Exercice 1 : 5 points

Les âges des 40 électeurs d'un bureau de vote sont compris entre 20 et 50 ans. On les regroupe en classes d'amplitude 5.

Les effectifs des électeurs des tranches d'âges $[20; 35[$ et $[35; 50[$ sont respectivement 21 et 19.

Les classes modales de cette série sont $[30; 35[$ et [35 ,40[et ont pour effectifs respectifs 10.

Les 3 électeurs de la classe $[20; 25[$ et les 2 électeurs de la classe $[45; 50[$ sont les seules femmes de ce bureau de vote.

1) Dresser le tableau des effectifs de cette série regroupée en classes. **1,5 pt**

2) Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants **'1,5 pt**

(1 cm pour 5 unités)

3) Déterminer graphiquement et par calculs la médiane de cette série. **1pt**

4) Les 4 premiers votants de ce bureau seront réunis pour former un comité de surveillance.

a) Déterminer le nombre de comités possibles. **0,5 pt**

b) Déterminer le nombre de comités comportant 2 femmes. **0,5 pt**

Exercice 2 : / 4 points

ABC est un triangle tel que $AB = 4$, $BC = 7$ **et** $AC = 9$.

1) a) Montrer que $BC^2 = AB^2 - 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} + AC^2$ **0,75 pt**

b) En déduire la valeur de $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ **0,5 pt**

2) Calculer la valeur de $\cos(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})$ **0,75 pt**

3) Soit α un réel de l'intervalle $[0; \frac{\pi}{2}]$ tel que $\cos\alpha = \frac{2}{3}$

a) Calculer cos $\cos 3\alpha$ **1 pt**

b) Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $\cos 3x = \frac{2}{3}$ **1 pt**

Problème 11 points

Le problème comporte trois parties qui peuvent être traitées indépendamment.

Partie A / 6 points

On considère la fonction numérique f d'une variable réelle x dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		-2		-1 ‖				$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$

On désigne par (ξ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f. **0,25 pt**

2) Déterminer le signe de f(x) pour $x \in]-1; +\infty[$. **0,25 pt**

3) Déterminer une asymptote à (ξ_f). 0,25 pt

4) Déterminer une équation de la tangente à (ξ_f) au point d'abscisse -2. **0,5 pt**

5) On suppose que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

a) Montrer que (a, b, c) est solution du système ci-dessous : **0,75 pt**

$$\begin{cases} y + z = -2 \\ x - z = 0 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$$ d'inconnue (x,y,z).

b) En déduire a, b et c. **1 pt**

5) On suppose que $f(x) = \frac{-x^2-2x-2}{x+1}$

a) Montrer que la droite d'équation $y = -x - 1$ est une asymptote à (ξ_f) en $-\infty$ et $+\infty$ **1 pt**

b) Montrer que le point $\Omega(-1; 0)$ est un centre de symétrie de (ξ_f) 1 pt

c) Construire (ξ_f) dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. **1 pt**

Partie B **/ 2 points**

On considère les points A(0,3); B(-2, -5) et C(3,0).

1) Placer les points A, B et C dans un repère orthonormé d'unité 1 cm. **0,75 pt**

2) Quelle est la nature du triangle ABC? 0,5 pt

3) Soit Γ le cercle circonscrit au triangle ABC. Donner une équation cartésienne de Γ et le construire**. 0,75 pt**

Partie C / 5 points

On considère la suite u **définie par :** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_{n-1}}{u_n+1} \end{cases}$ $\forall n \in \aleph^*$**, et on pose** $v_n = \frac{1}{u_n-1}$

1) Montrer (v_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$. Préciser son premier terme. **1,5 pt**

2) Exprimer (v_n), puis (u_n) en fonction de n. **1pt**

3) Exprimer en fonction de n la somme $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$ **0,5 pt**