Partie A : Évaluation des ressources **15 points**

I Exercice 1 : **3 points**

1. Déterminons le nombre total de fonctions f que l'on peut former.

Former une fonction, c'est faire une 2-liste de l'ensemble $\{-\frac{17}{3}; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Il y a donc au total $6^2 = 36$ fonctions possibles ; soit 36 fonctions au total. **1 pt**

2. Déterminons le nombre de telles fonctions f qui sont des fonctions homographiques.

Former une fonction homographique, c'est former une fonction f avec $a = 0$. C'est donc obtenir les 2-listes (0;b) avec b appartenant à $\{-\frac{17}{3}; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Il y a donc au total 6 fonctions homographiques possibles. **1 pt**

3.3) Déterminons l'ensemble de définition de f.

Soit $x \in R$, f(x) existe si et seulement si $2x - 3 \neq 0$; c'est-à-dire pour $x \neq \frac{3}{2}$ L'ensemble de définition de f est donc $D = R\backslash\left\{\frac{3}{2}\right\}$ **0,25 pt**

b) Déterminons le couple (a, b) pour lequel $f(x) = x - \frac{4}{3}$ pour $x \neq \frac{3}{2}$

Soit $x \neq \frac{3}{2}$ ainsi $f(x) = x - \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{(2x-3)\left(x - \frac{4}{3}\right)}{2x-3}$ après développement du numérateur et identification des coefficients, nous obtenons

$(a; b) = \left(3; -\frac{17}{2}\right)$ **0,75 pt**

Exercice 2 : **3,5 points**

1. Déterminons l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (OI).

On a $S_{(OI)}(A) = B, S_{(OI)}(B) = A, S_{(OI)}(C) = D$

L'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (OI) est donc le triangle ABD. **0,5 pt**

2. Montrons que le point F est le centre de gravité du triangle ABC.

(OB) et (IC) sont des médianes du triangle ABC et F est leur point de rencontre. Le point F est donc le centre de gravité du triangle ABC. **0,5 pt**

3. Déduisons-en que E est le centre de gravité du triangle ABD.

ABD et E sont les images respectives de ABC et F par $S_{(OI)}$, Or F est le centre de gravité de ABC et $S_{(OI)}$ conserve le barycentre ; donc E est le centre-de gravite de ABD. **0,5 pt**

4.a) Montrons que (EF) et (AB) sont parallèles.

On a $\vec{OE} = \frac{1}{3}\vec{OA}$ et $\vec{OF} = \frac{1}{3}\vec{OB}$ car E et F sont respectivement les centre de gravité des triangles ABD et ABC. D'où $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = 3\vec{OF} - 3\vec{OE} = 3(\vec{OF} - \vec{EO}) = 3\vec{EF}$

(EF) et (AB) sont donc parallèles. **0,5 pt**

b) Déterminons $h(B) = F$. **0,5 pt**

L'homothétie h transforme A en E et donc la droite (AB) en la droite passant par E et parallèle à (AB), c'est-à-dire en (EF). Comme $B \in (AB)$, alors $h(B) \in (EF)$

0, B et h(B) étant alignés, alors h(B) est sur (EF) et (OB). Donc $h(B) = F$

5. Déterminons- l'ensemble des points M du plan tels que :

$||2\vec{MA} + 3\vec{MB} + \vec{MC}|| = ||\vec{NA} - \vec{NB}||$

Soit M un point du plan,

$||2\vec{MA} + 3\vec{MB} + \vec{MC}|| = ||\vec{NA} - \vec{NB}|| \Leftrightarrow ||6\vec{MK}|| = ||\vec{BA}||$, soit $KM = \frac{1}{6}AB$

L'ensemble des points M du plan tels que $||2\vec{MA} + 3\vec{MB} + \vec{MC}|| = ||\vec{NA} - \vec{NB}||$ est le cercle de centre K et de rayon $\frac{1}{6}AB$. **1 pt**

