OFFICE DU BACCALAUREAT DU CAMEROUN

....

DIRECTION

....

DIVISION DES EXAMENS

République du Cameroun

....

Paix – Travail - Patrie

....

CORRIGE HARMONISE NATIONAL

EXAMEN : PROBATOIRE-ESG

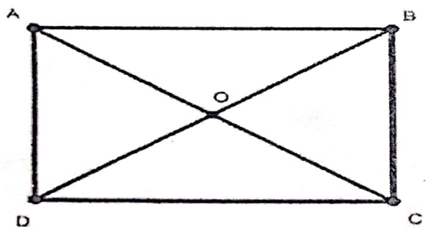
EPREUVE : MATHEMATIQUES

SERIE : D – TI

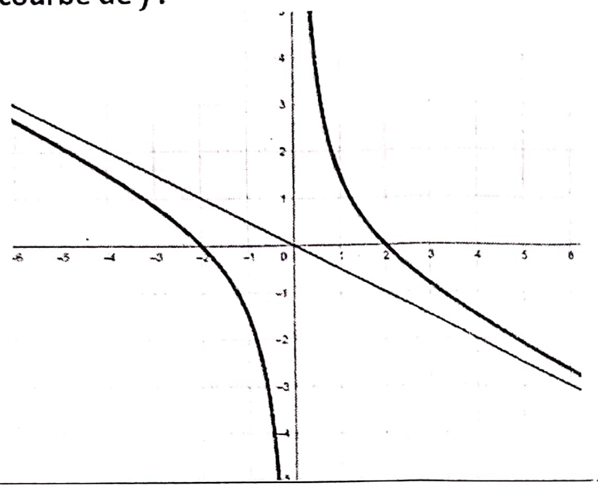
SESSION: 2021

DUREE: 3H

COEFFICIENT: 4

REFERENCES ET SOLUTIONS	BAREMES	COMMENTAIRES
Partie A : EVALUATIONS DES RESSOURCES		
EXERCICE 1 1.a) **Construisons le rectangle ABCD et plaçons le point O** 	**(0,5pt)**	0,25 pt pour le rectangle. 0,25 pt pour le point O. **N.B. : Attribuer 0,25 pt pour une figure entièrement construite sans respect des dimensions.**
b) **Démontrons que** $-24\overrightarrow{MA}+12\overrightarrow{MB}+12\overrightarrow{MD}=12\overrightarrow{AC}$ $-24\overrightarrow{MA}+12\overrightarrow{MB}+12\overrightarrow{MD}=-24\overrightarrow{MA}+12(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB})+12(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD})$. $=-24\overrightarrow{MA}+24\overrightarrow{MA}+12\overrightarrow{AB}+12\overrightarrow{AD}$ $=12(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$ car $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ $=12\overrightarrow{AC}$ d'après la relation de Chasles	**(0,5pt)**	0,25 pt pour la décomposition des vecteurs. 0,25 pt pour toute réduction conduisant au résultat. **N.B. : Apprécier toute autre démarche.**
c) **Démontrons que** $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2=4OM^2+AC^2$ O est le milieu du segment $[AC]$; on a : $MA^2+MC^2=2OM^2+OA^2+OC^2$ (1) O est le milieu du segment $[BD]$, on a : $MB^2+MD^2=2OM^2+OB^2+OD^2$ (2)	**(1pt)**	0,25 pt pour chaque décomposition. 0,5 pt pour le résultat final.

