OFFICE DU BACCALAURÉAT DU CAMEROUN

....

DIRECTION

....

DIVISION DES EXAMENS

RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN

....

Paix – Travail – Patrie

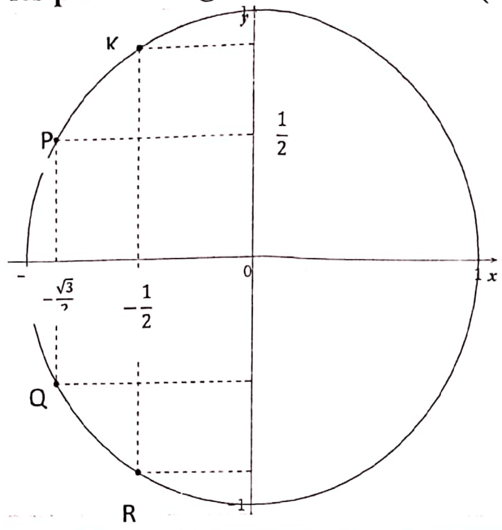
....

CORRIGÉ HARMONISÉ NATIONAL

EXAMEN : PROBATOIRE
EPREUVE : MATHÉMATIQUES
SÉRIE / SPÉCIALITÉ : C / E

SESSION : 2021
DURÉE : 3 h
COEFFICIENT : 6 (C)/ 5 (E)

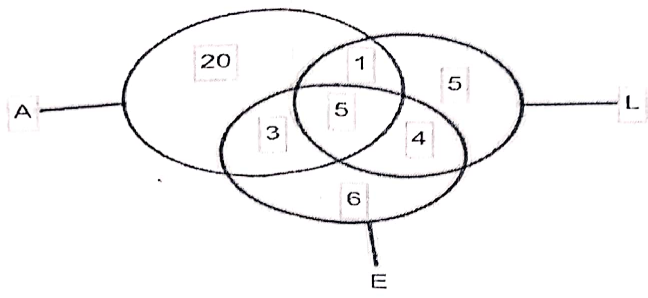
RÉFERENCES ET SOLUTIONS	BARÊME	COMMENTAIRES
PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 13,25 points		
Exercice 1 : 4,5 points		
I.1. Vérifions que $\left(\sqrt{3}-1\right)^2 = 4-2\sqrt{3}$ En effet $\left(\sqrt{3}-1\right)^2 = 3-2\sqrt{3}+1 = 4-2\sqrt{3}$.	0,25pt	.
2. Résolvons dans $\mathbb{R}$: $2x^2 + (1+\sqrt{3})x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ Soit Δ son discriminant : .$\Delta = \left(1+\sqrt{3}\right)^2 - 4\times 2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4-2\sqrt{3} = \left(\sqrt{3}-1\right)^2$ $\Delta > 0$ donc cette équation admet deux solutions $x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x_2 = -\frac{1}{2}$.	0,75pt	**0,25pt** pour la démarche. **0,25pt** par solution juste.
3.a) Déduisons-en la résolution dans l'intervalle $[0; 2\pi[$ de l'équation **(E) : $2cos^2x + (1+\sqrt{3})cos\, x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$.** D'après 2. (E) équivaut à $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ ou $\cos x = -\frac{1}{2}$, soit à $x = \frac{5\pi}{6}+2k\pi$ ou $x = \frac{-5\pi}{6}+2k\pi$ ou $x = \frac{2\pi}{3}+2k\pi$ ou $x = \frac{-2\pi}{3}+2k\pi$ avec k entier relatif. Donc les solutions dans $[0; 2\pi[$ de (E) sont : $\frac{5\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{4\pi}{3}$.	1pt	**0,25pt** pour $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ ou $\cos x = -\frac{1}{2}$ **0,25pt** pour les solutions dans $\mathbb{R}$. **0,25pt** par paire de solutions dans $[0; 2\pi[$

