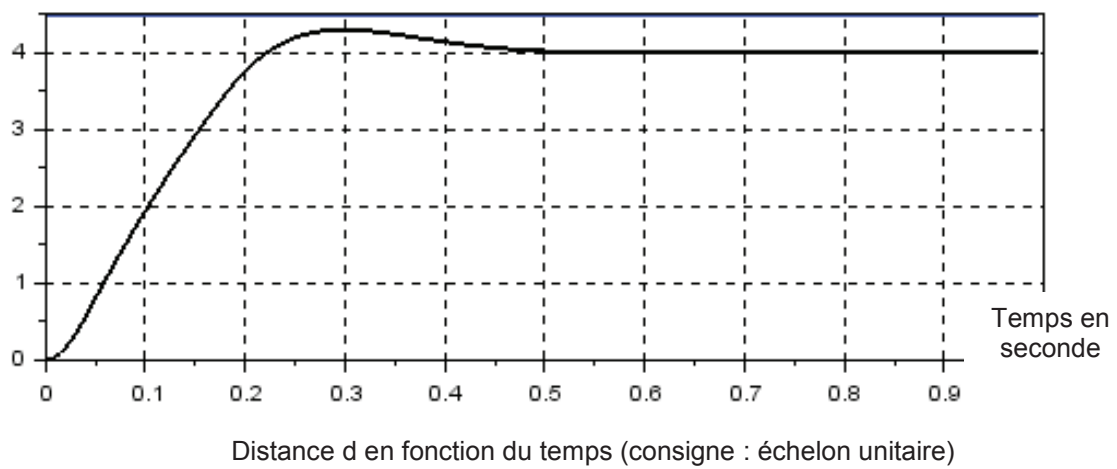
**Question 29:**



$M_g =$   
 $M_\varphi =$

Conclusion :

**Question 30:**

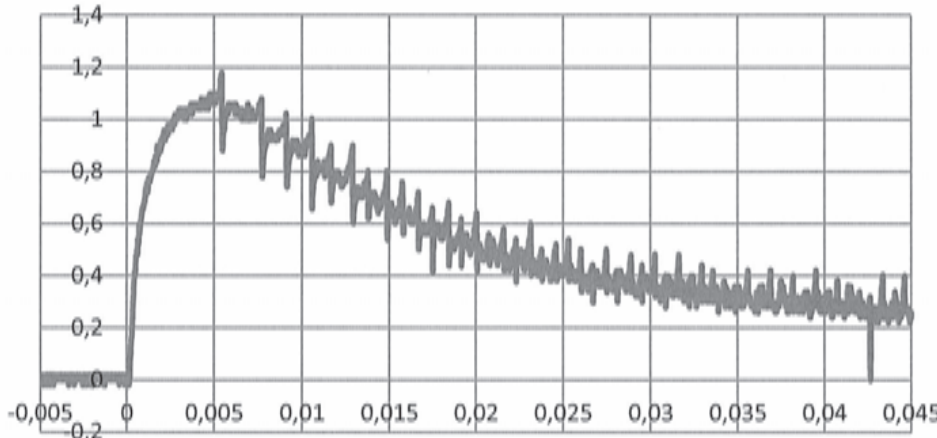


NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 31:**

**Question 32:**



L'énergie perdue R est d'environ

**Question 33:**

L'énergie utilisée E est d'environ

**Question 34:**

Contenance de la batterie :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 35:**

**Question 36:**

**Question 37:**

**Question 38:**

**Question 39:**

- *plateau=2 ; pignon=5 :*
  
- *plateau=2 ; pignon=3 :*

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 40:**

```
Import numpy as np  
  
def creer_table:  
    Casesgrisees = np.zeros([11,3])
```

**Question 41:**

```
def vitesse_plus(CS,P) :
```

**Question 42:**

```
def vitesse_plus_degrade(CS,P) :
```

**FIN**

**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**



**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**



**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**