<table>
<tr>
<td>En effectuant la somme (1)+(2) et en utilisant le fait que $OA = OB = OC = OD$
$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4OM^2 + 4OA^2 = 4OM^2 + AC^2$ car $AC = 2 \times OA$</td>
<td></td>
<td>N.B. : Apprécier toute autre démarche.</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Déterminons la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (∑)
$\boldsymbol{MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = \|-24\overrightarrow{MA} + 12\overrightarrow{MB} + 12\overrightarrow{MD}\|}$
$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = \|-24\overrightarrow{MA} + 12\overrightarrow{MB} + 12\overrightarrow{MD}\|$
$\boldsymbol{M} \in (\Sigma) \Leftrightarrow 4OM^2 + AC^2 = 12AC$
$\boldsymbol{M} \in (\Sigma) \Leftrightarrow 4OM^2 = 12AC - AC^2$ avec $AC^2 = AD^2 + DC^2 = 100 \Rightarrow AC = 10$
$\boldsymbol{M} \in (\Sigma) \Leftrightarrow 4OM^2 = 12 \times 10 - 100 = 20$
$\boldsymbol{M} \in (\Sigma) \Leftrightarrow OM = \sqrt{5}$. Donc (∑) décrit le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{5}$</td>
<td>(1pt)</td>
<td>0,25 pt pour la démarche.
0,25 pt pour la nature de (∑).
0,25 pt pour le rayon.
0,25 pt pour le centre.</td>
</tr>
<tr>
<td>EXERCICE 2
1) Justifions que l'ensemble de définition de f est : $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ et déterminons les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
$f(x)$ existe si et seulement si $x \in IR$ et $x \neq 0$.
Donc $D_f = IR - \{0\}$, ou encore $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$.
$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (-\frac{x}{2}) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (-\frac{x}{2}) = -\infty$
$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} (\frac{2}{x}) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} (\frac{2}{x}) = +\infty$</td>
<td>(1,25pt)</td>
<td>0,25 pt pour la justification du domaine.
0,25 pt pour chaque limite juste.</td>
</tr>
<tr>
<td>2) Que peut-on dire de la droite d'équation $x = 0$?
La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à la courbe de f.</td>
<td>(0,25pt)</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>3) Justifions que la droite d'équation $y = -\frac{x}{2}$ est asymptote à la courbe de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(f(x) + \frac{x}{2}\right) = \lim\limits_{x \to -\infty} (\frac{2}{x}) = 0$. et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) + \frac{x}{2}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} (\frac{2}{x}) = 0$.
La droite d'équation $y = -\frac{x}{2}$ est asymptote à la courbe de f en $-\infty$ $et\ en + \infty$.</td>
<td>(0,5pt)</td>
<td>0,25 pt pour chaque justification.</td>
</tr>
<tr>
<td>4) Déterminons $f'(x)$ pour $x \neq 0$, son signe et le tableau des variations de f.
$f'(x) = -\frac{1}{2} - \frac{2}{x^2} = -(\frac{1}{2} + \frac{2}{x^2})$. Or pour tout $x \neq 0$, $(\frac{1}{2} + \frac{2}{x^2}) > 0$.
On conclut que pour $x \neq 0$, $f'(x) < 0$. Donc la fonction f est strictement décroissante sur $]-\infty, 0[$ et sur $]0, +\infty[$. Le tableau de variation de f est :
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>||</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ 0 ↘ $-\infty$</td><td>||</td><td>$+\infty$ ↘ 0 ↘ $-\infty$</td></tr>
</table>
</td>
<td>(1,5pt)</td>
<td>0,5 pt pour la fonction dérivée.
0,25 pt pour le signe de la fonction dérivée.
0,25 pt pour chaque ligne du tableau des variations.</td>
</tr>
</table>

5) Démontrons que l'origine O du repère est centre de symétrie à la courbe de f. Pour tout $x \epsilon IR-\{0\}$, on a $-x \in IR-\{0\}$ et $f(-x)=\frac{x}{2}-\frac{2}{x}=-f(x)$. Donc, f est une fonction impaire et par conséquent l'origine O du repère est centre de symétrie à (C_f)	**(0,5pt)**	0,25 pt pour la substitution de x par $-x$. 0,25 pt pour la conclusion.
6) Traçons avec soin la courbe de f.  	**(1pt)**	0,25 pt pour le repère. 0,25 pt pour l'asymptote oblique. 0,25 pt pour chaque morceau de la courbe.
EXERCICE 3 **1) Démontrons que** $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{1}{2}$ **et** $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}=0$ $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}=\cos\left(\frac{\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}\right)=\cos\left(-\frac{4\pi}{12}\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$ $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}=\cos\left(\frac{\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}\right)=\cos\left(\frac{6\pi}{12}\right)=\cos\frac{\pi}{2}=0$	**(1pt)**	0,25 pt pour chaque formule. 0,25 pt pour $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$. 0,25 pt pour $\cos\frac{\pi}{2}$.
2) Déduisons-en que la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}$ est $\frac{1}{4}$. D'après la question précédente, on a $\begin{cases}\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{1}{2} & (1)\\ \cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}=0 & (2)\end{cases}$ En faisant la somme $(1)+(2)$, on obtient $2\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{1}{4}$.	**(0,5pt)**	Apprécier la démarche.
3) Résolvons dans l'intervalle $[0,2\pi[$ l'équation $\cos\frac{\pi}{12}\cos x=\frac{1}{4}$ $\cos\frac{\pi}{12}\cos x=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{12}\cos x=\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}$ $\Leftrightarrow \cos x=\cos\frac{5\pi}{12}$ car $\cos\frac{\pi}{12}\neq 0$ $\Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{12}+2k\pi$ ou $x=-\frac{5\pi}{12}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.	**(1,5pt)**	0,5 pt pour : $\cos\frac{\pi}{12}\cos x=\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}$ 0,5 pt pour les solutions dans IR. 0,5 pt pour les solutions dans $[0,2\pi[$.

