

Partie A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : 3,75 points

E est un plan vectoriel dont une base est $B = (\vec{i}, \vec{j})$.

I) Soit f l'endomorphisme de E défini par $f(\vec{u}) = (-5x + 4y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$ avec $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

1) Déterminer la matrice A de f dans la base B. **0,5 pt**

2) Montrer que A est inversible et déterminer sa matrice inverse A^{-1} . **0,75 pt**

II) Soit g l'endomorphisme de E défini par $g(\vec{i}) = f(\vec{i}) - \vec{i}$ et $g(\vec{j}) = f(\vec{j}) - \vec{j}$.

1) Montrer que $\ker g$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{e}_1 = -2\vec{i} - 3\vec{j}$. **0,5 pt**

2) Montrer que $\text{Im} g$ est une droite vectorielle dont on a une base est $\vec{e}_2 = -2\vec{i} - \vec{j}$. **0,5 pt**

3) Soit $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

a) Montrer que B' est une base de E. **0,25 pt**

b) Montrer que $g(\vec{e}_2) = -8\vec{e}_2$. **0,5 pt**

c) En déduire la matrice C de g dans la base B'. **0,25 pt**

d) Déterminer la matrice A' de f dans la base B'. **0,5 pt**

Exercice 2 : 3,25 points

Le professeur principal d'une classe de première C d'un établissement Secondaire a réalisé une enquête portant sur le nombre d'heures d'absence de ses élèves au cours du premier trimestre. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau suivant avec des données manquantes :

Nombre d'heures d'absence	[0 ; 3[[0 ; 6[[6 ; 9[[9 ; 12[[12 ; 15[
Nombre d'élèves	18			20	
Effectifs cumulés croissants		26		58	60

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessus. **1,25 pt**

2) Calculer le nombre moyen d'heures d'absence. (Arrondir le résultat à l'unité supérieure). **0,5 pt**

3) Déterminer la médiane de cette série statistique. **0,5 pt**

4) On choisit au hasard et simultanément cinq élèves parmi les 60 pour constituer un groupe d'étude. Déterminer le nombre de groupes d'étude que l'on peut former contenant au moins deux élèves ayant moins de neuf heures d'absence et contenant au moins deux élèves ayant au moins neuf heures d'absence. **1 pt**

Exercice 3 : 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , unité sur les axes 1cm.

Soient A(0 ; 6), B(-2 ; 4) et C(-3 ; -3) trois points du plan.

I) 1) Déterminer une équation cartésienne de l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 = 102$. **0,5 pt**

2) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (Γ) . **0,5 pt**

II) Soit la fonction f définie par $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ pour tout réel $x \neq -1$, où a, b et c. sont trois réels.

Déterminer les réels a, b et c pour que la courbe de f passe par les points A, B et admet au point C une tangente parallèle à l'axe (O, \vec{i}) . **0,75 pt**

III) Soit g la fonction définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $g(x) = \frac{x^2+3x+6}{x+1}$

1.i) Déterminer les limites de g en $-\infty$, $+\infty$, -1^- et -1^+ . **1 pt**

ii) En déduire une équation de l'asymptote verticale à la courbe de g. **0,25 pt**

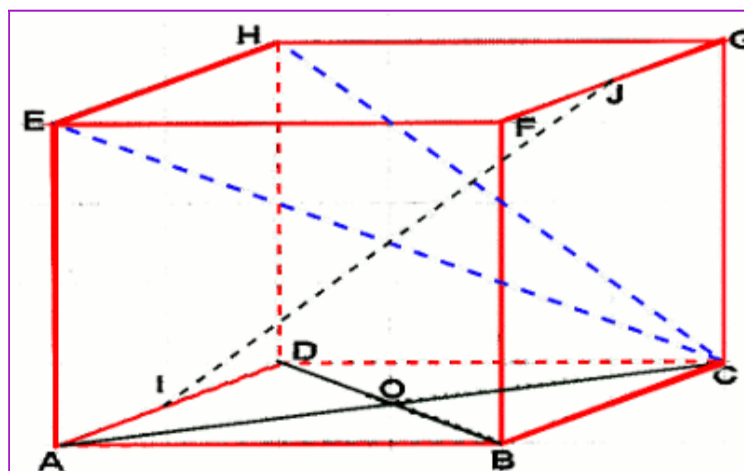
2) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe de g. **0,25 pt**