b) Représentons sur un cercle trigonométrique les points images des solutions de (E). Les points K, P, Q et R placés ci-contre sont les points images respectifs de $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$ et $\frac{4\pi}{3}$. 	**1pt**	**0,25pt** par point bien placé.
II.1. Montrons que $(\vec{u};\vec{v})$ est une base de E. E étant un plan vectoriel et $\det(\vec{u};\vec{v}) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$, donc $(\vec{u};\vec{v})$est une base de E.	**0,25pt**	**N.B.** Ne pas exiger la précision que E est un plan vectoriel.
2. Déterminons la matrice A de f dans la base $(\vec{u};\vec{v})$. $\begin{cases} \vec{u} = \vec{i} - \vec{j} \\ \vec{v} = \vec{i} + \vec{j} \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} \vec{i} = \frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v}) \\ \vec{j} = \frac{1}{2}(-\vec{u}+\vec{v}) \end{cases}$. Ainsi $f(\vec{u}) = 2\vec{u}+\vec{v}$ et $f(\vec{v}) = -2\vec{u}+3\vec{v}$. Donc $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.	**0,75pt**	**0,25pt** pour $\begin{cases} \vec{i} = \frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v}) \\ \vec{j} = \frac{1}{2}(-\vec{u}+\vec{v}) \end{cases}$ et **0,25pt** pour $\begin{cases} f(\vec{u}) = 2\vec{u}+\vec{v} \\ f(\vec{v}) = -2\vec{u}+3\vec{v} \end{cases}$ et **0,25pt** pour *A*.
3. Montrons que f est bijectif. $detA = 8 \neq 0$, donc f est bijectif.	**0,25pt**	
4. Déterminons la matrice A_1 de f^{-1} dans la base $(\vec{u};\vec{v})$. $A_1 = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{8} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.	**0,25pt**	

Exercice 2 : 4 points

1. Déterminons l'effectif de cette classe.

Désignons par A, L et E les ensembles respectifs des élèves qui étudient l'anglais, l'allemand et l'espagnol .A l'aide du diagramme ci-contre, l'effectif total de la classe est 20+1+5+3+4+6+5=**44.**



0,75pt — **0,5pt** pour la démarche; **0,25pt** pour le résultat. **N.B.** Apprécier toute autre méthode de résolution

2.a) Déterminons le nombre de choix possibles.

Ce nombre est $C_{20}^3 = 1140$.

0,5pt — **0,25pt** pour la formule; **0,25pt** pour le résultat.

b) Déterminons le nombre de choix ne contenant que les élèves de même sexe.

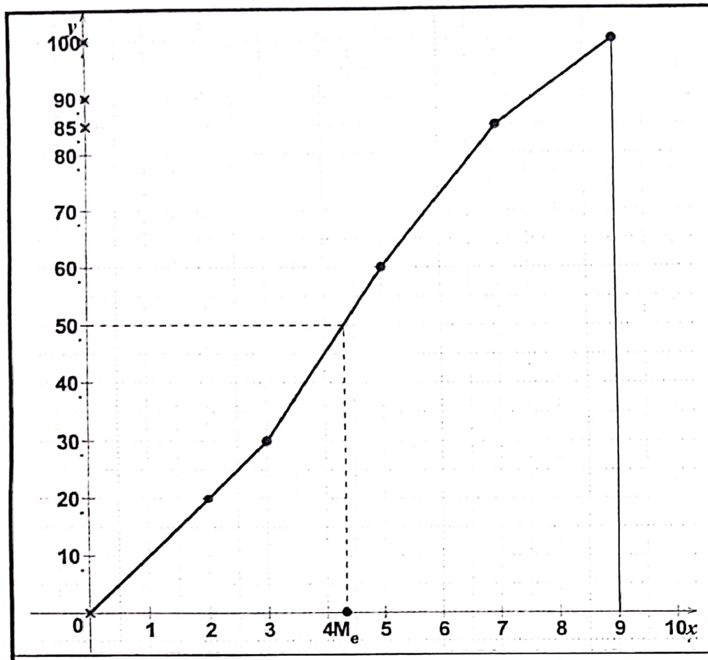
Ce nombre est $C_6^3 + C_{14}^3 = 384$.

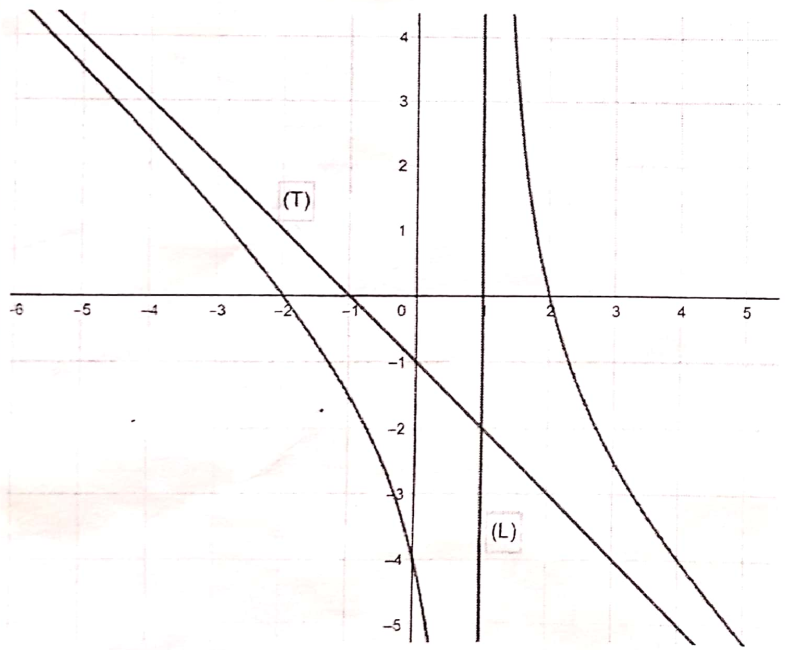
0,5pt — **0,25pt** pour la formule. **0,25pt** pour le résultat.