- Pour $x = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi$, la solution qui est contenue dans $[0, 2\pi[$ est $x = \frac{5\pi}{12}$.
- Pour $x = -\frac{5\pi}{12} + 2k\pi$, la solution qui est contenue dans $[0, 2\pi[$ est $x = \frac{19\pi}{12}$.

L'ensemble solution est $S = \left\{\frac{5\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}\right\}$

4) Résolvons dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ l'inéquation $\cos x - \cos\frac{5\pi}{12} > 0$

$\cos x - \cos\frac{5\pi}{12} = 0$ dans l'intervalle$[0, 2\pi[$ a pour solution $x = \frac{5\pi}{12}$ $ou\ x = \frac{19\pi}{12}$. Par la suite, on dresse le tableau de signes de $\cos x - \cos\frac{5\pi}{12}$

x	0	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{19\pi}{12}$	2π
$\cos x - \cos\frac{5\pi}{12}$	+	−	+	

Au vu de ce tableau de signes, la solution de l'inéquation est $S = \left[0, \frac{5\pi}{12}\right[\cup \left]\frac{19\pi}{12}, 2\pi\right[$

(1pt)

0,5 pt pour la démarche.
0,25 pt pour chaque intervalle de l'ensemble-solution.

EXERCICE :4

1) Déterminons le poids moyen de ces lapins

Poids des lapins	$[0, 1[$	$[1, 2[$	$[2, 3[$	$[3, 4[$	**Total**
Effectifs (n_i)	10	15	20	5	**50**
Centres (c_i)	0,5	1,5	2,5	3,5	
$n_i \times c_i$	5	22,5	50	17,5	95
ECD	50	40	25	5	

ECD : effectifs cumulés décroissants

Le poids moyen des lapins est : $\bar{x} = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{4} n_i \times c_i = \frac{95}{50} = 1{,}9$. Soit 1,9 kg.

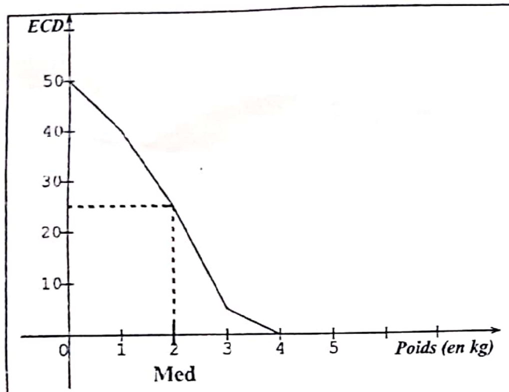
(0,75pt)

0,5 pt pour la démarche.
0,25 pt pour le résultat.
N.B. : Le tableau ci-contre n'est pas exigé.

2) Construction du polygone des effectifs cumulés décroissants

(1,5pt)

0,25 pt pour chaque point bien placé.
0,25 pt pour l'allure du polygone.



