Dschang, Cameroun Contacts : (+237) 672004246 / 696382854 E-mail : toumpeolivier2017@gmail.com

Formation de Qualité, Réussite Assurée avec le N°1 du E-learning !

EVALUATION SOMMATIVE DE FIN DU TROISIEME TRIMESTRE

Classe : Terminale D	Durée : 4 heures	Coefficient : 04	Année Scolaire : 2020/2021

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

****

PARTIE A : Évaluation des ressources 15 points

Exercice 1 : 5 points (Uniquement pour la série D)

I. On considère le polynôme complexe P de degré 4 défini par :$P(z) = z^4 + 17z^2 - 28z + 260$.

1.a. Déterminer a et b tels que $P(z) = (z^2 + az + b)(z^2 + 4z + 20)$. **0,5 pt**

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. **0.5pt**

2.a. Placer dans un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 1cm, les points M, N, P et Q d'affixes respectives $m = -2 + 4i, n = -2 - 4i, p = 2 + 3i$ et $q = 2 - 3i$ **0,5 pt**

b. Montrer que les droites (MN) et (PQ) sont parallèles, en déduire la nature exacte du quadrilatère MNQP puis calcule son aire. **0,75 pt**

Déterminer l'affixe z_K du point K tel que $\frac{z_K - p}{z_K - m} = i$. Puis en déduire la nature exacte du triangle PKM **0,75 pt**

c. Déterminer par calcul l'affixe du point L, image du point M par la similitude de centre P d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **0,5 pt**

3. Soient $z_A = -\frac{7}{8}$ et $z_H = x + iy$ avec x et y des nombres réels.

Soit (C) l'ensemble des points $H(x, y)$ du plan tels que : $|z_H - z_A| = AP$

a. Ecrire une équation cartésienne de la droite (d) médiatrice du segment $[PM]$ puis vérifier que $A \in (d)$ **0,75 pt**

b. Montrer que (C) est le cercle circonscrit au quadrilatère MNQP. **0,75 pt**

Exercice 1 : 5 points (Uniquement pour la série TI)

E est un plan vectoriel réel dont une base est $B = (\vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit f un endomorphisme de E qui au vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ associe le vecteur $\vec{u'} = x'\vec{\imath} + y'\vec{\jmath}$ tel que $\begin{cases} x' = (1-m)x - 3my \\ y' = mx + 2my \end{cases}$ où m est un paramètre réel.

1. a. Déterminer la matrice M de f dans la base B. **0,5 pt**

b. Déterminer les valeurs de m pour les quelles f est bijective. **0,5pt**

On prend $m = -2$ pour la suite de l'exercice.

2. a. Déterminer $f(2\vec{\imath} + \vec{\jmath})$ **1,25 pt**

b. Déterminer le noyau de f , puis en donner une base. **0,5 pt**

c. Déterminer l'image de f, puis en donner une base. **0,5 pt**

3. on pose $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = -\vec{\imath} + \vec{\jmath}$ deux vecteurs de E.

a. Montrer que $B' = (\vec{u}, \vec{v})$ est une base de E. **1,25 pt**

b. Déterminer la matrice de f dans la base B'. **0,5 pt**

Exercice 2 : 3 points

Dans tout l'exercice, A et B étant deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité de A; $p(B/A)$ la probabilité de B sachant que A est réalisé.

1. Le nombre de clients se présentant en cinq minutes dans une station-service est une variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité :

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,4

a. Calculer l'espérance mathématique de X. **0,5 pt**

b. Calculer la variance de X. **0,5 pt**

c. Calculer l'écart-type de X. **0,5 pt**

d. Définir et représenter graphiquement la fonction de répartition de X. **0,5 pt**

2. Dans cette station-service, la probabilité qu'un client achète de l'essence est 0,7 ; celle qu'il achète du gazole est 0,3. Son choix est indépendant de celui des autres clients. On considère les évènements suivants :

C: en cinq minutes, un seul client se présente ;

D: en cinq minutes, deux clients se présentent ;

E : en cinq minutes, un seul client achète de l'essence ;

a. Calculer $P(C \cap E)$. **0,5 pt**

b. Montrer que $P(E/D) = 0{,}42$ et calculer $P(D \cap E)$. **0,5 pt**

Exercice 3 : 4 points

1. On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} pour\ x \in [0;+\infty[, f(x) = \ln(1+x) \\ pour\ x \in]-\infty;0[, f(x) = -xe^{x} \end{cases}$.