3) Étudier le sens de variations de la fonction g sur chacun des intervalles où elle est définie. On dressera le tableau de variations de la fonction g. **1 pt**

4) Construire la courbe de la fonction g et la droite (D) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . **0,75 pt**

Exercice 4 : 3 points

ABCDEFGH est un cube de sens direct d'arête 1.



Soit $R = (A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$ un repère orthonormé. On note I et J les milieux respectifs des segments [AD] et [FG].

1) Déterminer les coordonnées des points I, J, C et H dans le repère R. **1 pt**

2) Calculer les produits scalaires $\vec{IJ} \cdot \vec{HC}$ et $\vec{IJ} \cdot \vec{EC}$. **0,5 pt**

3) En déduire que la droite (IJ) est orthogonale au plan (EHC). **0,25 pt**

4) Ecrire une équation cartésienne du plan (EHC). **0,5 pt**

5) Ecrire une représentation paramétrique de la droite (IJ). **0,25 pt**

6) On désigne par P, le point d'intersection de la droite (IJ) et le plan (EHC). Déterminer la hauteur du tétraèdre IEHC. **0,5 pt**

PARTIE B : Évaluation des compétences (5 points)

Situation :

M. ATEBA ouvre trois comptes en fin janvier 2019 pour la préparation des inscriptions en début du mois de septembre 2020 dans un Institut Supérieur de ses trois enfants PIERRE, AGNES et ARNAUD. Ces enfants seront inscrits respectivement en première, deuxième et troisième année et de pensions respectives 350 000 FCFA, 375 000 FCFA et 500 000 FCFA.

- Dans le premier compte logé dans une association villageoise, il dépose la somme de 200 000

FCFA en fin janvier 2019. A la fin de chaque mois, ce montant augmente de 5% par rapport au mois précédent. M. ATEBA compte payer la pension de PIERRE avec la totalité du montant consolidé en début du mois de septembre 2020.

- Dans le second compte qui est son propre coffre, il dépose la somme de 50 000 FCFA en fin janvier 2019. A la fin de chaque mois, il verse la somme de 25 000 FCFA déduite de son salaire mensuel. M. ATEBA compte payer la pension de son fils ARNAUD en début du mois de septembre 2020 à l'aide de la somme contenue dans ce coffre.

Par ailleurs, M. ATEBA fait un travail parallèle dont la rémunération au premier mois (fin janvier 2019) est de 80 000 FCFA et pour les autres mois, il y'a une augmentation fixe 8 000 FCFA par mois. Cette somme est déposée dans le troisième compte (appelé compte personnel). Tout le montant cumulé en début du mois de septembre 2020 dans ce compte permettra à M. ATEBA de payer la pension de sa fille AGNES.

Tâches :

1) La totalité d'argent contenu dans le premier compte jusqu'en début du mois de septembre 2020 pourra-t-elle permettre à M. ATEBA de payer la pension de son fils PIERRE ? **1,5 pt**

2) La totalité d'argent contenu dans le second compte jusqu'en début du mois de septembre 2020 pourra-t-elle permettre à M. ATEBA de payer la pension de son fils ARNAUD ? **1,5 pt**

3) La totalité d'argent contenu dans le troisième compte jusqu'en début du mois de septembre 2020 pourra-t-elle permettre à M. ATEBA de payer la pension de sa fille AGNES ? **1,5 pt**

Présentation : 0.5 pt