<table>
<tr><td>3) Déterminons la médiane de cette série statistique
Graphiquement, on voit que la médiane $M_e = 2$</td><td>(0,75pt)</td><td colspan="2">Apprécier toute autre justification.</td></tr>
<tr><th colspan="4">Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)</th></tr>
<tr><th>REFERENCES ET SOLUTIONS</th><th colspan="2">CRITERES</th><th>INDICATEURS</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1. Déterminons la façon dont on doit choisir le nombre d'ordinateurs à assembler mensuellement pour ne pas fonctionner à perte.
Soit x le nombre d'ordinateurs produit et vendu au cours d'un mois. On définit les charges liées à la production par : $P(x) = 1120 + 0{,}00007x^2$ et le montant de la vente des ordinateurs est : $V(x) = 0{,}7x$
Le bénéfice obtenu est : $B(x) = V(x) - P(x) = -0{,}00007x^2 + 0{,}7x - 1120$
Comme le bénéfice doit être positif, on a donc $-0{,}00007x^2 + 0{,}7x - 1120 \geq 0$
• On résous l'équation : $-0{,}00007x^2 + 0{,}7x - 1120 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac = (0{,}7)^2 - 4(0{,}00007) \times 1120 = 0{,}1764 = (0{,}42)^2$
Les solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0{,}7-0{,}42}{2\times(-0{,}00007)} = 8000$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0{,}7+0{,}42}{2\times(-0{,}00007)} = 2000$
• On dresse un tableau de signes de $B(x) = -0{,}00007x^2 + 0{,}7x - 1120$
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2000</td><td>8000</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$B(x)$</td><td>−</td><td>+</td><td>−</td><td></td></tr></table>
On doit donc choisir la production du nombre d'ordinateurs entre 2000 et 8000 ordinateurs pour que l'entreprise ne tourne pas à perte</td><td colspan="2">C1 : Interprétation correcte de la situation</td><td>0.25 pt pour : $0{,}7x$.
0.25 pt pour :
$0{,}7x \geq 1120 + 0{,}00007x^2$
N.B. : Donner 0.5 pt à tout candidat qui écrit :
Prix de vente ≥ Dépenses.</td></tr>
<tr><td colspan="2">C2 : utilisation correcte des outils</td><td>0,25 pt pour les racines de $B(x) = 0$.
0,25 pt pour :
$x \in [2000; 8000]$.
N. B. : Attribuer la totalité des points même si $B(x)$ n'est pas correct.</td></tr>
<tr><td colspan="2">C3 : cohérence</td><td>0,25 pt pour l'enchaînement logique.
0,25 pt pour une conclusion cohérente.</td></tr>
<tr><td>2. Déterminons le nombre d'ordinateurs que cet industriel doit produire mensuellement pour réaliser un bénéfice maximal ?</td><td colspan="2">C1 : interprétation</td><td>0,5 pt pour la fonction bénéfice qui à $x \longmapsto B(x)$.</td></tr>
</table>

Soit x le nombre d'ordinateurs produit et vendu au cours d'un mois. On a définit la fonction bénéfice par : $B(x) = -0{,}00007x^2 + 0{,}7x - 1120$ B est une fonction dérivable sur IR et sa dérivée est : $B'(x) = -0{,}00014x + 0{,}7$ $B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{0{,}7}{0{,}00014} = 5000$. Ainsi donc : Si x est contenu dans l'intervalle $[2000, 5000]$ le bénéfice est croissant et si x est contenu dans l'intervalle $[5000, 8000]$ le bénéfice est décroissant. Le nombre d'ordinateurs qui rend **le bénéfice maximal est atteint pour la vente de 5000 ordinateurs.**	correcte de la situation	
	C2 : utilisation correcte des outils	0,25 pt pour le sens de variations de B. 0,25 pt pour la valeur 5000.
	C3 : cohérence	0,25 pt pour l'enchaînement logique. 0,25 pt pour une conclusion cohérente.
3. Déterminons la capacité de production journalière des composantes MOS Pour fabriquer la première composante, le temps mis est : $t_1 = 3\,min = 180\,s$ Pour fabriquer la deuxième composante, le temps mis est : $t_2 = 3\,min\,2\,s = (180 + 2)\,s$ Pour fabriquer la troisième composante, le temps mis est : $t_3 = 3\,min\,4\,s = (180 + 4)\,s$ De proche en proche, on construit une suite arithmétique (t_n) de premier terme $t_1 = 180\,s$ et de raison $r = 2$ et de terme général $t_n = 180 + 2(n-1) \quad (n \geq 1)$. Or $t_n = 3h59min = 14340$. On a donc: $180 + 2n - 2 = 14340$. Ou encore $n = 7081$. On conclut que la production journalière est de **7081 composants.**	C1 : interprétation correcte de la situation	0,5 pt pour $t_{n+1} = t_n + 2$.
	C2 : utilisation correcte des outils	0,25 pt pour l'expression de t_n en fonction de n. 0,25 pt pour 7081.
	C3 : cohérence	0,25 pt pour l'enchaînement logique. 0,25 pt pour une conclusion cohérente.
Présentation	(0,5pt)	

Fait à Yaoundé le, 24 Juin 2021.

Le Président du jury d'harmonisation

OMOCK Antoine, IPN/MATHS ; Tél. : 655061344 ou 698078689