Exercice 3 **/ 4 points**

1.a} Montrons que (Q_n) est une suite géométrique et précisons son premier terme et sa raison. **1 pt**

On a $Q_{n+1} = P_{n+1} + 5000 = 1,1P_n + 5500 = 1,1(P_n + 5000) = 1,1Q_n$ donc (Q_n) est une suite géométrique de raison 1,1. et de premier $Q_0 = P_0 + 5000 = 10000$

b) Exprimons Q_n en fonction de n puis déduisons que $P_n = 10000 \times (1,1)^n - 5000$

On a $Q_n = 10000(1,1)^n$, D'ou $P_n = 10000 \times (1,1)^n - 5000$

2. Déterminons le nombre de poissons que comptera cette réserve le 1er Janvier2030.

Soit x_n le nombre de poissons dans cette réserve le 1er Janvier de l'année 2015 + n.

On a : $x_0 = 5000$ et $x_{n+1} = x_n + \frac{10}{100}x_n + 500 = (1,1)x_n + 500$. 1.a) et 1.b) donne alors $x_n = 10000\,(1,1)x_n - 5000$, Or le 1er Janvier 2030 le nombre de poissons dans cette réserve sera $x_{15} = 10000(1,1)^{15} - 5000 \approx 36772$

Il y aura alors (environ) 36772 poissons dans cette réserve au 1er Janvier 2030. **2 pts**

Exercice 4 / **4,5 points**

1.a) Démontrons que le point $\Omega\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ est un centre de symétrie de C_f

Pour $\frac{3}{2} + x \in \left]-\infty; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$, appartient aussi à $\frac{3}{2} - x \in \left]-\infty; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$

Et $f\left(\frac{3}{2} - x\right) + f\left(\frac{3}{2} + x\right) = 2 \times 2$

Donc le point $\left(32\,;2\right)$ est un centre de symétrie de C_f. **0,5 pt**

b) Déterminons la limite de f à droite de 32 et la limite de f en $+\infty$. **0,5 pt**

$\lim x\to\left(32\right)^{+} f(x) \ = \ +\infty$ et $\lim x\to+\infty f(x) \ = \ +\infty$

c) Démontrons que la droite $\Delta : y = x + 12$ est asymptote à C_f en $+\infty$; et justifions que la droite $\Delta' : x = 32$ est asymptote à C_f

2.a) Déterminons l'expression f'(x) de la dérivée de f **0,5 pt**

Pour tout $x \in \left]-\infty;\ 32\right[\cup \left]32;\ +\infty\right[$, nous avons $f'(x) = \ 4x^2-12x-2 \ \ (2x-3)^2$

b) Étudions le signe de f'(x) **0,5 pt**

Étudions le signe de f'(x) pour $x \in \left]32;\ +\infty\right[$

$f'(x) = 1 - \ 11\,(2x-3)^2$

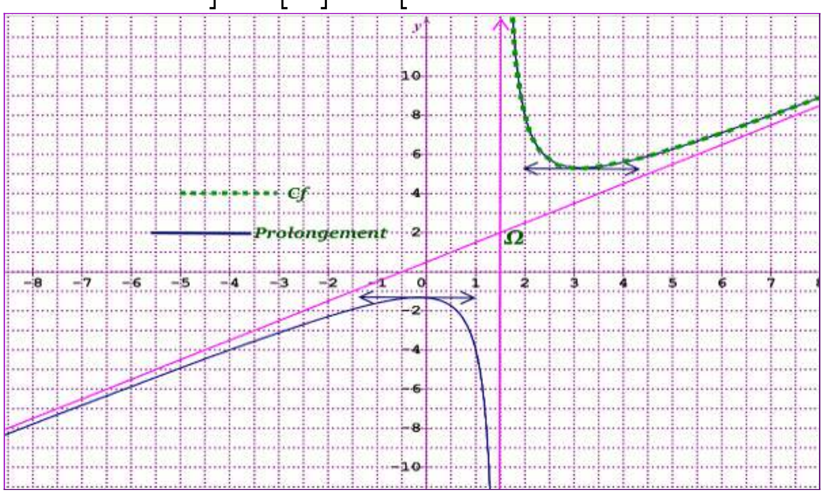
• Pour $x \in \left]3+\sqrt{11} \quad 2 \quad ;\ +\infty\right[, f'(x) > 0$