a. Montrer que f est strictement croissante sur $[0;+\infty[$. **0,5 pt**

b. Etudier la dérivabilité de f en 0, puis écrire l'équation de la demi-tangente (T) à la courbe de f à gauche en 0. **0,75 pt**

c. Étudier le sens de variation de f sur $]-\infty;0[$. **0,5 pt**

d. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

e. Construire la courbe de la restriction de f à l'intervalle $]-\infty;0[$. **0,5 pt**

2. On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \ln(1+u_n)$.

a. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n > 0$. **0,5 pt**

b. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} \leq u_n$. **0,5 pt**

c. Déduire des questions précédentes que la suite (u_n) converge. **0,25 pt**

Exercice 4 : 3 points

1) On donne l'équation différentielle (E): $y'' + y\ln 2 = 0$

a) Résoudre (E). **0,5pt**

b) Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = \frac{3}{2^x}$. Justifier que u est une solution de (E) puis déterminer la primitive F de u prenant la valeur 1 en 0. **1pt**

2) Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par $v_n = \int_{n-1}^{n} u(x)dx$.

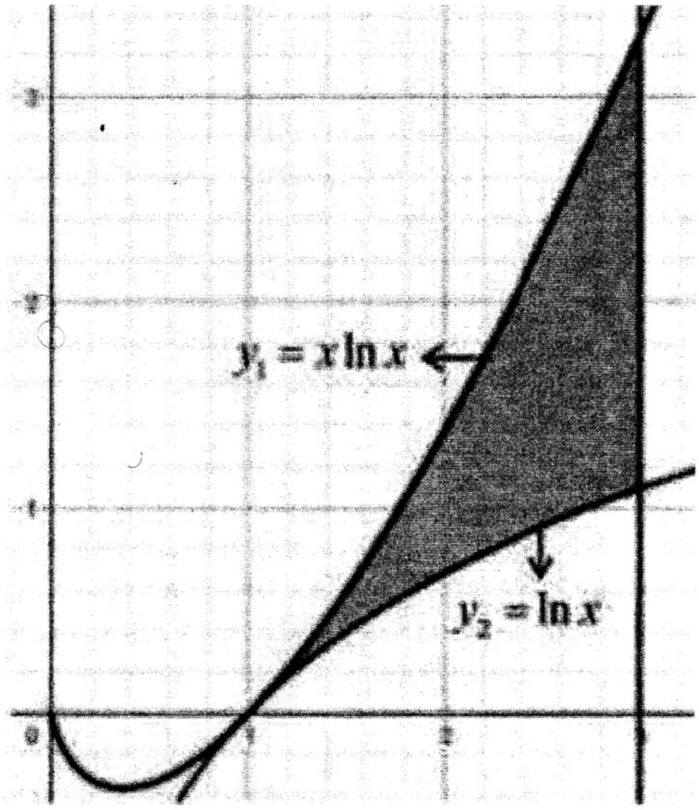
a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$. **0,75pt**

b) Exprimer la somme $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ en fonction de n puis calculer sa limite. **0,75*pt***

PARTIE B : Évaluation des compétences 5 points

Situation:

A la date du 1er mars 2021, On introduit dans le domaine clos ci-contre (d'unité graphique 10m) une population de 181 jeunes souris dont 5 portent une infection contagieuse. Ce nombre (181) augmente successivement de 1% par jour. Le but étant d'étudier le comportement de ces souris vis-à-vis d'une maladie infectieuse. Au dixième jour de surveillance, on a testé toutes les souris et on a observé qu'exactement les 3 quarts des souris sont contaminées y compris les 5 de départ, il n'y a eu ni de souris morte ni de guérie. Une analyse minutieuse a estimé que le nombre de souris infectées à l'instant $t \in [0; 30]$ (t en jours) est



$$f(t) = -\frac{t^2}{2} + 19{,}5t + 5.$$

Tâches :

1. Déterminer la date à laquelle le nombre de souris infectées est maximal et donner ce maximum. **1,5 pt**

2. Déterminer la densité de la population des souris dans ce domaine le 1er mars 2021. **1,5pt**

3. Evaluer à $t = 10$, la différence entre la valeur estimée $f(t)$ et la valeur exactement observée du nombre de souris infectées. **1,5 pt**

Présentation : **0,5 pt**

Examinateur : M. NKENGOUNG LEONARD

Mathématiques / Université de Dschang