3.a) Construisons le polygone des fréquences cumulées croissantes.

Distances parcourues (hm)	$[0;2[$	$[2;3[$	$[3;5[$	$[5;7[$	$[7;9[$
Fréquences (en %)	20	10	30	25	15
Fréquences cumulées croissantes	**20**	**30**	**60**	**85**	**100**

1,25pt — **0,5pt** pour la ligne des fréquences cumulées croissantes; **0,75pt** pour le polygone.

		
b) Déterminons par calcul la médiane M_e de cette série statistique. L'intervalle médian est $[3; 5]$, ainsi par interpolation linéaire, on a $\frac{M_e-3}{50-30} = \frac{5-3}{60-30}$ Donc $\boldsymbol{M_e = \frac{13}{3} = 4,33}$.	1pt	**0,75pt** pour la démarche **0,5pt** pour le résultat
Exercice 3 : 4,75 points		
1 .a) Calculons les limites de f en $+\infty$, $-\infty$, à gauche et à droite en 1. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$	1pt	**0,25pt** par limite juste. **N.B.** Ne pas exiger de justification.
b) Déduisons-en que la courbe (C) admet une asymptote verticale (L) Comme $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$ ou $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$, la droite (L): **$x = 1$ est asymptote verticale à (C).**	0,5pt	**0,25pt** pour l'équation. **0,25pt** pour la justification.
2.a) Déterminons les réels a, b et c tels que pour tout $x \neq 1$ $f(x) = ax + b + \frac{c}{1-x}$. $ax + b + \frac{c}{1-x} = \frac{-ax^2+(a-b)x+b+c}{1-x}$. Ainsi $f(x) = ax + b + \frac{c}{1-x}$ si et seulement si $\begin{cases} -a = 1 \\ a - b = 0 \\ b + c = -4 \end{cases}$ Donc $\mathbf{a = -1}$, $\mathbf{b = -1}$ et $\mathbf{c = -3}$.	0,5pt	**0,25pt** pour de la démarche **0,25pt** pour les trois valeurs.

b) Montrons que $(T): y = -x - 1$ est une asymptote à (C). $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (-x-1)] = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-3}{-x} = 0$ ou $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (-x-1)] = 0$, donc la droite $(T): y = -x - 1$ est asymptote à (C)	0,25pt	
c) Déterminons la position relative de (C) et (T). Etudions le signe de $f(x) - (-x-1) = -\frac{3}{1-x}$. $-\frac{3}{1-x} > 0$ si et seulement si $x > 1$. Donc (C) **est en dessous de (T) sur $]-\infty; 1[$ et (C) est au dessus de (T) sur $]1; +\infty[$.**	0,25pt	
3.a) Montrons que la dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f'(x) = \frac{-(x^2-2x+4)}{(1-x)^2}$. Pour tout x de $\mathbb{R} - \{1\}$, $f'(x) = \frac{2x(1-x)+(x^2-4)}{(1-x)^2} = \frac{2x-2x^2+x^2-4}{(1-x)^2} = \frac{-x^2+2x-4}{(1-x)^2} = \frac{-(x^2-2x+4)}{(1-x)^2}$.	0,5pt	**0,25pt** pour la démarche **0,25pt** pour la conclusion.
b) Déduisons-en le sens des variations de f. Pour tout x de $\mathbb{R} - \{1\}$, le signe de $f'(x)$ est celui de $-(x^2 - 2x + 4)$. Or pour tout réel , $x^2 - 2x + 4 > 0$, donc pour tout x de $\mathbb{R} - \{1\}$, $f'(x) < 0$. Ainsi, f est strictement décroissante sur $]-\infty; 1[$ et sur $]1; +\infty[$.	0,5pt	**0,25pt** pour le signe de $f'(x)$ **0,25pt** pour le sens des variations.
4. Construisons dans le même repère (C), (L) et (T).  	1,25pt	**0,25pt** pour le repère **0,25pt** pour (L) **0,25pt** pour (T) **0,25pt** par branche de (C).