• Pour $x \in \left]3;\ 3+\sqrt{11} \quad 2 \quad\right[, f'(x) < 0$

c) Dressons le tableau des variations de f sur $\left]32;\ +\infty\right[$ **0,75 pt**

x	$\frac{3}{2}$		$\frac{3+\sqrt{11}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	-	0	+	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	2+ 11	↗	$+\infty$

d) Construisons C_f sur $\left]32;\ +\infty\right[$, puis complétons-la sur $x \in \left]-\infty;\ 32\right[\cup \left]32;\ +\infty\right[$ **1 pt**



Partie B : Évaluation des compétences

1. Déterminons combien il lui faut pour acheter la quantité utile de fil barbelé.

Déterminons les dimensions de ce parc.

Soient x et y les dimensions (en m) des côtes perpendiculaires de ce parc. On a $xy\,2 \ = 750$ et $x^2 + y^2 \ = 65^2$

Ainsi : $\left(x^2+y^2\right)^2 \ = x^2 + y^2 + 2xy = \ 65^2 + 4 \times \ 750$ ce qui donne le système suivant $\left\{ xy = 1500x + y = 85 \right.$

Si x = 25, alors y = 60. Si x = 60, alors y = 25. Donc les dimensions des côtés perpendiculaires de ce parc sont 60 m et 25 m. 0,5 pt

• Déterminons la longueur utile de fil barbelé. **0,5 pt**

En mètres, cette longueur est 3(25 + 60 + 6S) = 450.

• Déterminons le coût de la quantité utile de fil barbelé. **0,5 pt**

Les 450 mètres de fil barbelé nécessaire coûtent en FCFA) 450 x 1250 = 562500.

2. Déterminons le nombre d'animaux de chaque espèce dans ce parc.

• Déterminons les nombres de pattes, de têtes et de cornes de chaque espèce d'animaux dans ce parc. **0,5 pt**

Un rhinocéros a 4 pattes, une tête et une corne ;

Un taureau a 4 pattes, une tête et 2 cornes ;

Une oie a 2 pattes, une tête et 0 corne. "

Traduisons en langage mathématiques, les informations sur les espèces dans ce parc. **0,5 pt**

Soient x, y et z les nombres respectifs de rhinocéros, de taureaux et d'oies dans ce parc, on a :

$4x + 4y + 2z = 300$, $x + y + z = 100$ et $x + 2y = 65$

• Résolvons le système ainsi obtenu, on obtiendra x = 35, y = 15 et z = 50

Il y a donc dans ce parc. 35 rhinocéros. 15 taureaux et 50 oies. **0,5 pt**

3. Déterminons l’âge qui correspond à la dose de vaccin que recevra chaque oie.

• Déterminons l’effectif cumulé croissant de chaque tranche d'âge. **0,5 pt**

Ages en années	[0 ; 1 [	[1 ; 2[	[2 ; 3 [	[3 ; 4 [	[4 ; 5 [	Total
Effectifs	12	11	4	13	10	50
E C C	12	23	27	40	50	

Déterminons l'âge médian des oies de ce parc. 0,5 pt

La médiane Me appartient à la tranche d'âge [2 ; 3[.

Par interpolation linéaire, on a : $27-2527-23 = 2-Me \quad 3-2 \quad \Rightarrow Me = 2,5$

D'où Me = 2,5

L'âge qui correspond à la dose de vaccin que recevra chaque oie de ce parc est de deux ans et demi. **0,5 pt**