

1.1.EPREUVE DE MATHEMATIQUES-SERIE B**REPUBLIQUE GABONAISE
DIRECTION DU BACCALAUREAT****2015 – MATHÉMATIQUES****Séries : B****Durée : 3 heures****Coef. : 3***L'usage de la calculatrice est autorisé***EXERCICE 1 : 5 points**Soit le polynôme $P(x) = -2x^3 + 7x^2 + 7x - 30$.

1. Calculer $P(3)$.
2. Déterminer les nombres réels a , b et c tels que :
$$P(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$$
3. Soit le polynôme $Q(x) = -2x^2 + x + 10$
 - a) Factoriser $Q(x)$.
 - b) En déduire une factorisation de $P(x)$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $P(x) = 0$.
5. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :
 - a) $-2(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 + 7\ln x - 30 = 0$.
 - b) $-2e^{3x} + 7e^{2x} + 7e^x - 30 = 0$.

EXERCICE 2 : 4 points

Au cours de l'année 2013, la production d'une coopérative agricole a été de 6000 régimes de bananes. Durant les années suivantes, cette production baisse de 8% par an. On note P_0 la production de l'année 2013, P_1 celle de 2014, P_2 celle de 2015 et P_n la production de l'année 2013 + n .

1. Calculer P_1 et P_2 .
2.
 - a) Justifier que $P_{n+1} = 0,92P_n$.
 - b) En déduire que (P_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - c) Justifier que $P_n = 6000 \times (0,92)^n$.
3. La production n'est plus rentable lorsque celle-ci est inférieure ou égale à 1200 régimes de bananes par an.
 - a) Démontrer que le nombre d'années au cours desquelles la production sera rentable est de 20 ans
 - b) Déterminer la production totale durant la période de rentabilité (à partir du 1^{er} janvier 2013).

EXERCICE 3 : 5 points

Le tableau ci-dessous est un extrait des documents statistiques de la commission électorale d'un pays. Il donne le nombre d'électeurs (en millions) au cours des neuf dernières élections présidentielles ; ces élections se déroulant tous les cinq ans.

Année	1974	1979	1984	1989	1994	1999	2004	2009	2014
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'électeurs y_i	13	11	9	6	5	4	3,5	2,5	2

Dans tout cet exercice, les résultats seront donnés à 10^{-2} près par excès.

- Représenter le nuage de points de cette série statistique double dans le plan muni du repère orthogonal (O, I, J). On prendra 1cm pour 1 rang sur l'axe des abscisses et 0,5 cm pour 1 million de personnes sur l'axe des ordonnées. L'origine du repère sera le point de coordonnées (0 ; 30).
 - Déterminer les coordonnées du point moyen G. Placer G dans le repère.
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Que peut-on en déduire ?
- Par la méthode des moindres carrés, donner une équation de la droite de régression de y en x, puis tracer cette droite dans le même repère que le nuage de points.
- Déterminer le nombre d'électeurs qu'il y'aura lors de la prochaine élection si la tendance est maintenue?
- Le Président de ladite commission affirme : « Si cette tendance se maintient, un jour il n'y aura plus d'électeurs lors des présidentielles ». Dit-il vrai ? Si oui, à partir de quelle année cela se produira-t-il ?

EXERCICE 4 : 6 points

On se propose d'étudier la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$f(x) = -x + \ln(x+1) - \ln x$ et de tracer sa courbe représentative (C) dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unités : 2 cm.

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{x^2+x+1}{x(x+1)} \geq 0$.
- Déterminer la limite de f en 0.
 - Vérifier que pour tout x de $]0; +\infty[$, $f(x) = -x + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.
En déduire la limite de f en $+\infty$.
- Soit f' la fonction dérivée de f . Calculer $f'(x)$ et prouver que $f'(x) = -\frac{x^2+x+1}{x(x+1)}$ pour tout x de $]0; +\infty[$.
 - En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$ et le sens de variation de f .
 - Dresser le tableau des variations de f sur $]0; +\infty[$.

4.

a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α .

b) Justifier que $\alpha \in \left] \frac{1}{2} ; 1 \right[$.

5.

a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = -x$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.

b) Etudier la position de (C) par rapport à (Δ) .

6. Construire (C) et (Δ) (on prendra $\alpha = 0,8$).