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 6,75 points

Références et solutions	Critères	Indicateurs et barèmes
1. Vérifions si cette citerne pleine peut satisfaire cette famille durant un mois. Notons V_c et V_s les volumes respectifs de la citerne et du seau et r le rayon du seau. Alors la hauteur h_s du seau est r+5. La hauteur de la citerne est h_c= 8r et son rayon $r_c = 9$r.	C_1 : Interprétation correcte de la situation	0,25pt pour h_s=r+5 0,25pt pour h_c= 8r et $r_c = 9$r. 0,25pt pour $V_c = 432V_s$
On a $V_c = 432V_s$ équivaut à $648\pi r^3 = 432\pi r^2(r+5)$, soit à $648r = 432(r+5)$ et donc à $r = 10cm$. Donc le rayon du seau est 0,1 m. Le volume de la citerne est $V_c = 648\pi(0{,}1)^3 \approx 2{,}03472$, soit $V_c \approx 2{,}03472$ m^3	C_2 :Utilisation correcte des outils	0,5pt pour $r = 10$ cm 0,25pt pour $V_c \approx 2,03472$ m^3
$V_c < 2,5$ **alors cette citerne ne pourra pas satisfaire cette famille durant un mois.** **N.B. tenir compte de l'utilisation de toute valeur approchée de π.**	C_3 : Cohérence	0,75 pt pour un bon enchainement du raisonnement.
2. Déterminons le montant illisible sur le carnet de la Feue mère de NDOLIKE. Notons $S_0 = 500000$ le montant initial déposé le 3 janvier 2005 • Le montant de l'intérêts annuel du premier placement est $\frac{500.000\times6}{100} = 30.000$, soit 30 000 F.	C_1 : Interprétation correcte de la situation	0,25 pt pour $\frac{500.000\times6}{100}$ 0,25 pt pour $\frac{(590\ 000-a)\times6}{100}$ 0,25 pt pour $660\ 800 - \frac{28a}{25} = 504.000$
• Le capital dans le compte au 3 janvier 2008 est $500\ 000 + 3 \times 30000 = 590\ 000$, soit 590.000 F.	C_2 :Utilisation correcte des outils	0,25 pt pour 30000 0,25 pt pour $35.400 - \frac{3a}{50}$ 0,25 pt pour 140 000.
• Désignons par a la somme retirée au 4 janvier 2008. Alors le nouveau montant placé est $590\ 000 - a$. Le montant de l'intérêt annuel du deuxième placement est $\frac{(590\ 000-a)\times6}{100} = 35.400 - \frac{3a}{50}$. • Le capital dans le compte au 5 janvier 2010 est $590\ 000 - a + 2\left(35.400 - \frac{3a}{50}\right) = 660\ 800 - \frac{28a}{25}$ • On a alors $660\ 800 - \frac{28a}{25} = 504.000$, donc $a = 140.000$. Ainsi, **le montant illisible est 140 000F.**	C_3 : Cohérence	0,75 pt pour un bon enchainement du raisonnement.

3. Aidons NDOLIKE à trouver où faire son forage. Notons A le point représentant la cuisine et B celui représentant le magasin . M le point représentant le forage. On a $MA^2 = MB^2$ c'est-à-dire $MA = MB$. Donc M appartient à la médiatrice de $[AB]$. **NDOLIKE doit construire le forage sur la partie de la médiatrice de $[AB]$ contenue dan le plan de son terrain.**	**C_1 : Interprétation correcte de la situation**	**0,25 pt pour** le choix des points **0,5 pt pour** $MA^2 = MB^2$
	C_2 :Utilisation correcte des outils	**0,25 pt pour** $MA = MB$. **0,25 pt pour** appartient à la médiatrice de $[AB]$ **0,25 pt pour** le forage est sur la partie de la médiatrice de $[AB]$, contenue dans le terrain de Ndolike
	C_3 : Cohérence	**0,75 pt pour un bon enchainement du raisonnement.**

Fait à Yaoundé le 25 juin 2021

Le Président du Jury d'harmonisation

Bertrand Talla Ndé

PLEG - IPN - MATHS

Tel : 699600021
679373494